

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ





اللهم إنا نسألك علماً نافعاً وعملاً متقبلاً
اللهم يا معلم آدم علمنا ويا مفرهم سليمان فرمنا
يا مؤتي لقمان الحكمة آتنا الحكمة وفصل الخطاب.



رب اجعل هذا البلد آمنا
مطعمنا و سائر بلاد العسليين



اعداد المعلمة: عهود جويهر



درست سابقاً

حل أنظمة معادلات خطية جبرياً



اعداد المعلمة: عهود جويهر

النظير الضربي للمصفوفة
وأنظمة المعادلات الخطية

المحددات وقاعدة كرامر

مقدمة في المصفوفات

ضرب المصفوفات

العمليات على المصفوفات

المصفوفات

التظير الضريبي للمصفوفة وأنظمة المعادلات الخطية



اعداد المعلمة: عهود جويهر

المفردات



مصفوفة الوحدة

identity matrix

النظير الضربي للمصفوفة

inverse matrix

المعادلة المصفوفية

matrix equation

مصفوفة الثوابت

constant matrix

مصفوفة المتغيرات

variable matrix

الأهداف



■ أجد النظير الضربي

لمصفوفة من النوع

2×2 .

■ أكتب معادلات مصفوفية

لنظام من معادلتين

وأحلها .

لماذا؟

يبين الشكل المجاور أسعار وجبة الغداء في مطعم. ولتحديد سعر كل من الشطيرة، وعلبة المقبلات، وعلبة العصير، يمكنك إيجاد قيم المتغيرات w, s, d التي تحقق المساواة:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \\ 4 & 3 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ s \\ d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 19 \\ 38 \end{bmatrix}$$

حيث w تمثل سعر الشطيرة، و s تمثل سعر علبة المقبلات، و d تمثل سعر علبة العصير.



يتناول الدرس دراسة ٣ محاور أساسية



3

حل نظام من معادلتين باستعمال
المعادلات المصفوفية



2

إيجاد النظير الضربي
للمصفوفة



1

التحقق من النظير
الضربي

1



التحقق من النظير الضربي

مصفوفة الوحدة ونظير المصفوفة الضربي: تذكر أن عددين من الأعداد الحقيقية يكون كلُّ منهما نظيراً ضربياً للآخر إذا كان حاصل ضربهما هو العنصر المحايد لعملية الضرب. وكذلك الحال في المصفوفات، فإن **مصفوفة الوحدة** هي مصفوفة مربعة جميع عناصر قطرها الرئيس تساوي واحداً، والباقي أصفار.

مصفوفة وحدة من النوع 3×3

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

مصفوفة وحدة من النوع 2×2

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

التعبير اللفظي: المصفوفة المحايدة لعملية الضرب ورمزها \underline{I} هي مصفوفة الوحدة، والتي إذا ضربت في أي مصفوفة أخرى من الرتبة نفسها كان الناتج هو المصفوفة الأخرى.

لأي مصفوفة مربعة A لها رتبة مصفوفة الوحدة \underline{I} نفسها،
فإن $\underline{A} \cdot \underline{I} = \underline{I} \cdot \underline{A} = \underline{A}$.

الرموز: إذا كانت $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ ، و $\underline{I} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ فإن

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -4 \end{bmatrix}$$

مثال:

مثال 1

التحقق من النظير الضربي

حدّد ما إذا كانت كلّ من المصفوفتين تمثل نظيراً ضربياً للأخرى أم لا فيما يأتي:

تحقق من فهمك



$$\underline{X} = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}, \underline{Y} = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{1}{6} \\ \frac{1}{3} & -\frac{2}{3} \end{bmatrix} \quad (1)$$



مثال 1

التحقق من النظير الضربي

حدّد ما إذا كانت كلّ من المصفوفتين تمثل نظيراً ضربياً للأخرى أم لا فيما يأتي:

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}, \underline{B} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$



2

إيجاد التطير الضربي للمصفوفة



يمكنك استعمال المحدّات؛ لإيجاد النظير الضربي لمصفوفة ما.

مفهوم أساسي

النظير الضربي للمصفوفة من النوع 2×2

النظير الضربي للمصفوفة $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ هو $A^{-1} = \frac{1}{|A|} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$ وذلك إذا كانت $|A| \neq 0$.

أضف إلى

مطوبتك



وزارة التعلّم

Ministry of Education

11 - 1443

لاحظ أنه إذا كانت قيمة محدّدة مصفوفة ما تساوي صفراً، فليس للمصفوفة نظير ضربي.

مثال 2

إيجاد النظير الضربي للمصفوفة

أوجد النظير الضربي لكل مصفوفة فيما يأتي، إن وجد:

$$\underline{T} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -4 & 3 \end{bmatrix} \quad (2B)$$

$$\underline{D} = \begin{bmatrix} 3 & 7 \\ 1 & -4 \end{bmatrix} \quad (2A)$$



أوجد النظير الضربي لكل مصفوفة فيما يأتي، إن وجد:

$$\begin{bmatrix} -5 & -4 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$\begin{bmatrix} 6 & 3 \\ 8 & 4 \end{bmatrix} \quad (13)$$



3

حل نظام من معادلتين
باستعمال المعادلات
المصفوفية



المعادلات المصفوفية : يمكنك استعمال المصفوفات لتمثيل نظام من المعادلات وحله. فمثلاً، يمكنك كتابة **معادلة مصفوفية** لحل نظام معادلتين خطيتين:

$$\begin{aligned} ax + by &= m \\ fx + gy &= n \end{aligned} \rightarrow \begin{bmatrix} ax + by \\ fx + gy \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m \\ n \end{bmatrix}$$

وَممكنك التعبير عما سبق بالمعادلة المصفوفية الآتية:

$$\begin{bmatrix} a & b \\ f & g \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m \\ n \end{bmatrix}$$

مصفوفة المعاملات

مصفوفة المتغيرات

مصفوفة الثوابت

المتغيرات في النظام فقط

الثوابت في النظام فقط



مثال 3 من واقع الحياة

حل نظام من معادلتين باستعمال المعادلة المصفوفية

استعمل معادلة مصفوفية لحل كل نظام فيما يأتي:

$$-2x + y = 9 \quad (6)$$

$$x + y = 3$$



(16) مشتريات: دفع سعد 225 ريالاً لشراء 5 أقلام حبر جافة و 6 أقلام حبر سائلة، بينما دفع ماجد 120 ريالاً لشراء 3 أقلام جافة من النوع نفسه و 3 أقلام سائلة من النوع نفسه. فإذا كان سعر القلم الجاف x . وسعر القلم السائل y ، فاستعمل معادلة مصفوفية؛ لإيجاد سعر القلم الجاف.





اعداد المعلمة: عهود جويهر

شكرا لکن

لا ننسا الواجب