

6-1

المضلعات المتشابهة

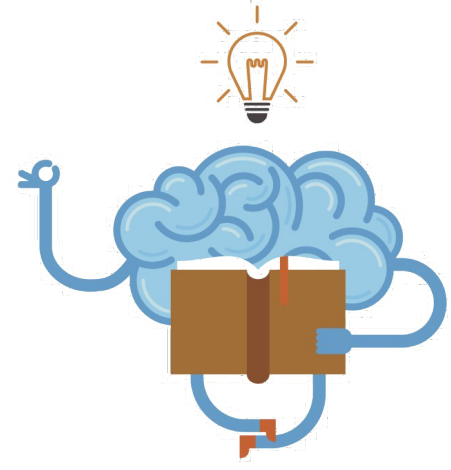


الموضوع/المضلعات المتشابهة

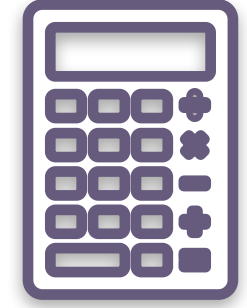
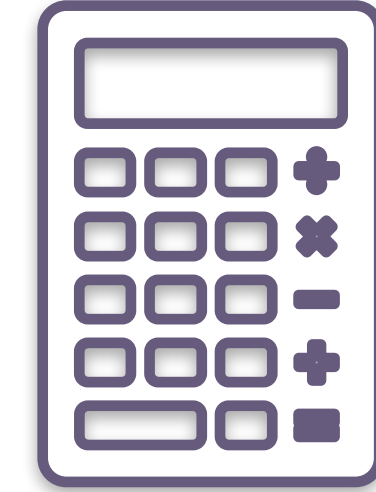
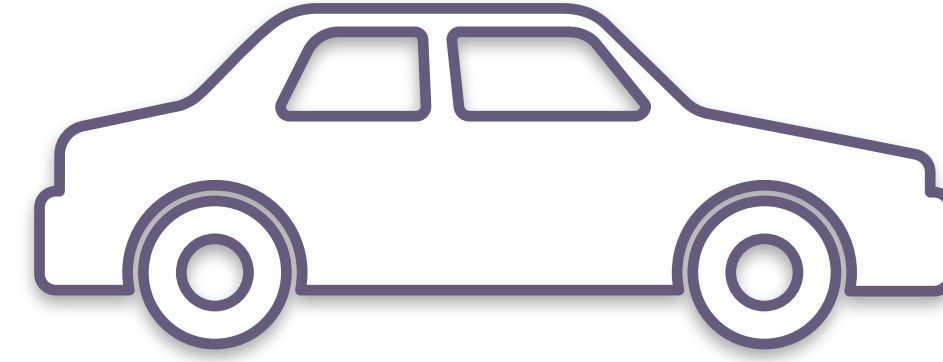
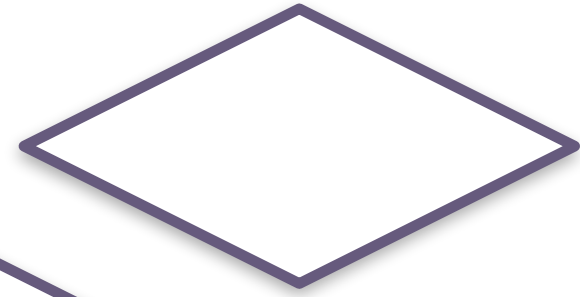
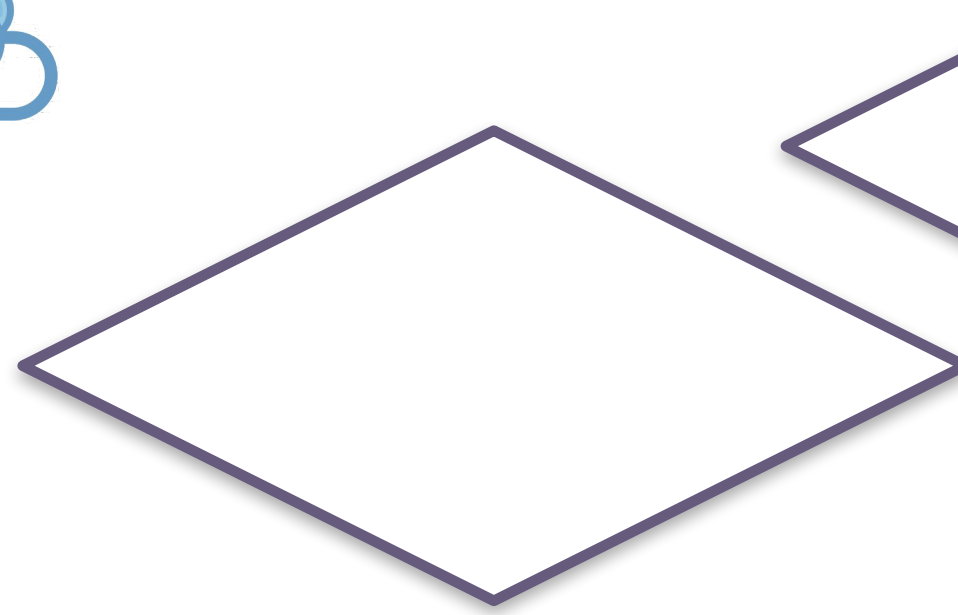
اليوم/
التاريخ/



اللهم علمنا ما ينفعنا وانفعنا بما علمتنا وزرنا علما



الموضوع/المضلعات المتشابهة



أعطي أمثلة لمستي
فيها التشابه من
حولك؟

متى تكون
الأشكال متطابقة
ومتى تكون
متشابهة؟

هل الأشكال
أعلاه متشابهة؟
ولماذا؟

هل تعد
الأشكال أعلاه
متطابقة؟ لماذا؟

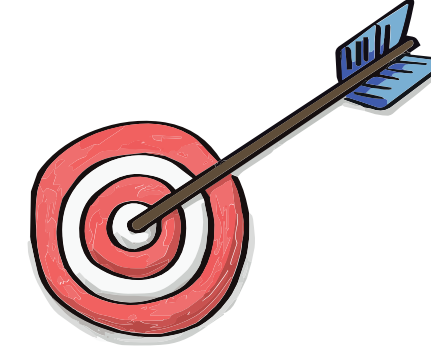


المفردات



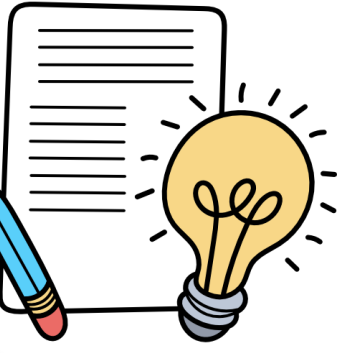
- المضلعات المتشابهة
- معامل التشابه
- نسبة التشابه

أهداف الدرس

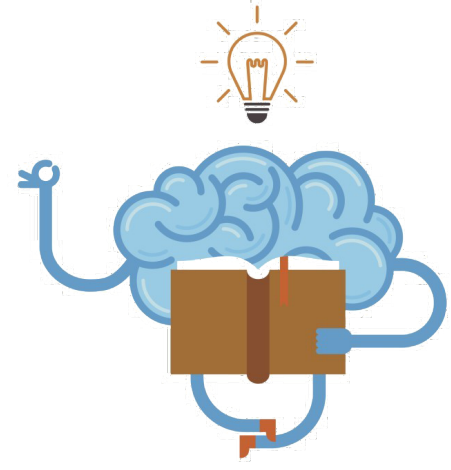


- استعمال التناسب لتحديد المضلعات المتشابهة
- أحل المسائل باستعمال خصائص المضلعات المتشابهة

فيما سبق تعلمنا



استعمال التناسب لحل المسائل



الموضوع/المضلعات المتشابهة

اليوم/
التاريخ/



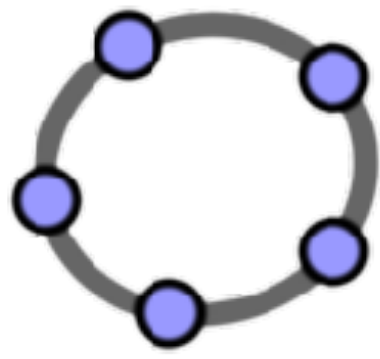
ماذا؟



يزين بعض الأشخاص شاشات حواسيبهم باستعمال صور شخصية لهم، وذلك بوضع صورة بحجمها الأصلي في وسط الشاشة، أو بتكبيرها لتملأ الشاشة، إلا أن الطريقة الثانية تُظهر الصورة مشوّهة؛ لأن الصورة الأصلية والصورة الجديدة لا تكونان متشابهتين هندسيًا.

1 في أي اتجاه كبرت الصورة؟

2 ماذا تشوه الصورة عندما يتم تكبيرها لتملأ الشاشة؟



GeoGebra

الموضوع/المضلعات المتشابهة

اليوم /
التاريخ /



المضلعات المتشابهة

لها الشكل نفسه ولكن ليس بالضرورة أن يكون لها القياسات نفسها

يتشابه مضلعان إذا وفقط إذا كانت زواياها المتناظرة متطابقة ، وأطوال أضلعهما المتناظرة متناسبة

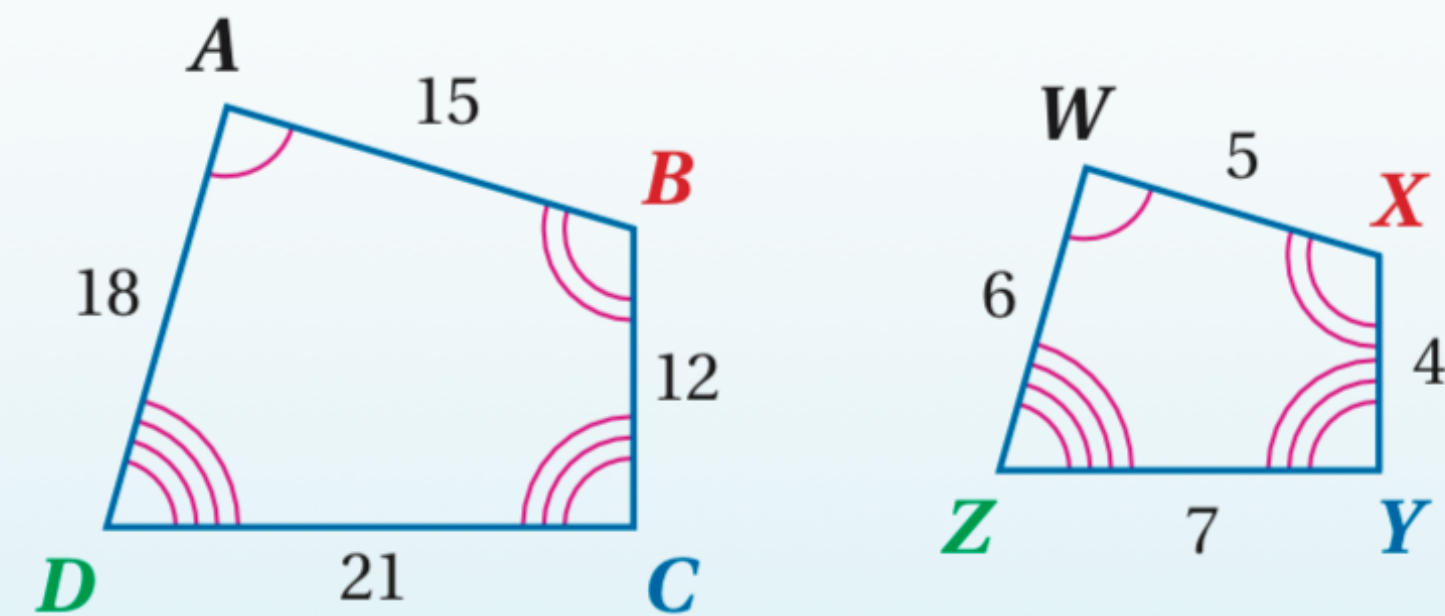
الزوايا المتطابقة:

$$\angle A \cong \angle W, \angle B \cong \angle X, \angle C \cong \angle Y, \angle D \cong \angle Z$$

التناسب:

$$\frac{AB}{WX} = \frac{BC}{XY} = \frac{CD}{YZ} = \frac{DA}{ZW} = \frac{3}{1}$$

مثال: في الشكل أدناه، $ABCD$ يشابه $WXYZ$



الرموز: $ABCD \sim WXYZ$

وكما هو الحال في عبارة التطابق، فإن ترتيب الرؤوس في عبارة التشابه مثل $ABCD \sim WXYZ$ مهم جداً؛ لأنه يحدد الزوايا المتناظرة والأضلاع المتناظرة.





استعمال عبارة التشابه

مثال 1 صفحة 12



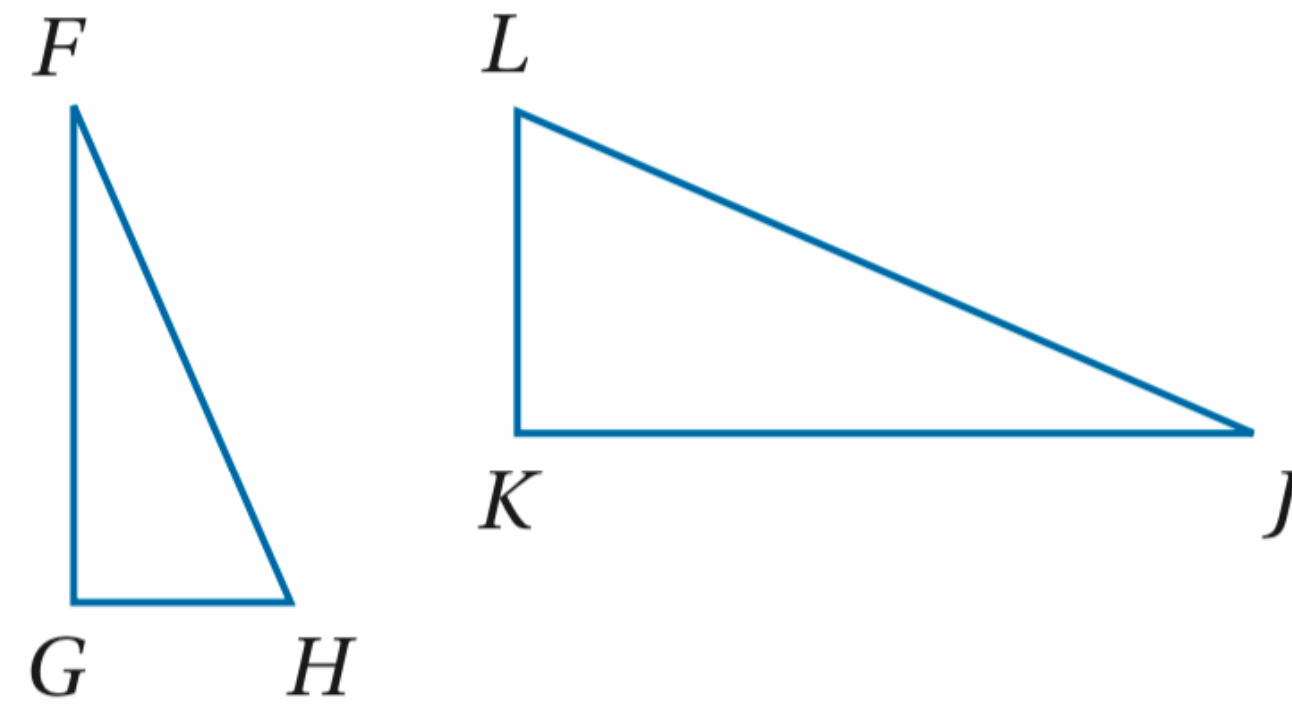
قراءة الرياضيات

الرمزان \sim و \cong :

يُقرأ الرمز \sim يشابه،

ويقرأ الرمز \cong لا يشابه،

أو ليس مشابهاً.

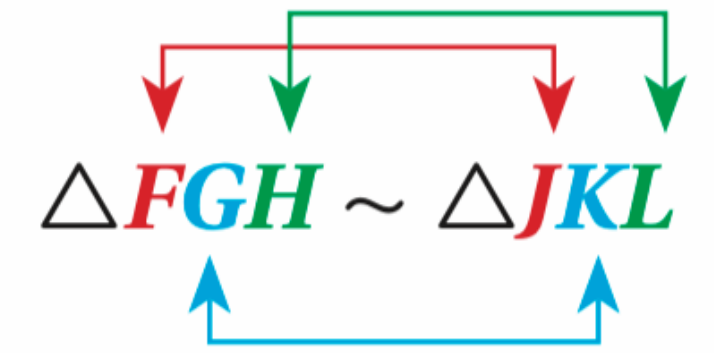


إذا كان $\triangle FGH \sim \triangle JKL$ ، فاكتب جميع أزواج الزوايا المتطابقة،
واكتب تناسباً يربط بين الأضلاع المتناظرة.

استعمل عبارة التشابه.

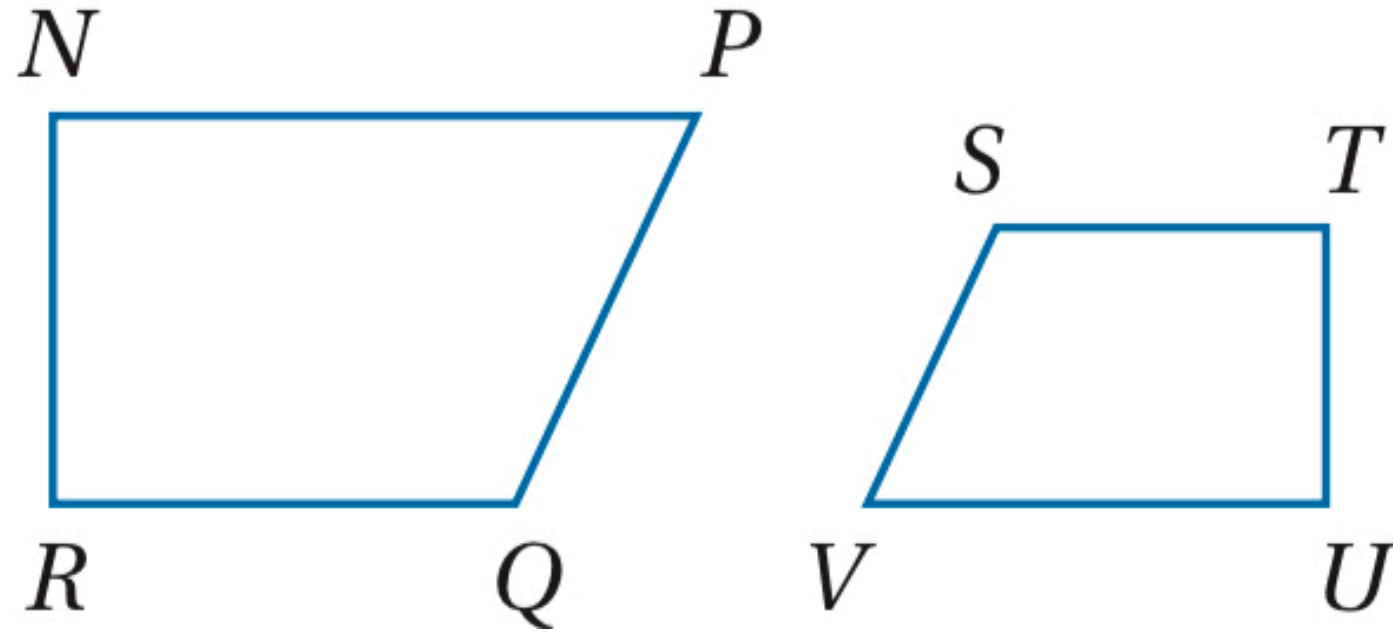
الزوايا المتطابقة: $\angle F \cong \angle J$, $\angle G \cong \angle K$, $\angle H \cong \angle L$

التناسب: $\frac{FG}{JK} = \frac{GH}{KL} = \frac{HF}{LJ}$





تحقق من فهمك 1 صفحة 12



إذا كان $NPQR \sim UVST$ ، فاكتب جميع أزواج الزوايا المتطابقة، واكتب تناسباً يربط بين الأضلاع المتناظرة.

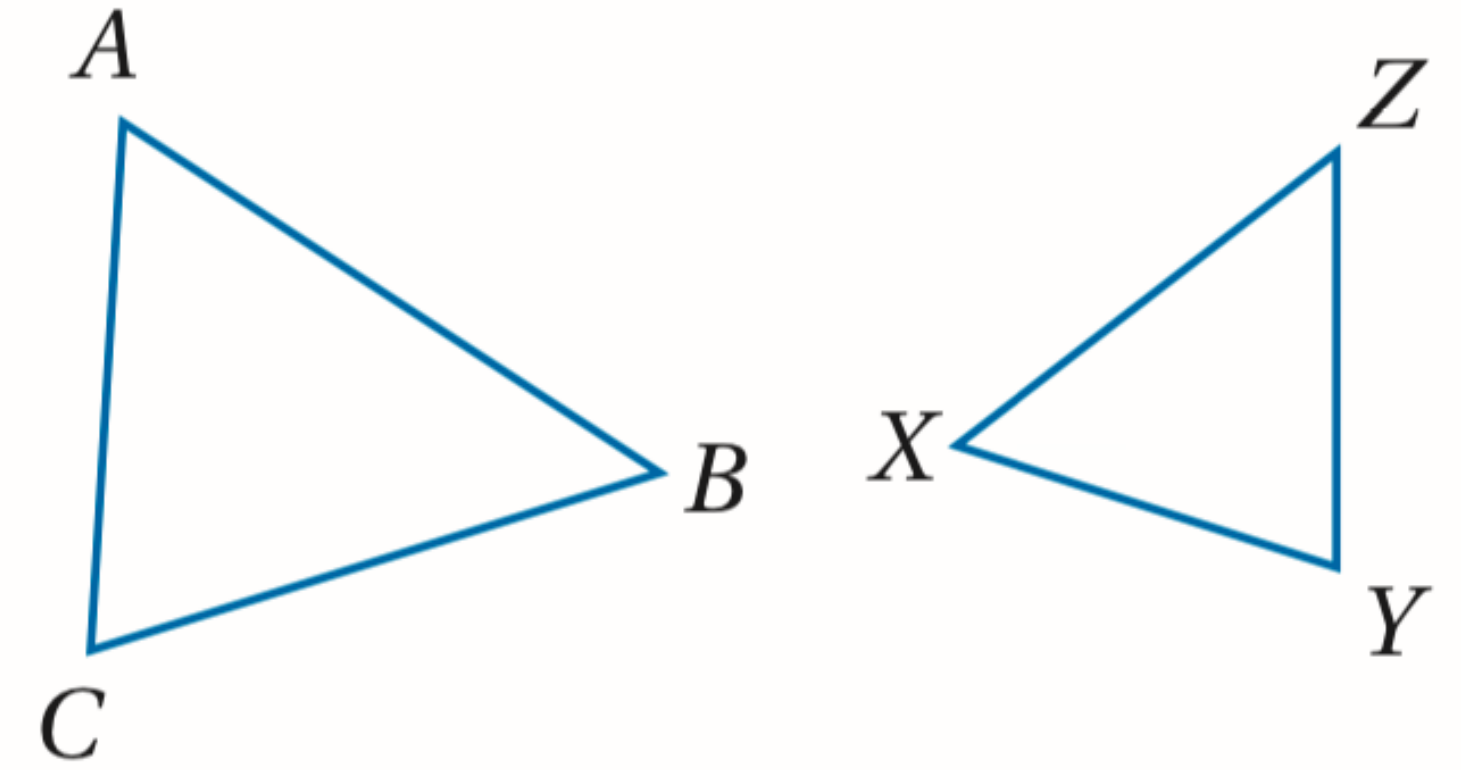


اكتب جميع الزوايا المتطابقة، واكتب تناسبًا يربط بين الأضلاع المتناظرة في كلِّ ممَّا يأتي:

صفحة 15

تأكد

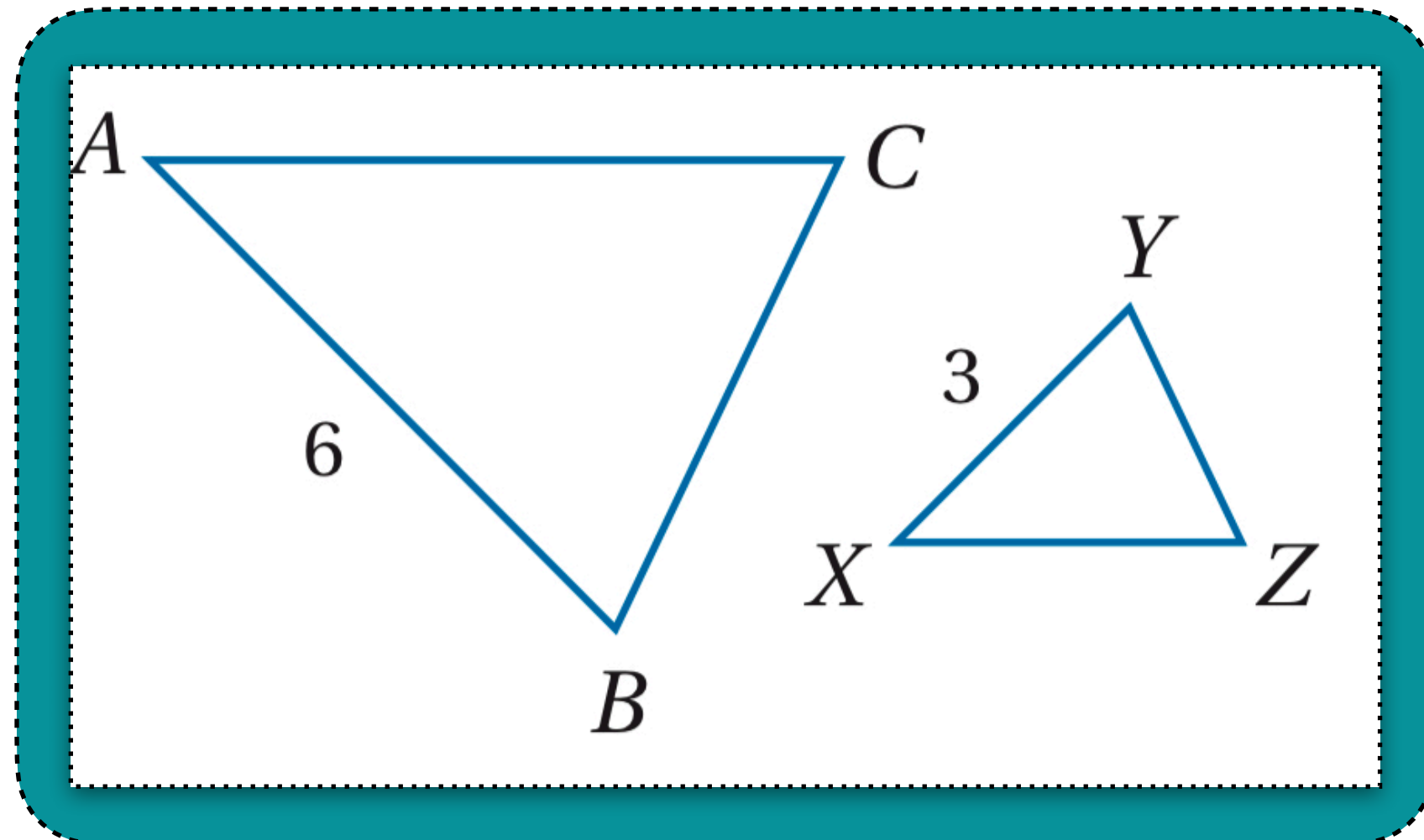
$$\triangle ABC \sim \triangle ZYX \quad (1)$$





معامل التشابه

أو عامل المقياس هو النسبة بين طولي ضلعين متناظرين المضلعين متشابهين ويعتمد
معامل التشابه على ترتيب المقارنة



ففي الشكل المجاور $\Delta ABC \sim \Delta XYZ$

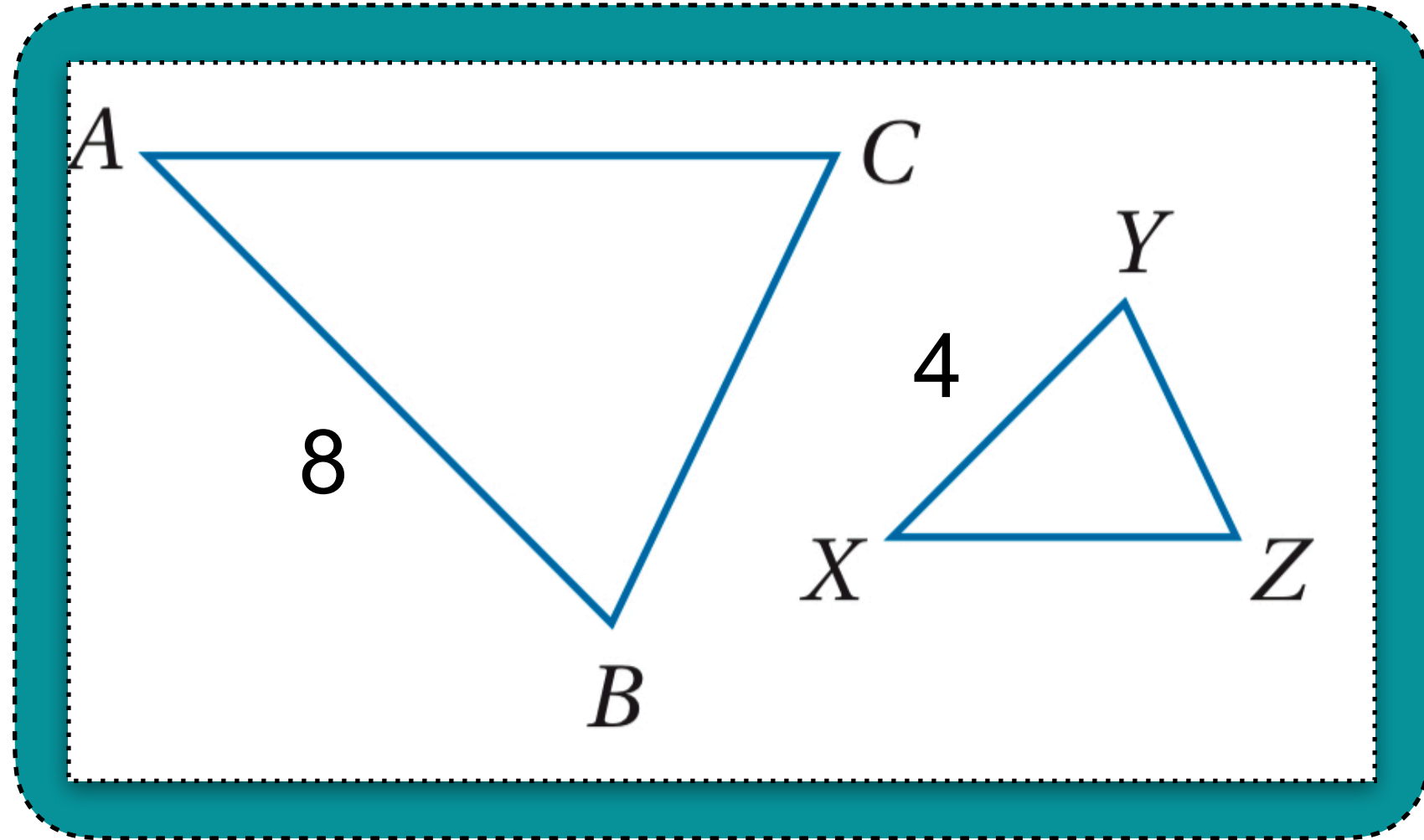
ومعامل تشابه ΔABC إلى ΔXYZ يساوي $\frac{6}{3}$ أو 2

بينما معامل تشابه ΔXYZ إلى ΔABC يساوي $\frac{3}{6}$ أو $\frac{1}{2}$

معامل التشابه بين مضلعين متشابهين يسمى **نسبة التشابه** أحياناً



ما معامل التشابه من ΔABC إلى ΔXYZ .



4 (B)

8 (D)

$\frac{1}{2}$ (A)

2 (C)



شروط تشابه مضلعين

- الزوايا المتناظرة متطابقة
- الأضلاع المتناظرة متناسبة

معامل [نسبة] التشابه

معامل التشابه هو النسبة بين طولي ضلعين متناظرين لمضلعين متشابهين

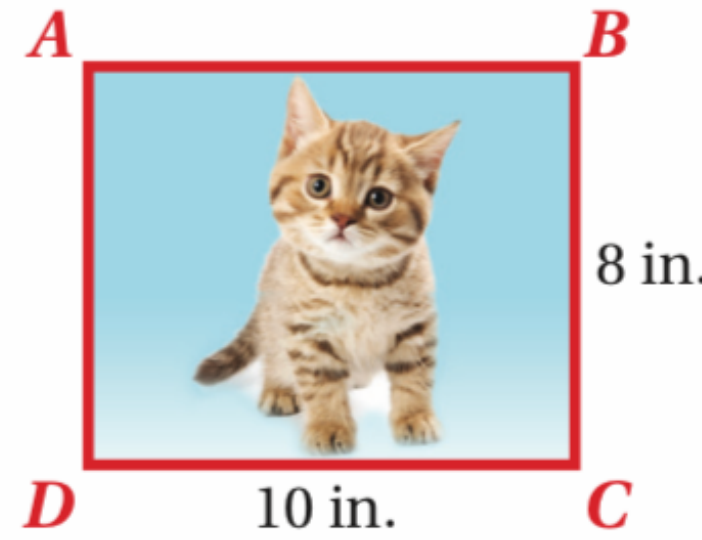


تحديد المضلعات المتشابهة

مثال 2 صفحة 13

إرشادات للدراسة

تناسب المستطيلات:
لاختبار تناسب أضلاع
مستطيلين، يكفي اختبار
تناسب ضلعين متتالين
من المستطيل الأول مع
الضلعين المناظرين
لهما في المستطيل
الثاني؛ لأن المستطيل
فيه كل ضلعين متقابلين
متطابقان.



صور: يريد كمال أن يستعمل الصورة المستطيلة الشكل المجاورة خلفية لشاشة الحاسوب، ولكنه يحتاج لتغيير أبعادها، حدد ما إذا كانت كلٌّ من الصورتين المستطيلتين الآتيتين مشابهةً لها أم لا؟ وإذا كانت كذلك، فاكتب عبارة التشابه ومعامل التشابه. وضح إجابتك.

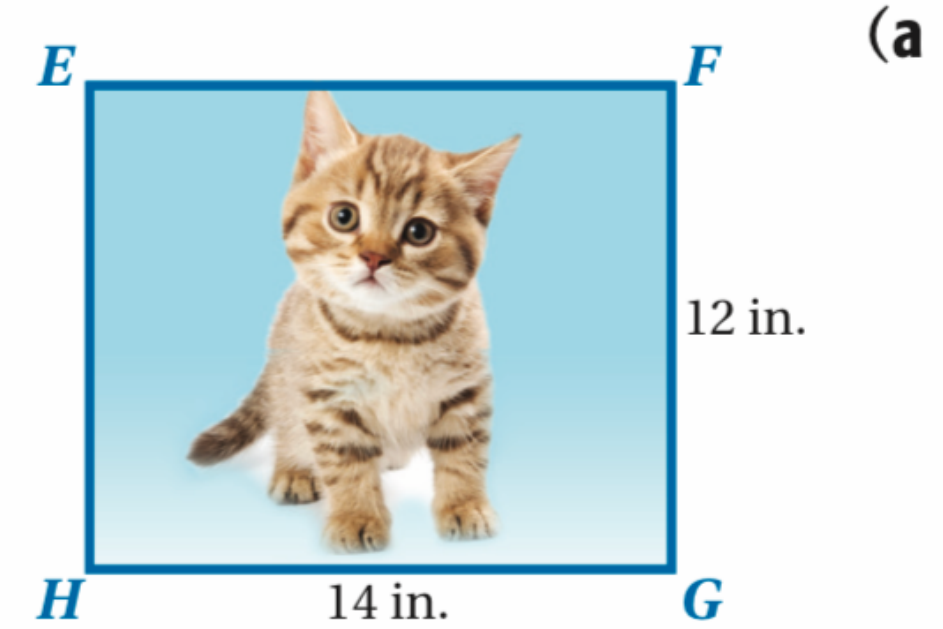
(a) **الخطوة 1:** قارن الزوايا المتناظرة.

بما أن جميع زوايا المستطيل قوائم، والزوايا القوائم متطابقة، فإن الزوايا المتناظرة متطابقة.

الخطوة 2: قارن النسب بين أطوال الأضلاع المتناظرة.

$$\frac{BC}{FG} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3} \quad \frac{DC}{HG} = \frac{10}{14} = \frac{5}{7}$$

وحيث إن $\frac{5}{7} \neq \frac{2}{3}$ ، فإن الأضلاع المتناظرة غير متناسبة، وعليه فإن $ABCD \neq EFGH$ إذن فالصورتان غير متشابهتين.



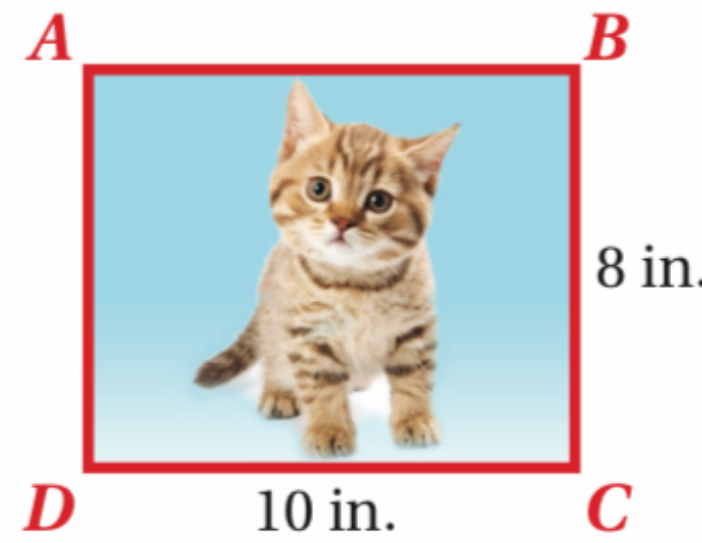


تحديد المضلعات المتشابهة

مثال 2 صفحة 13

إرشادات للدراسة

تناسب المستطيلات:
لاختبار تناسب أضلاع
مستطيلين، يكفي اختبار
تناسب ضلعين متتالين
من المستطيل الأول مع
الضلعين المناظرين
لهما في المستطيل
الثاني؛ لأن المستطيل
فيه كل ضلعين متقابلين
متطابقان.

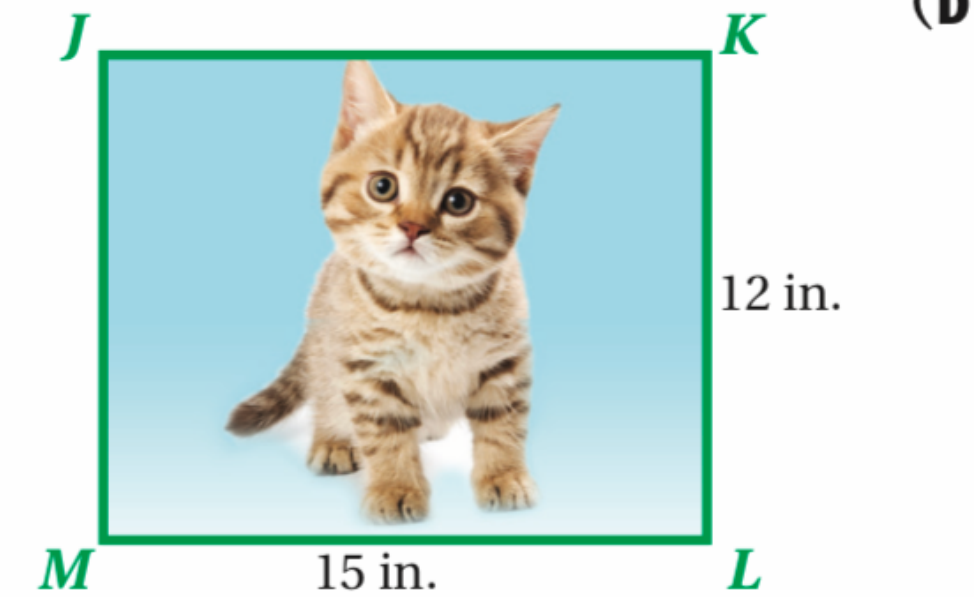


صور: يريد كمال أن يستعمل الصورة المستطيلة الشكل المجاورة خلفيّة لشاشة الحاسوب، ولكنه يحتاج لتغيير أبعادها، حدّد ما إذا كانت كلّ من الصورتين المستطيلتين الآتيتين مشابهة لها أم لا؟ وإذا كانت كذلك، فاكتب عبارة التشابه ومعامل التشابه. وضّح إجابتك.

(b) **الخطوة 1:** بما أنّ $ABCD, JKLM$ مستطيلان، فإن الزوايا المتناظرة متطابقة.
الخطوة 2: قارن النسب بين أطوال الأضلاع المتناظرة.

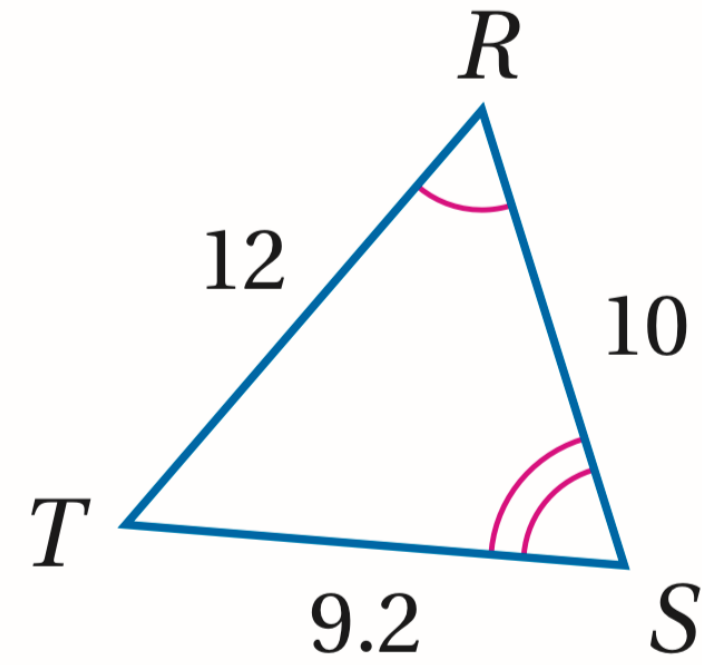
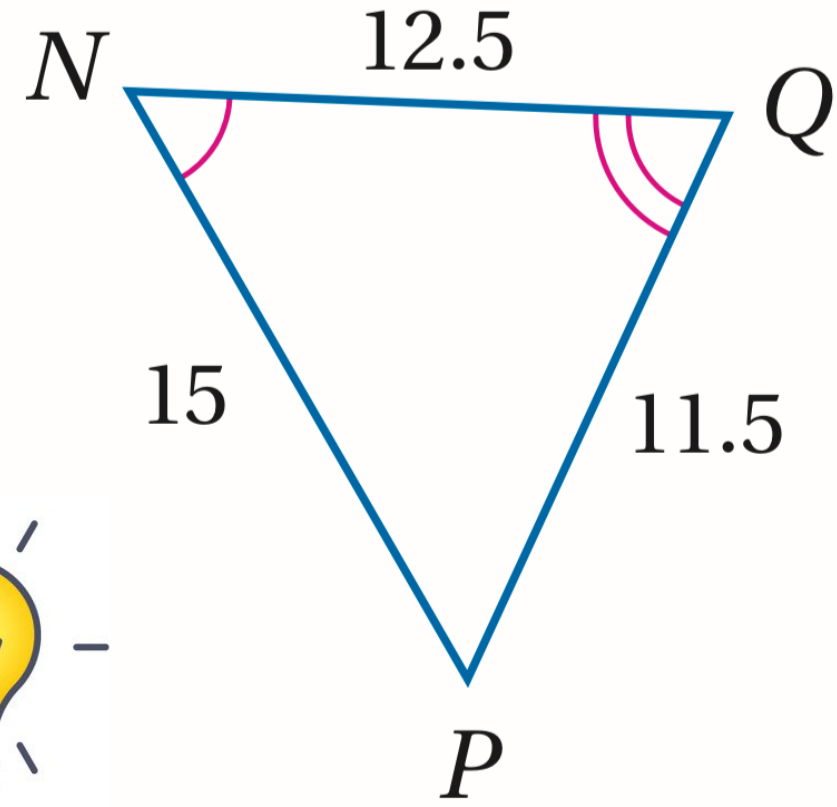
$$\frac{BC}{KL} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3} \quad \frac{DC}{ML} = \frac{10}{15} = \frac{2}{3}$$

وحيث إن $\frac{2}{3} = \frac{2}{3}$ ، فإن الأضلاع المتناظرة متناسبة، وعليه فإن $ABCD \sim JKLM$ ؛ إذن فالصورتان متشابهتان ومعامل تشابه $ABCD$ إلى $JKLM$ يساوي $\frac{2}{3}$.





تحقق من فهمك 2 صفحة 13



2) حدّد ما إذا كان المثلثان متشابهين أم لا؟ وإذا كانا كذلك، فاكتب عبارة التشابه ومعامل التشابه، ووضّح إجابتك.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

إرشادات للدراسة

التحقق من صحة

الحل:

للتحقق من معامل

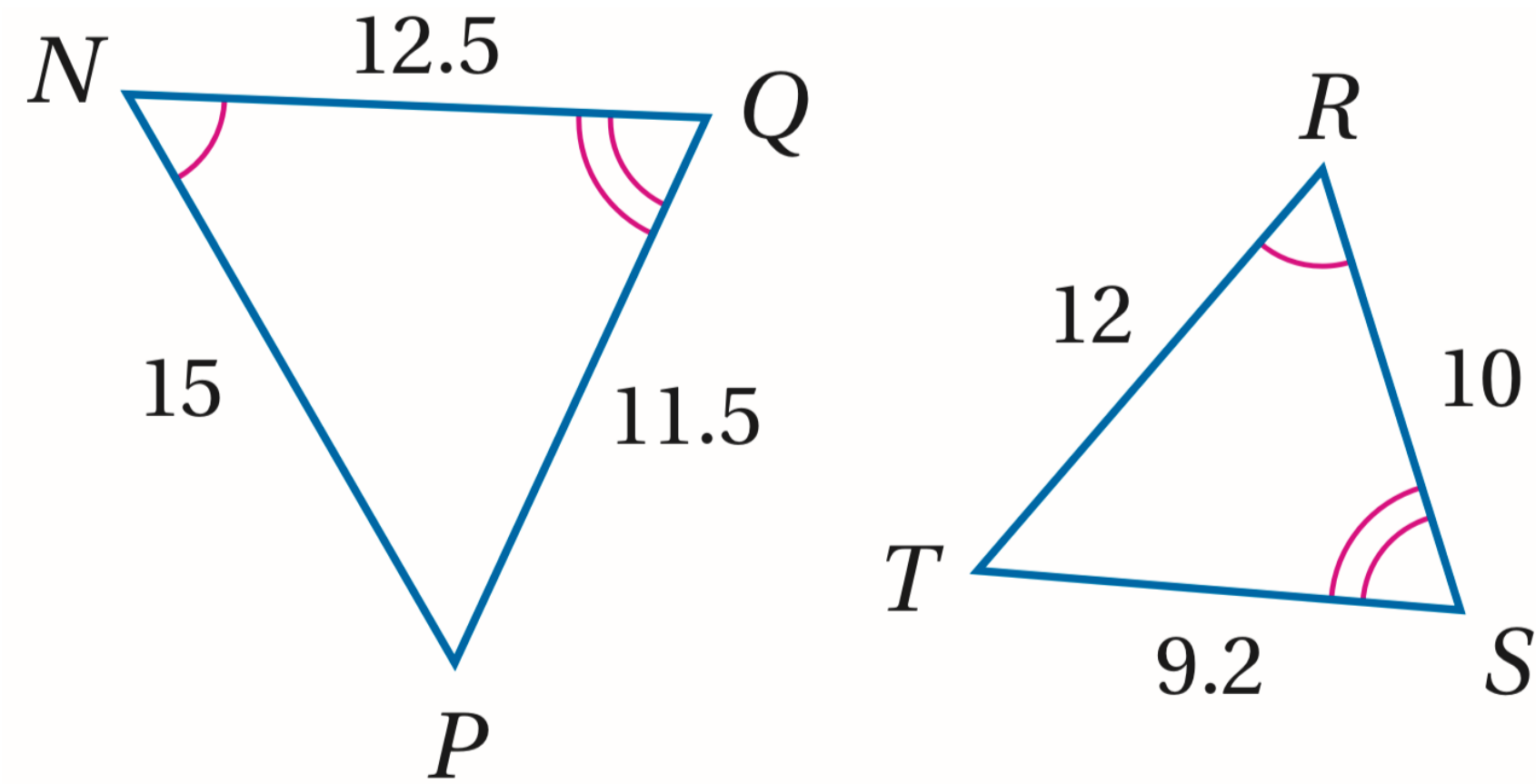
التشابه، أوجد النسبة

بين طولي ضلعين

متناظرين آخرين.



تحقق من فهمك 2 صفحة 13



2) حدّد ما إذا كان المثلثان متشابهين أم لا؟ وإذا كانا كذلك، فاكتب عبارة التشابه ومعامل التشابه، ووضّح إجابتك.

الزوايا $\angle N \cong \angle R$

$\angle Q \cong \angle S$

نظرية الزاوية الثالثة $\angle P \cong \angle T$

$$\frac{NQ}{RS} = \frac{12.5}{10} = \frac{5}{4} \quad \frac{QP}{ST} = \frac{11.5}{9.2} = \frac{5}{4} \quad \frac{PN}{TR} = \frac{15}{12} = \frac{5}{4}$$

الأضلاع

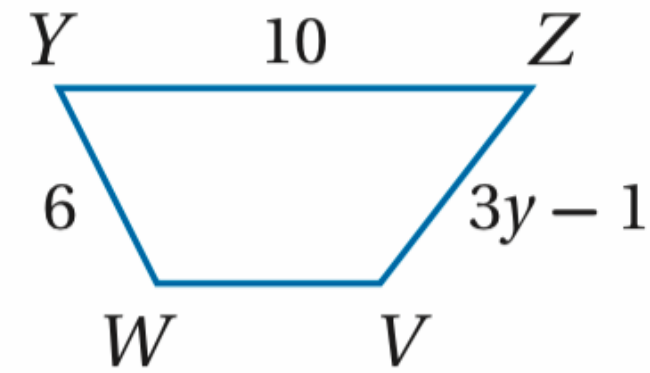
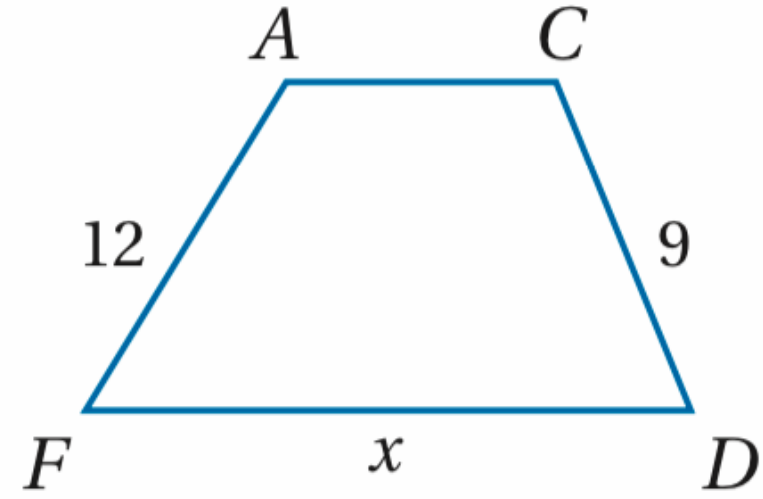
نعم المثلثان متشابهان

عبارة التشابه $\triangle NQP \sim \triangle RST$ معامل التشابه $\frac{5}{4}$



استعمال الأشكال المتشابهة لإيجاد القيم المجهولة

مثال 3 صفحة 14



في الشكل المجاور، $ACDF \sim VWYZ$.

(a) أوجد قيمة x .

(b) أوجد قيمة y .

استعمل أطوال الأضلاع المتناظرة لكتابة تناسب

الأضلاع المتناظرة متناسبة

$$\frac{CD}{WY} = \frac{FA}{ZV}$$

$$\frac{9}{6} = \frac{12}{3y-1}$$

$$CD = 9, WY = 6, FA = 12, ZV = 3y - 1$$

$$9(3y - 1) = 6(12)$$

خاصية الضرب التبادلي

$$27y - 9 = 72$$

بالضرب

$$27y = 81$$

بإضافة 9 لكلا الطرفين

$$y = 3$$

بقسمة كلا الطرفين على 27

$$\frac{CD}{WY} = \frac{DF}{YZ}$$

الأضلاع المتناظرة متناسبة

$$\frac{9}{6} = \frac{x}{10}$$

$$CD = 9, WY = 6, DF = x, YZ = 10$$

$$9(10) = 6(x)$$

خاصية الضرب التبادلي

$$90 = 6x$$

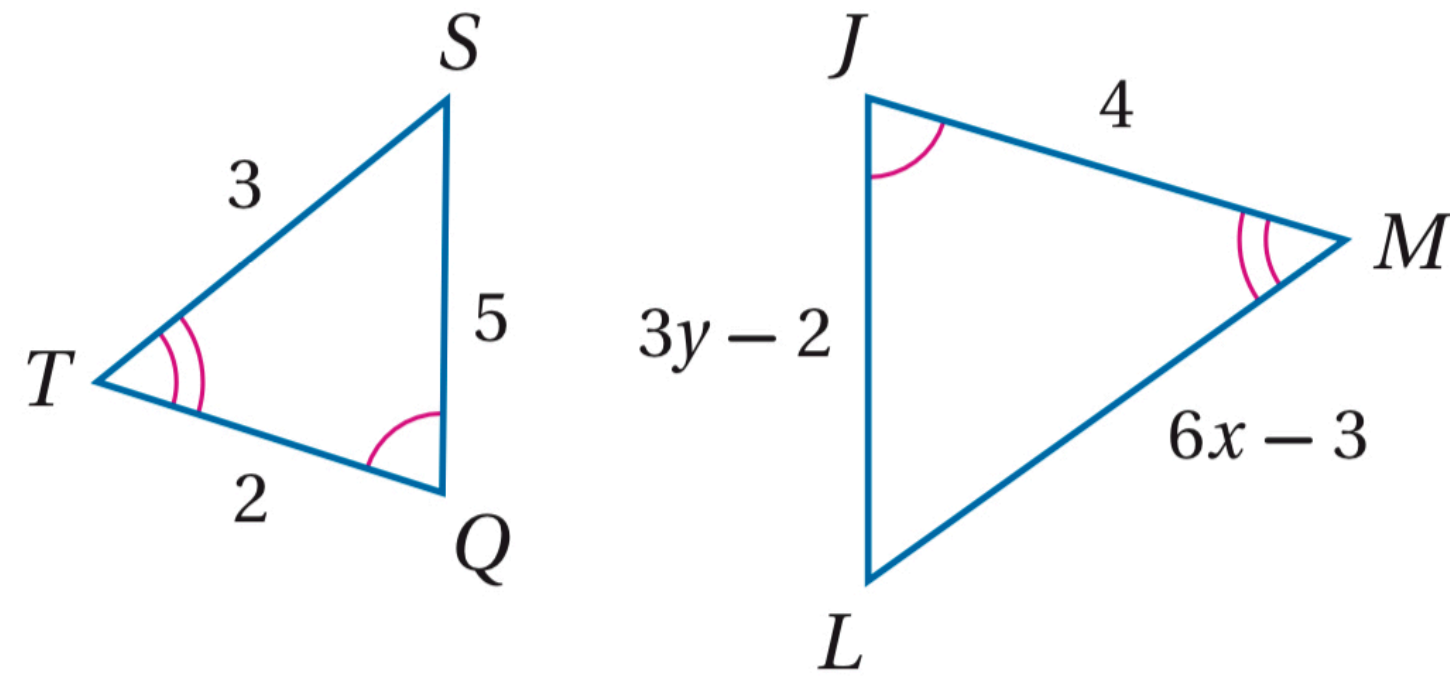
بالضرب

$$15 = x$$

بقسمة كلا الطرفين على 6



تحقق من فهمك 3 صفحة 14



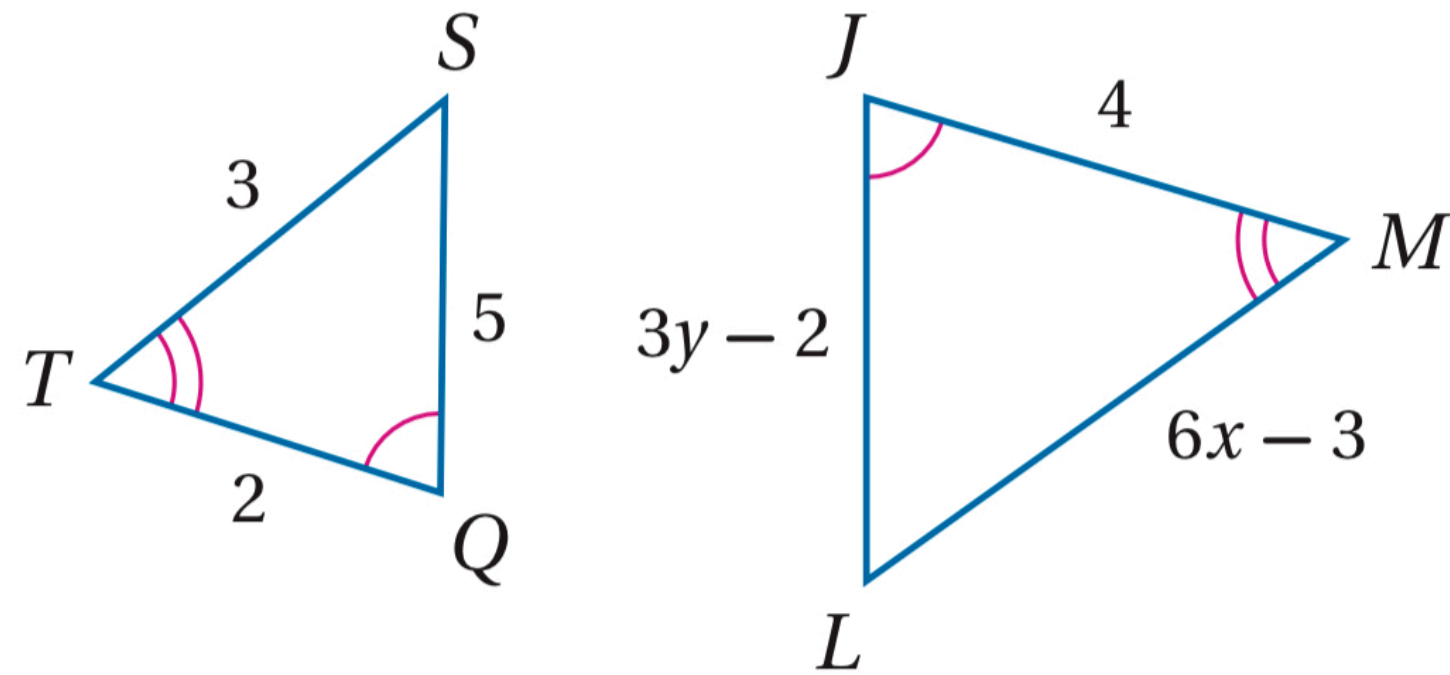
إذا كان $\Delta JLM \sim \Delta QST$ ، فأوجد قيمة المتغير في كل مما يأتي:

x (3A)

y (3B)



تحقق من فهمك 3 صفحة 14



إذا كان $\triangle JLM \sim \triangle QST$ ، فأوجد قيمة المتغير في كلِّ مما يأتي:

x (3A)

y (3B)

$$\frac{JL}{QS} = \frac{LM}{ST} = \frac{MJ}{TQ}$$

$$\frac{3y - 2}{5} = \frac{6x - 3}{3} = \frac{4}{2}$$

● قيمة x

بالجمع

$$12x = 18$$

بالقسمة

$$x = \frac{18}{12} = \frac{3}{2} = 1.5$$

ضرب تبادلي

$$\frac{6x - 3}{3} = \frac{4}{2}$$

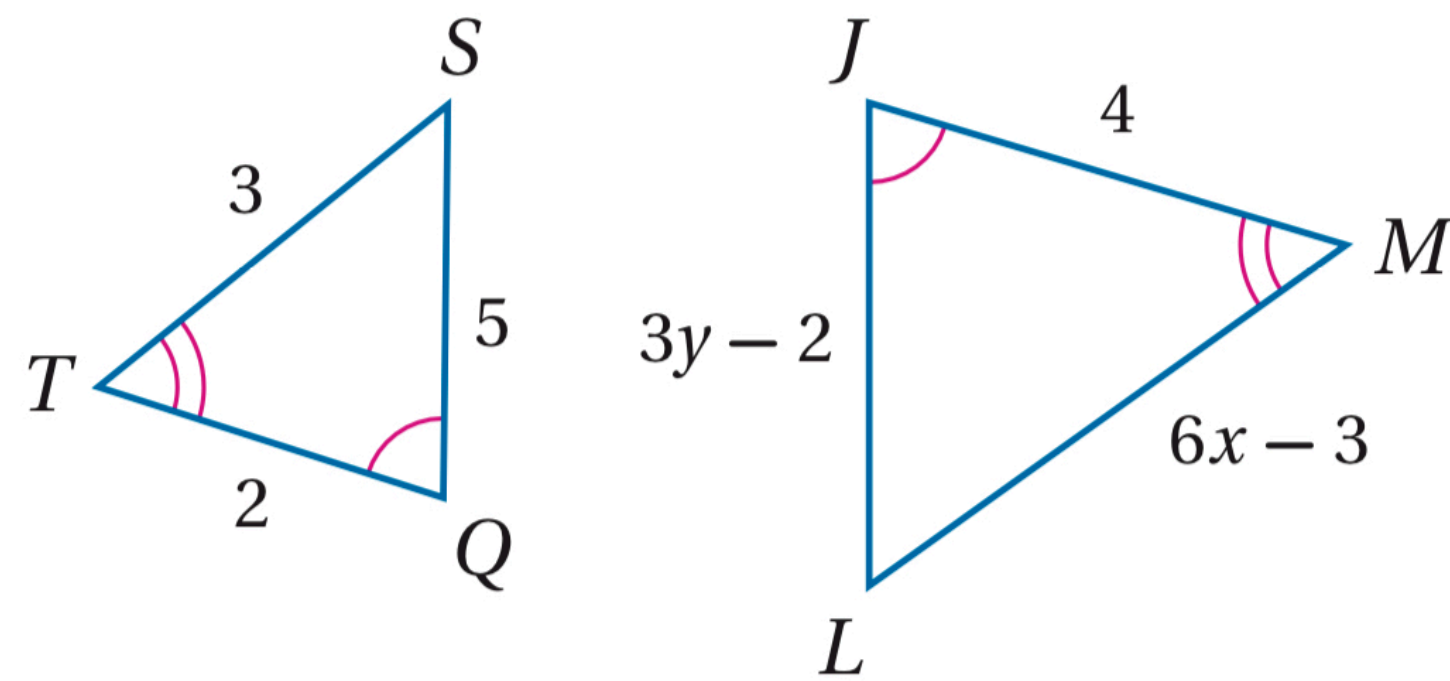
$$2(6x - 3) = 3(4)$$

بالتوزيع

$$12x - 6 = 12$$



تحقق من فهمك 3 صفحة 14



إذا كان $\Delta JLM \sim \Delta QST$ ، فأوجد قيمة المتغير في كلِّ

مما يأتي:

x (3A)

y (3B)

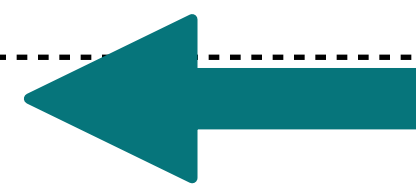
$$\frac{JL}{QS} = \frac{LM}{ST} = \frac{MJ}{TQ}$$

$$\frac{3y - 2}{5} = \frac{6x - 3}{3} = \frac{4}{2}$$

● قيمة y

بالجمع $6y = 24$

بالقسمة $y = 4$



$$\frac{3y - 2}{5} = \frac{4}{2}$$

ضرب تبادلي $2(3y - 2) = 5(4)$

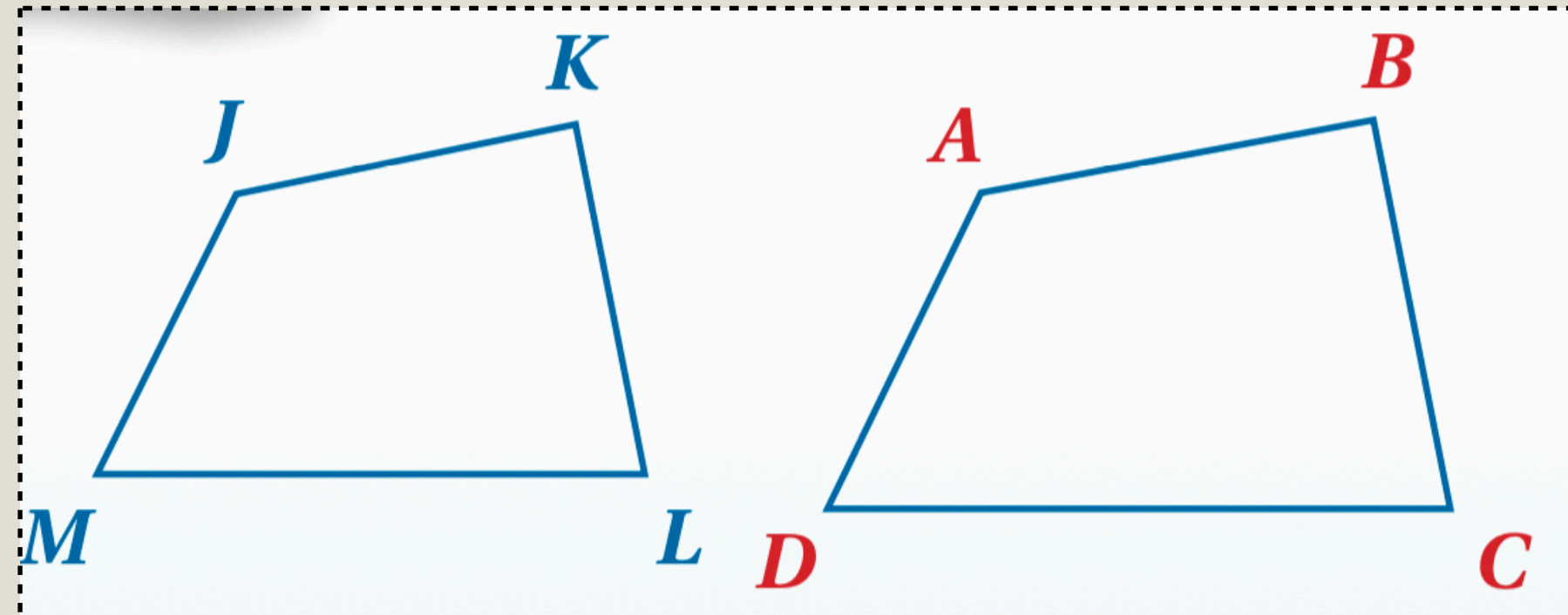
بالتوزيع

$$6y - 4 = 20$$



نظرية محيط المضلعين المتشابهين

إذا تشابه مضلعان، فإن النسبة بين محيطيهما تساوي معامل التشابه بينهما.



مثال: إذا كان $ABCD \sim JKLM$ ، فإن:

$$\frac{AB}{JK} = \frac{BC}{KL} = \frac{CD}{LM} = \frac{DA}{MJ} = \frac{AB + BC + CD + DA}{JK + KL + LM + MJ}$$



استعمال معامل التشابه لإيجاد المحيط

مثال 4 صفحة 15

إذا كان $ABCDE \sim PQRST$ ، فأوجد معامل تشابه $ABCDE$ إلى $PQRST$ ومحيط كل مضلع.

معامل تشابه $ABCDE$ إلى $PQRST$ يساوي $\frac{CD}{RS}$ أي $\frac{4}{3}$.

وبما أن: $\overline{BC} \cong \overline{AB}, \overline{AE} \cong \overline{CD}$

فإن محيط $ABCDE$ يساوي $8 + 8 + 4 + 6 + 4$ أي 30.

استعمل محيط $ABCDE$ ، ومعامل التشابه لكتابة تناسب.

افترض أن محيط $PQRST$ يساوي x .

النظرية 2.1

$$\frac{4}{3} = \frac{\text{محيط } ABCDE}{\text{محيط } PQRST}$$

بالتعويض

$$\frac{4}{3} = \frac{30}{x}$$

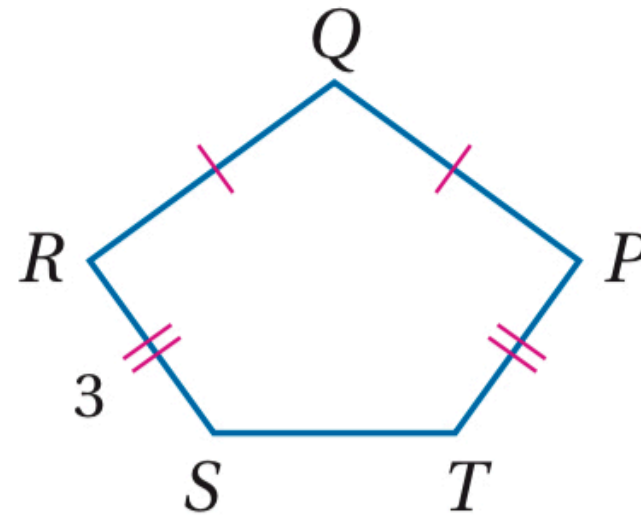
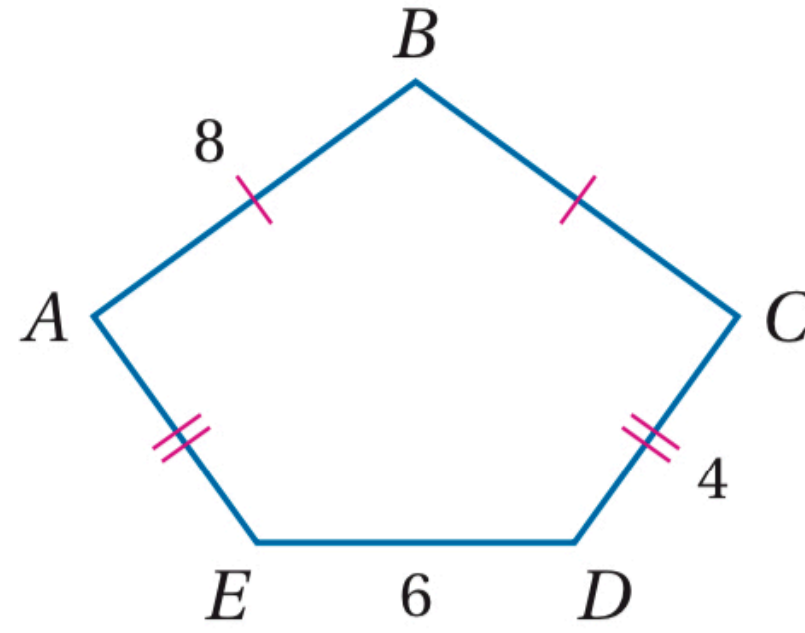
خاصية الضرب التبادلي

$$(3)(30) = 4x$$

بقسمة كلا الطرفين على 4

$$22.5 = x$$

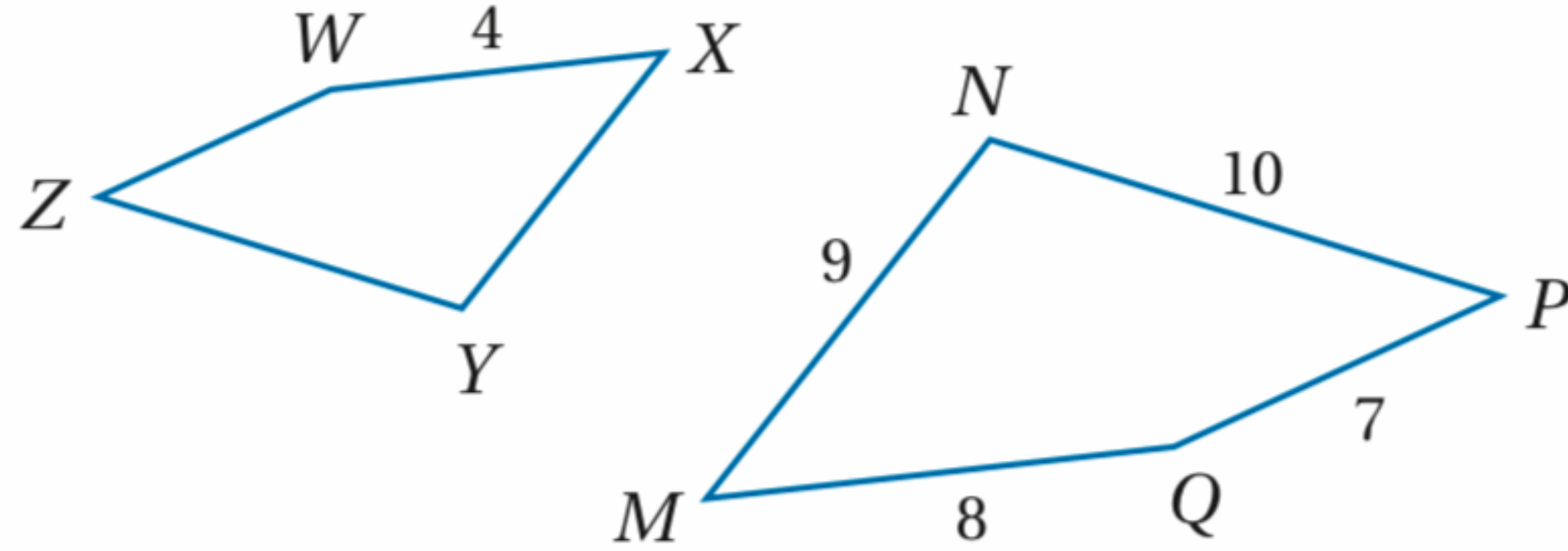
إذن محيط $PQRST$ يساوي 22.5.



المحيط:
تذكر أن المحيط هو المسافة حول الشكل، وعندما تريد إيجاد محيط مضلع، احرص على أن تجد مجموع أطوال جميع أضلاعه، وقد تستعمل قوانين هندسية؛ لإيجاد أطوال الأضلاع غير المعطاة.



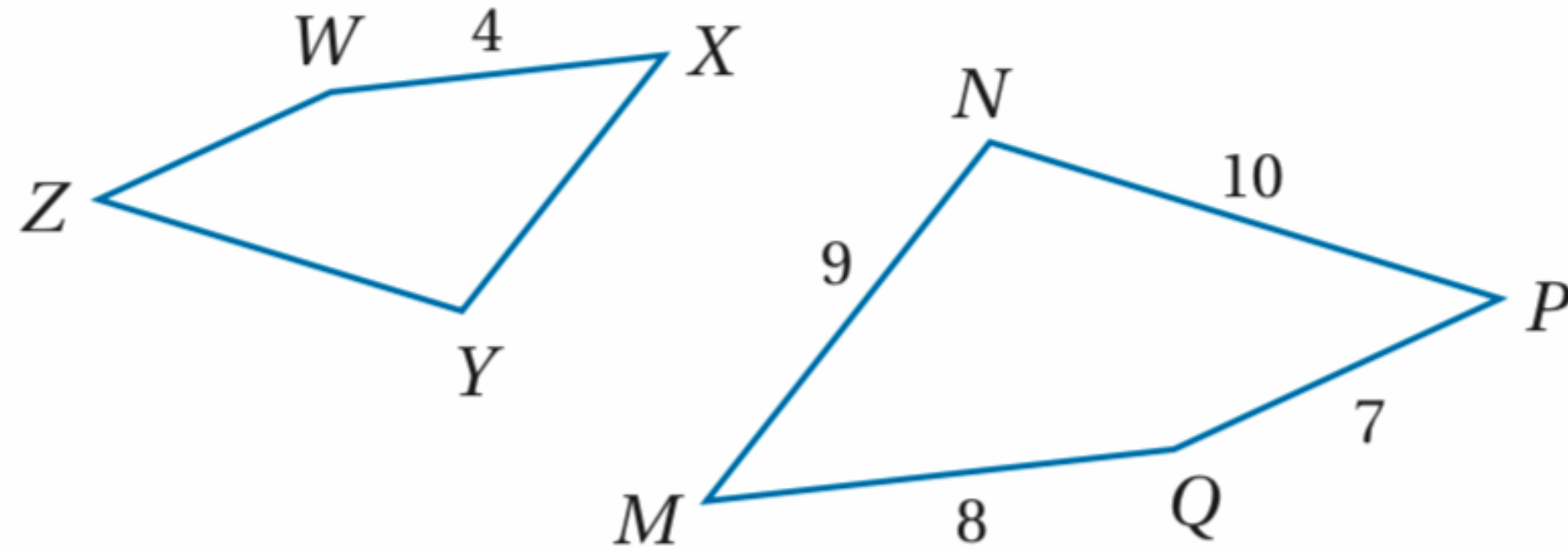
تحقق من فهمك 4 صفحة 15



4 إذا كان $MNPQ \sim XYZW$ ، فأوجد معامل تشابه $MNPQ$ إلى $XYZW$ ، ومحيط كل مضلع.



تحقق من فهمك 4 صفحة 15



● محيط XYZW

4 إذا كان $MNPQ \sim XYZW$ ، فأوجد معامل تشابه $MNPQ$ إلى $XYZW$ ، ومحيط كل مضلع.

● معامل التشابه

$$\frac{\text{محيط } MNPQ}{\text{محيط } XYZW} = \frac{QM}{WX}$$

$$\frac{QM}{WX} = \frac{8}{4} = \frac{2}{1}$$

$$\frac{34}{x} = \frac{2}{1}$$

$$2x = 34$$

● محيط $MNPQ$ $7 + 8 + 9 + 10 = 34$

$$x = 17$$



14 طول المستطيل $ABCD$ يساوي 20 m ، وعرضه 8 m . وطول المستطيل $QRST$ المشابه له يساوي 40 m .
أوجد معامل تشابه المستطيل $ABCD$ إلى المستطيل $QRST$ ، ومحيط كل منهما .



(17) إذا كان معامل التشابه بين مستطيلين متشابهين 1:2، ومحيط المستطيل الكبير 80 m، فأوجد محيط المستطيل الصغير.



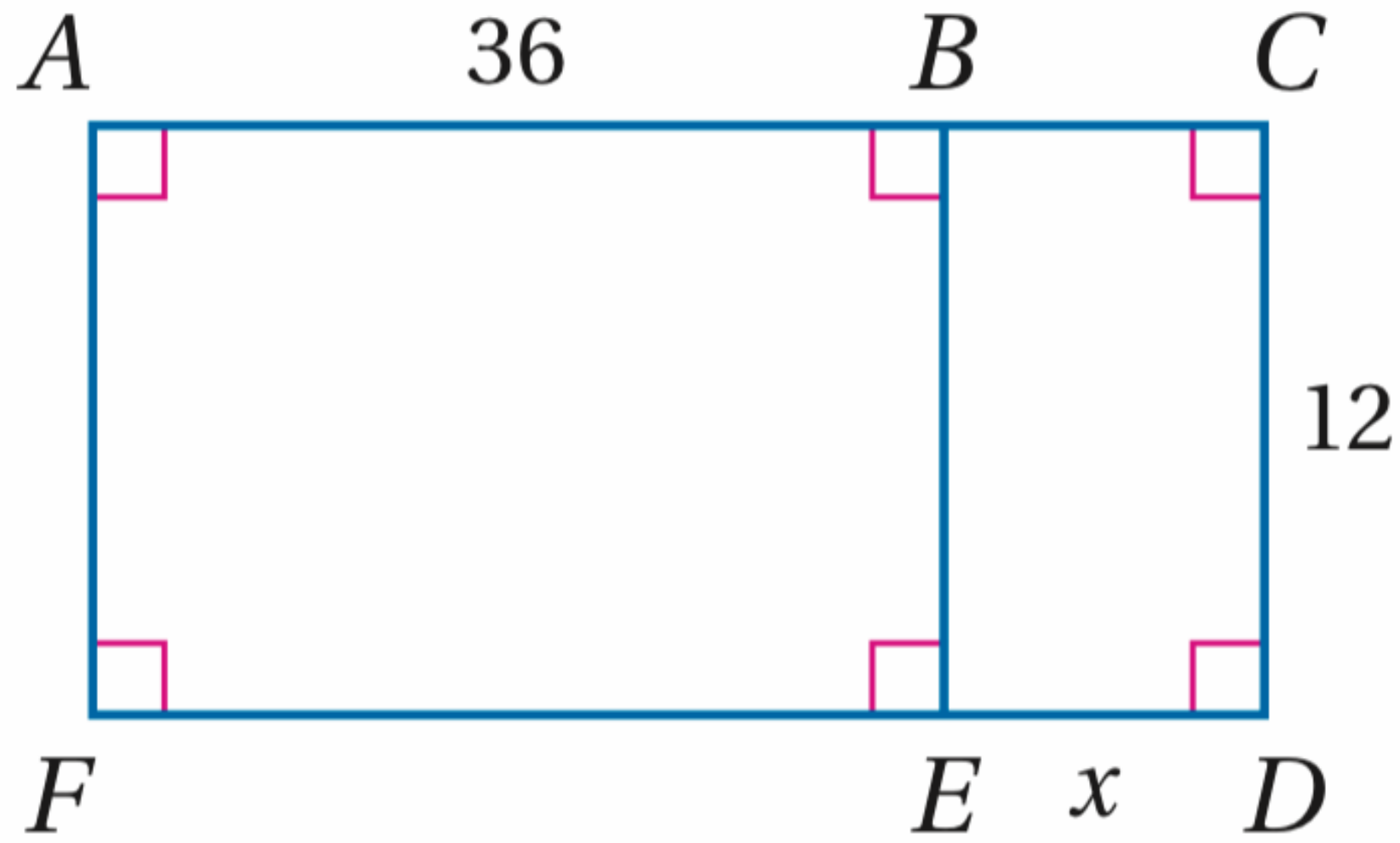
(17) إذا كان معامل التشابه بين مستطيلين متشابهين 1:2، ومحيط المستطيل الكبير 80 m، فأوجد محيط المستطيل الصغير.

$$\frac{\text{محيط المستطيل الصغير}}{\text{محيط المستطيل الكبير}} = \frac{1}{2}$$

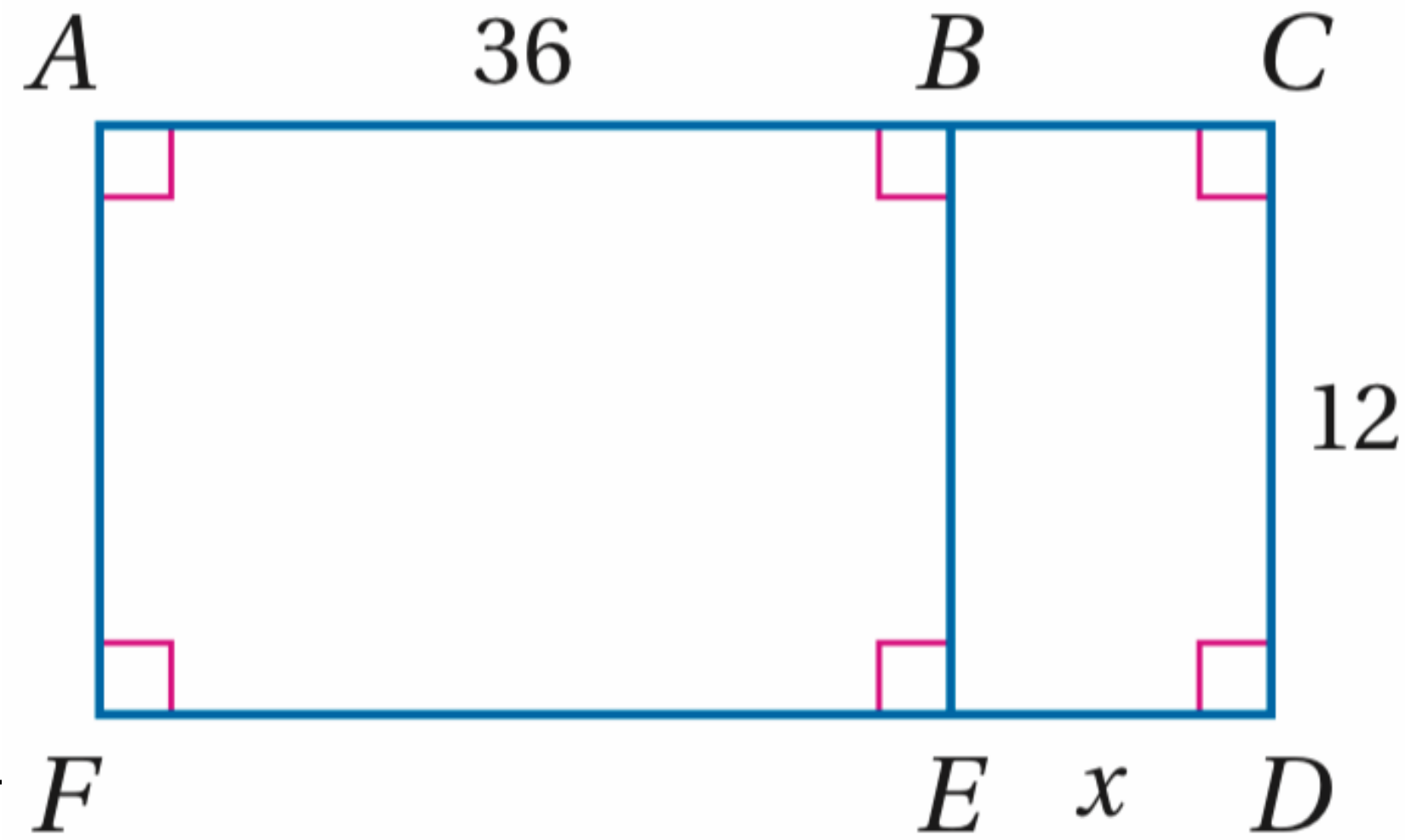
$$\frac{x}{80} = \frac{1}{2}$$

$$2x = 80$$

$$x = 40$$



(37) تحدّد: في الشكل المجاور، ما قيمة (قيم) x التي تجعل $BEFA \sim EDCB$ ؟



(37) تحدّ: في الشكل المجاور، ما قيمة (قيم) x التي تجعل $BEFA \sim EDCB$ ؟

$$\frac{BE}{ED} = \frac{AB}{BE}$$

$$\frac{12}{x} = \frac{36}{12}$$

$$36x = 144$$

$$x = 4$$



14 طول المستطيل $ABCD$ يساوي 20 m ، وعرضه 8 m . وطول المستطيل $QRST$ المشابه له يساوي 40 m .
أوجد معامل تشابه المستطيل $ABCD$ إلى المستطيل $QRST$ ، ومحيط كل منهما .

● محيط $QRST$

$$\frac{56}{x} = \frac{1}{2}$$

$$x = 2(56)$$

$$x = 112\text{m}$$

● معامل التشابه

$$\frac{20}{40} = \frac{1}{2}$$

● محيط $ABCD$

$$2(20 + 8) = 56\text{m}$$



تحصيلي

صفحة 19

تدرب على اختبار

43) إذا كان $PQRS \cong JKLM$ ومعامل تشابه $PQRS$ إلى $JKLM$ يساوي 4:3، وكان $QR = 8 \text{ cm}$ فما طول KL ؟

8 cm C

24 cm A

6 cm D

$10\frac{2}{3}$ cm B



تحصيلي

صفحة 19

تدرب على اختبار

(43) إذا كان $PQRS \cong JKLM$ ومعامل تشابه $PQRS$ إلى $JKLM$ يساوي 4:3 ، وكان $QR = 8 \text{ cm}$ فما طول KL ؟

8 cm **C**

24 cm **A**

6 cm **D**

$10\frac{2}{3}$ cm **B**

$$\frac{4}{3} = \frac{QR}{KL}$$



$$\frac{4}{3} = \frac{8}{KL}$$

$$4KL = 3(8)$$



تحصيلي

صفحة 19

تدرب على اختبار

44) مستطيلان متشابهان. إذا كان معامل التشابه بينهما 3:5،
ومحيط المستطيل الكبير 65 m، فما محيط المستطيل
الصغير؟

49 m C

29 m A

59 m D

39 m B



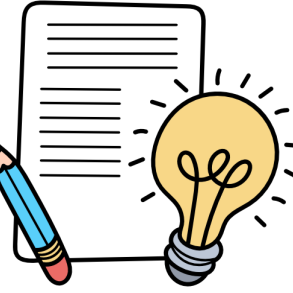
تعلمنا في هذا الدرس:

نظرية محيط المضلعين المتشابهين



إذا تشابه مضلعين فإن النسبة بين
محيطيهما تساوي معامل التشابه
بينهما

شروط تشابه مضلعين



- الزوايا المتناظرة متطابقة
- الأضلاع المتناظرة متناسبة

معامل [نسبة] التشابه



معامل التشابه هو النسبة بين
طولي ضلعين متناظرين لمضلعين
متشابهين