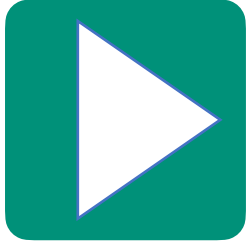


مقدمة في المصفوفات

تمهيد:



اليوم :

التاريخ :

الحمسة :

الاستراتيجية :

فيما سبق :

درستُ حل مسائل باستعمال تنظيم البيانات في جداول .

فكرة الدرس :

- أنظم بيانات في مصفوفة .
- أستعمل العمليات على عناصر صفوف أو أعمدة مصفوفة لتحليل البيانات .

المفردات :

• المصفوفة . • العنصر . • الرتبة . • مصفوفة الصف .

• مصفوفة العمود . • المصفوفة المربعة . • المصفوفة الصفرية . • المصفوفات المتساوية .

إعداد : نورة الحربي ، روحية السلمي .



هاتف محمول: حصل صالح على عدة عروض لشراء هاتف محمول حسب النوع، وسعة الذاكرة، والسعر وحتى يكون قادرًا على المقارنة بين العروض بسهولة، نظم البيانات في مصفوفة كما يلي:

النوع	سعة الذاكرة	السعر	
العروض الأول	a	256	2600
العروض الثاني	b	256	2500
العروض الثالث	c	128	2420
العروض الرابع	d	64	2390

ما عدد الصفوف في مصفوفة الهاتف المحمول؟

ما عدد الأعمدة في مصفوفة الهاتف المحمول؟

ما العدد الظاهر في الصف 3، والعمود 2؟

المصفوفة : هي ترتيب على هيئة مستطيل لمتغيرات أو أعداد في صفوف أفقية و أعمدة رأسية محصورة بين قوسين .

تنظم الأعداد أو البيانات في المصفوفة بحيث يكون الموقع في المصفوفة ذا معنى .

وتسمى كل قيمة في المصفوفة **عنصرًا**

رمز المصفوفة : باستعمال الحروف الكبيرة .

$$A = \begin{bmatrix} 8 & -2 & 5 & 6 \\ -1 & 3 & -3 & 6 \\ 7 & -8 & 1 & 4 \end{bmatrix}$$

ثلاثة صفوف

4 أعمدة

العنصر -1 موجود في الصف 2 ، والعمود 1 ، ويرمز إليه بالرمز a_{21} .

العنصر -8 موجود في الصف 3 ، والعمود 2 ، ويرمز إليه بالرمز a_{32} .

الرتبة : يمكن تحديد نوع المصفوفة برتبتها ، فالمصفوفة المكونة من m صفًا و n عمودًا يقال عنها مصفوفة من الرتبة

$m \times n$ أو من النوع $m \times n$ (تقرأ m في n) . فالمصفوفة A في الأعلى هي مصفوفة من النوع 3×4 .

قراءة الرياضيات

يدل الرمز a_{ij} على
العنصر الواقع في الصف
 i والعمود j من
المصفوفة A .

استعمل المصفوفة $A = \begin{bmatrix} -18 & 6 & 38 \\ 9 & -9 & 22 \end{bmatrix}$ للإجابة عن كل مما يأتي :

(a) حدد رتبة المصفوفة A

$$\begin{matrix} \text{صفان} \\ \begin{bmatrix} -18 & 6 & 38 \\ 9 & -9 & 22 \end{bmatrix} \\ \text{3 أعمدة} \end{matrix}$$

(b) ما قيمة العنصر a_{21} ؟

$$\begin{matrix} \text{صف 2} \rightarrow \\ \begin{bmatrix} -18 & 6 & 38 \\ 9 & -9 & 22 \end{bmatrix} \\ \uparrow \text{عمود 1} \end{matrix}$$

بما ان العنصر a_{21} موجود في الصف 2 ، والعمود 1 ، فان قيمته هي 9 .

بما ان A فيها صفان و 3 أعمدة فان رتبته 2×3 .

تحقق من فهمك :

$$\underline{B} = \begin{bmatrix} 10 & -8 \\ -2 & 19 \\ 6 & -1 \end{bmatrix}$$

(1A) ما رتبة \underline{B} ؟

(1B) ما قيمة b_{32} ؟

تطوير - إنتاج - توثيق

بعض المصفوفات لها تسميات خاصة .

أنواع المصفوفات



تكون **المصفوفتان متساويتين** إذا كانتا من الرتبة نفسها ، وتساوت عناصرهما المتناظرة.

$$\begin{bmatrix} 5 & 6 & 0 \\ 0 & 7 & 2 \\ 3 & 1 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 6 & 0 \\ 0 & 7 & 2 \\ 3 & 1 & 4 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 6 & -5 \end{bmatrix} \neq \begin{bmatrix} 1 & 6 \\ 4 & -5 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} -3 & 4 \\ 6 & 3 \\ 5 & 2 \end{bmatrix} \neq \begin{bmatrix} 4 & 3 & 2 \\ -3 & 6 & 5 \end{bmatrix}$$

المصفوفتان متساويتان.

ليست جميع العناصر المتناظرة متساوية.

المصفوفتان لهما رتبتان مختلفتان.

ملاحظات:

إرشادات للدراسة

العناصر المتناظرة

يدل التناظر على العناصر التي تقع بالضبط في الموقع نفسه من كل مصفوفة.

تستعمل المصفوفات لتنظيم البيانات وتحليلها .

مثال : تنظيم البيانات في مصفوفة

كرة قدم : رصد مدرب احد فرق كرة القدم إنجازات ثلاثة لاعبين في مباريات الموسم الحالي فكانت على النحو الاتي :

ياسر : 20 مباراة ، 31
تسديدة ، 20 تمريرة ، 30
قطع تمريرات ، 4 اهداف

ماجد : 18 مباراة ، 43
تسديدة ، 170 تمريرة ، 40
قطع تمريرات ، 11 اهداف

معاذ : 12 مباراة ، 24
تسديدة ، 113 تمريرة ،
15 قطع تمريرات ، 4
اهداف

(a) نظم البيانات في المصفوفة A ، على ان ترتب أسماء اللاعبين تنازليا حسب عدد التسديدات .

	الأهداف	قطع التمريرات	التمريرات	التسديدات المباريات	
ماجد	11	40	170	43	18
ياسر	4	30	20	31	20
معاذ	4	15	113	24	12

(b) حدد رتبة المصفوفة . وما قيمة a_{23} ؟

هناك 3 صفوف ، و 5 أعمدة ، لذا فان رتبة المصفوفة 5×3 وقيمة العنصر a_{23} الموجودة في الصف 2 ، والعمود 3 ، وهي 20 .

(2) بيتزا : يبين الجدول المجاور الأسعار بالريال لأربعة أنواع من البيتزا بثلاثة احجام في احد المطاعم .

(A) نظم هذه البيانات في مصفوفة A ، على ان تكون الأسعار مرتبة تصاعديا

	صغيرة	وسط	كبيرة
شمار البحر	13	24	35
الخضار	12	23	34
الدجاج	14	25	36
اللحم	15	27	37

(B) حدد رتبة المصفوفة .

(C) ماقيمة العنصر a_{21} .

كرة القدم: إذا أراد مدرب فريق كرة القدم، (في مثال 2) استعمال المصفوفة للحصول على تحليلات إضافية لإحصائيات لاعبيه الثلاثة.

(a) اجمع عناصر كل من العمودين 2 و 3، وفسر النتائج

الأهداف	قطع التمريرات	التمريرات	التسديدات المباريات
11	40	170	18
4	30	20	20
4	15	113	12

مجموع عناصر عمود 2 يساوي 98، وهو يمثل العدد الكلي لتسديدات اللاعبين خلال جميع المباريات،

مجموع عناصر عمود 3 يساوي 303، وهو يمثل العدد الكلي للاعبين خلال جميع المباريات.

(b) أراد المدرب تحديد معدل تسديد اللاعب في المباراة الواحدة، فقرر ان يجمع عناصر العمود 2 ويقسم المجموع على 3، فما الناتج؟
الناتج هو 33 تقريبا

(c) هل كانت طريقة المدرب في حساب معدل تسديد اللاعب في المباراة الواحدة صحيحة؟ فسر اجابتك.

لا، لأن مجموع التسديدات في العمود 2 ليس لثلاث مباريات، ويتعين على المدرب بدلا من ذلك قسمة مجموع عناصر العمود 2 على مجموع عناصر العمود 1 حيث سيكون المعدل الدقيق 1.96 ($1.96 = 98 \div 50$)

(d) هل جميع عناصر الصفوف يزود المدرب ببيانات ذات معنى؟ فسر اجابتك.

لا، لأن عناصر الصف عبارة عن خمسة أنواع مختلفة من البيانات.

إنتاج - توثيق

ملاحظات:

إرشادات للدراسة

عرض البيانات

يكون من الممكن أحيانا
تبديل عناصر الصفوف
وعناصر الأعمدة في
المصفوفات التي تمثل
معلومات من واقع
الحياة.

3) محافظات : يبين الجدول المجاور عدد المحافظات من الفئتين أ و ب في 4 مناطق إدارية مختلفة في المملكة .

عدد المحافظات من الفئتين أ، ب في 4 مناطق مختلفة في المملكة		
المنطقة	محافظه فئة أ	محافظه فئة ب
الرياض	12	8
مكة المكرمة	9	7
المدينة المنورة	4	4
القصيم	5	7

المصدر: المملكة العربية السعودية، حقائق وأرقام، هيئة المساحة
الجيولوجية السعودية، 1433 هـ.

(A) نظم البيانات في مصفوفة .

(B) اجمع عناصر كل عمود ، وفسر النتائج .

(C) اجمع عناصر كل صف ، وفسر النتائج .

(D) هل إيجاد معدل عناصر كل صف يعطي بيانات ذات معنى ؟

مكتوب - إنتاج - توثيق

تأكد:

حدّد رتبة كل مصفوفة فيما يأتي:

$$\begin{bmatrix} 1 & 4 & -4 & 0 \\ -2 & 3 & 6 & -8 \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 5 \\ -7 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\begin{bmatrix} -1 & 4 \\ 2 & 9 \\ 17 & 21 \end{bmatrix} \quad (3)$$



مجموعة رفعة الرياضيات

تطوير - إنتاج - توثيق

(8 زراعة: يبين الجدول المجاور عدد صناديق الخضراوات المنتجة في مزرعتين مختلفتين في أحد المواسم:

المزرعة	خيار	كوسة	باذنجان	طماطم
1	540	570	488	500
2	850	1015	800	820

(a نظم البيانات في مصفوفة.

(b ما النوع الأقل إنتاجًا؟

(c اجمع عناصر كل صف، وهل لهذه المجاميع معنى؟ فسّر إجابتك.

(d اجمع عناصر كل عمود، وفسّر إجابتك.

تطوير - إنتاج - توثيق

حدد رتبة كل مصفوفة فيما يأتي :

(14) [115]

(11) $\begin{bmatrix} 6 & 11 & -4 & -2 \\ -8 & 5 & -1 & 0 \end{bmatrix}$

(10) $\begin{bmatrix} 15 & y \\ 8 & -9 \end{bmatrix}$

(9) [-9 6]

إذا كانت $\underline{A} = \begin{bmatrix} 6 & y \\ -9 & 31 \\ 11 & 5 \end{bmatrix}$ ، $\underline{B} = \begin{bmatrix} 10 & -8 & 2x \\ -2 & 19 & 4 \end{bmatrix}$ فما قيمة كل عنصر فيما يأتي :

a_{12} (18)

b_{13} (17)

b_{22} (16)

a_{21} (15)

تبرير: حدد إذا كانت الجملة الآتية صحيحة أم خاطئة. وفسّر إجابتك:

(32) المصفوفة C مربعة ولها أربعة أعمدة، وتحوي العنصر c_{53} .

(33) **اكتشف الخطأ:** حددت كل من ياسمين وسارة العنصر b_{32} في المصفوفة $B = \begin{bmatrix} -6 & 7 \\ 0 & 5 \\ 8 & 2 \end{bmatrix}$ ، فهل توصلت إحداهما للحل الصحيح؟ فسر إجابتك.

سارة

العنصر b_{32} غير موجود في
المصفوفة B ، لأن B
مصفوفة من النوع 3×2 .

ياسمين

قيمة العنصر b_{32}
هي 5.

تدريب على الاختبار

(37) مسح: نُظمت نتائج استطلاع للرأي في المصفوفة المجاورة:

بالاعتماد على هذه النتائج، أي استنتاج مما يأتي ليس صحيحًا؟

- A هناك 771 صوتًا ضد المرشح الأول.
B عدد الأصوات المعارضة للمرشح الأول أكبر من تلك المؤيدة للمرشح الثاني.
C فرصة المرشح الثاني للفوز ضئيلة.
D عدد الأصوات المؤيدة للمرشح الأول أكبر من عدد الأصوات المؤيدة للمرشح الثالث.

	مؤيد	ضد
المرشح الأول	1553	771
المرشح الثاني	689	1633
المرشح الثالث	2088	229

تطوير - إنتاج - توثيق

الواجب:

اوجد قيمة x لكي تكون المصفوفتان A, B متساويتان؟

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} -2 & x^3 + 4 \\ 5 & 7 \end{bmatrix}, \quad \underline{B} = \begin{bmatrix} -2 & -4 \\ 5 & 7 \end{bmatrix}$$

تحصيلي: