مجموعة رفعة الرياضيات

سلسلة عروض رفعة الرياضيات

أول ثانوي [مسار مشترك]

رياضيات ١-٣



إعداد : أ/مريم ابراهيم العامر

نسخة إلكترونية مجانية

مجموعة رفعة الرياضيات

تطوير - إبداع - توثيق

ردمـــك

مقدمة

بسم الله الرحمن الرحيم

الحمدلله والصلاة والسلام على نبينا محمد وعلى آله و صحبه أجمعين ،

نبذة تعريفية لمجموعة رِفعة :

هي مجموعة تُدار من قبل معلمي ومعلمات الرياضيات من جميع أنحاء المملكة العربية السعودية ، وهي قائمة على التطوير المهني لجميع المعلمين والمعلمات ، وابتكار الأفكار الإبداعية للتعليم العام .

وبهدف التيسير لمادة الرياضيات ،تقدم مجموعة رِفعَة بين أيديكم هذا العمل ضمن [سلسلة عروض رِفعَة]

رياضيات ١-٣ هو عبارة عن عروض جاذبة و وشاملة لجميع دروس منهج رياضيات ١-٣ للسنة المشتركة.

والله ولي التوفيق.

حساب المؤلفة

@MarymAlamer

حسابات مجموعة رفعة

الفهـــرس

٦ الفصل السادس: التشابه

٧ الفصل السابع: التحويلات الهندسية والتماثل

٨ الفصل الثامن: الدائرة



٦ الفصل السادس: التشابه

٦ـ١ المضلعات المتشابهة

٦ـ٢ المثلثات المتشابهة

٦ـ٣ المستقيمات المتوازية والأجزاء المتناسبة

٦ـ٤ عناصر المضلعات المتشابهة

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إبداع - توثيق

٧ الفصل السابع: التحويلات الهندسية والتماثل

٧-١ الانعكاس
٧-٢ الإزاحة
٧-٣ الدوران
٧-٤ تركيب التحويلات الهندسية
٧-٥ التماثل
٧-٦ التمدد



مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

٨ الفصل الثامن: الدائرة

٨ـ١ الدائرة ومحيطها

٨ـ٢ قياس الزوايا والأقواس

٨ـ٣ الزوايا المحيطية

٨ـ٤ الأقواس والأوتار

٨ـ٥ المماسات

٨ـ٦ القاطع و المماس وقياسات الزوايا

٨ـ٧ قطع مستقيمة خاصة في الدائرة

٨ـ٨ معادلة الدائرة

الفصل السادس

التشابه



اليوم/
التاريخ/

الموضوع/ التشابه

لماذا ؟

يتم تصميم بعض المجسمات والمباني لتشابه أشياء مشهورة بحيث يكون هناك تناسب بين الأطوال في تلك المجسمات ونظيراتها في الشكل الأصلي



فيما سبق

درست النسبة والتناسب
وتطبيقاتها الحياتية

الآن

- أتعرف المضلعات المتشابهة واستعمل النسبة والتناسب لحل المسائل

@MarymAlamer

الموضوع/ التشابه

التهيئة

حل كلًّا من المعادلات الآتية:

1) $\frac{3x}{8} = \frac{6}{x}$

2) $\frac{7}{3} = \frac{x-4}{6}$

@MarymAlamer

التهيئة

5) **تعليم:** نسبة عدد الطلاب إلى عدد المعلمين في مدرسة هي 17 إلى 1. إذا كان عدد طلاب المدرسة 1088 طالبًا، فما عدد المعلمين؟

6-1

المضلعات المتشابهة



الموضوع/المضلعات المتشابهة

اللهم علمنا ما ينفعنا وانفعنا بما علمتنا وزدنا علما

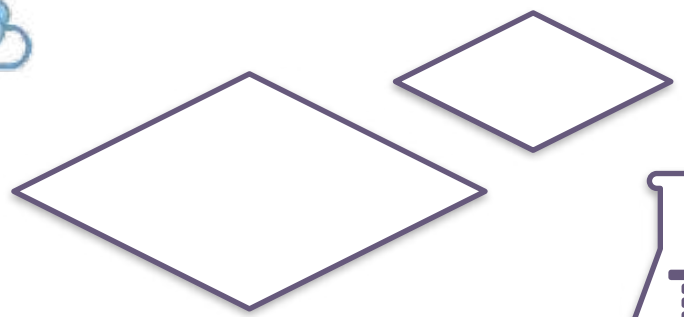
العصف الذهني



الموضوع/المضلعات المتشابهة

اليوم/

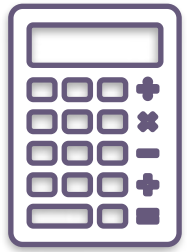
التاريخ/

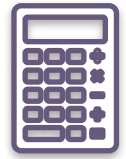












هل تعد الأشكال أعلاه متطابقة؟ لماذا؟

هل الاشكال أعلاه متشابهة؟ ولماذا؟

متى تكون الأشكال متطابقة ومتى تكون متشابهة؟

أعطي أمثلة لمستي فيها التشابه من حولك؟

اليوم/
التاريخ/

الموضوع/المضلعات المتشابهة

فيما سبق تعلمنا

استعمال التناسب لحل المسائل

أهداف الدرس

- استعمال التناسب لتحديد المضلعات المتشابه
- أحل المسائل باستعمال خصائص المضلعات المتشابهة

المفردات

- المضلعات المتشابهة
- معامل التشابه
- نسبة التشابه

@MarymAlamer



الموضوع/المضلعات المتشابهة

اليوم/
التاريخ/

لماذا؟

يزيّن بعض الأشخاص شاشات حواسيبهم باستعمال صور شخصية لهم، وذلك بوضع صورة بحجمها الأصلي في وسط الشاشة، أو بتكبيرها لتملأ الشاشة، إلَّا أن الطريقة الثانية تُظهر الصورة مشوّهةً؛ لأن الصورة الأصلية والصورة الجديدة لا تكونان متشابهتين هندسيًّا.





1. في أي إتجاه كبرت الصورة ؟

2. لماذا تشوه الصورة عندما يتم تكبيرها لتملأ الشاشة ؟

الموضوع/المضلعات المتشابهة

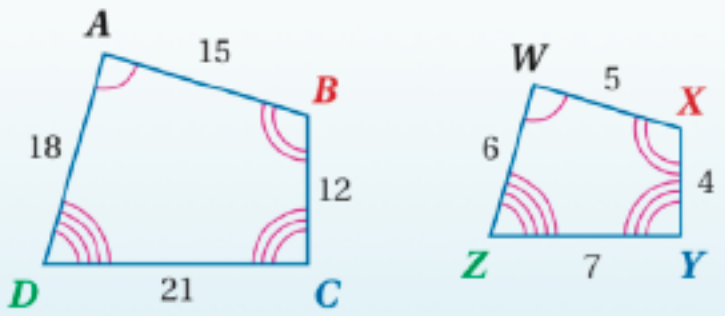
GeoGebra

المضلعات المتشابهة

لها الشكل نفسه ولكن ليس بالضرورة أن يكون لها القياسات نفسها

يتشابه مضلعان إذا وفقط إذا كانت زواياها المتناظرة متطابقة ، وأطوال أضلاعهما المتناظرة متناسبة

مثال: في الشكل أدناه، $ABCD$ يشابه $WXYZ$



الرموز: $ABCD \sim WXYZ$

الزوايا المتطابقة:

$\angle A \cong \angle W, \angle B \cong \angle X, \angle C \cong \angle Y, \angle D \cong \angle Z$

التناسب:

$$\frac{AB}{WX} = \frac{BC}{XY} = \frac{CD}{YZ} = \frac{DA}{ZW} = \frac{3}{1}$$

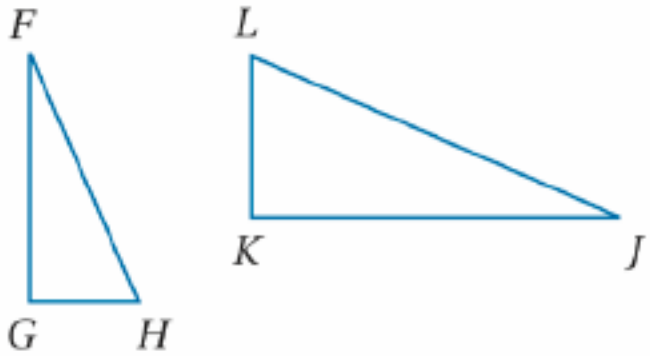
وكما هو الحال في عبارة التطابق، فإن ترتيب الرؤوس في عبارة التشابه مثل $ABCD \sim WXYZ$ مهمٌّ جدًّا؛ لأنّه يحدّد الزوايا المتناظرة والأضلاع المتناظرة.

الموضوع/المضلعات المتشابهة

مثال 1 صفحة 12 استعمال عبارة التشابه

إذا كان $\triangle JKL \sim \triangle FGH$ ، فاكتب جميع أزواج الزوايا المتطابقة، واكتب تناسبًا يربط بين الأضلاع المتناظرة.

استعمل عبارة التشابه.



$\triangle FGH \sim \triangle JKL$

الزوايا المتطابقة: $\angle F \cong \angle J, \angle G \cong \angle K, \angle H \cong \angle L$

التناسب: $\frac{FG}{JK} = \frac{GH}{KL} = \frac{HF}{LJ}$



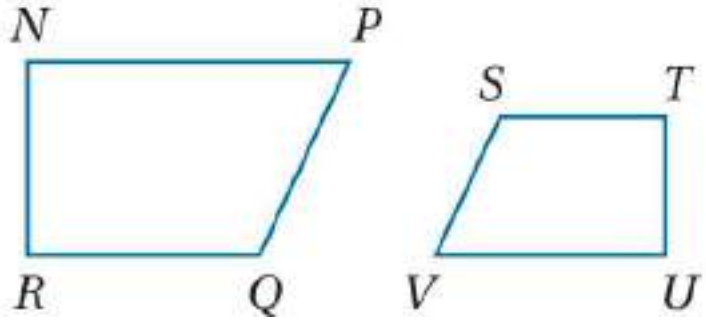
قراءة الرياضيات

الرمزان $\not\sim$ و $\sim$:

يُقرأ الرمز $\sim$ يشابه، ويقرأ الرمز $\not\sim$ لايشابه، أو ليس مشابهًا لـ.

الموضوع/المضلعات المتشابهة

تحقق من فهمك 1 صفحة 12



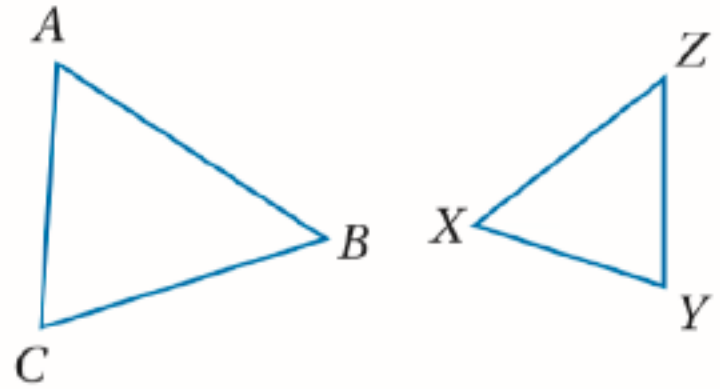
إذا كان $UVST \sim NPQR$ ، فاكتب جميع أزواج الزوايا المتطابقة، واكتب تناسبًا يربط بين الأضلاع المتناظرة.

الموضوع/المضلعات المتشابهة

تأكد صفحة 15

اكتب جميع الزوايا المتطابقة، واكتب تناسبًا يربط بين الأضلاع المتناظرة في كلٍّ ممَّا يأتي:

1) $\triangle ABC \sim \triangle ZYX$



الموضوع/المضلعات المتشابهة

معامل التشابه

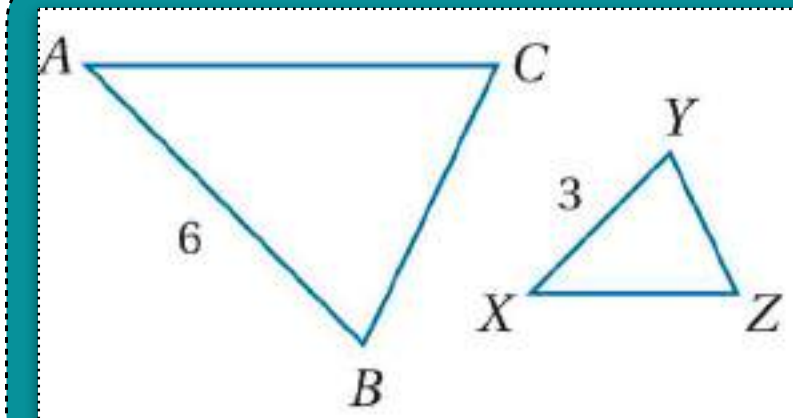
أو عامل المقياس هو النسبة بين طولي ضلعين متناظرين المضلعين متشابهين ويعتمد معامل التشابه على ترتيب المقارنة

ففي الشكل المجاور $\triangle ABC \sim \triangle XYZ$

ومعامل تشابه $\triangle ABC$ إلى $\triangle XYZ$ يساوي $\frac{6}{3}$ أو 2

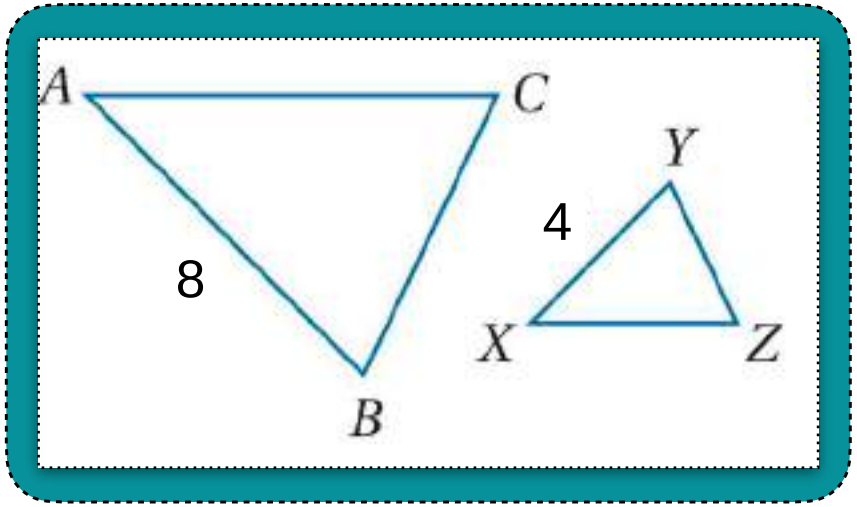
بينما معامل تشابه $\triangle XYZ$ إلى $\triangle ABC$ يساوي $\frac{3}{6}$ أو $\frac{1}{2}$

معامل التشابه بين مضلَّعَين متشابهين يسمى **نسبة التشابه** أحيانًا



الموضوع/المضلعات المتشابهة

ما معامل التشابة من $\triangle ABC$ إلى $\triangle XYZ$



A) $\frac{1}{2}$

B) 4

C) 2

D) 8

الموضوع/المضلعات المتشابهة



شروط تشابه مضلعين

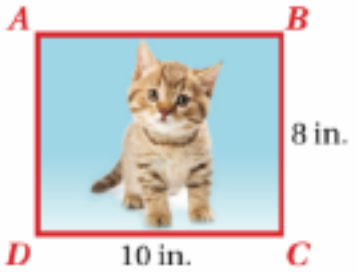
- الزوايا المتناظرة متطابقة
- الأضلاع المتناظرة متناسبة

معامل [نسبة] التشابه

معامل التشابه هو النسبة بين طولي ضلعين متناظرين لمضلعين متشابهين

مثال 2 صفحة 13 تحديد المضلعات المتشابهة

صور: يريد كمال أن يستعمل الصورة المستطيلة الشكل المجاورة خلفيّة لشاشة الحاسوب، ولكنه يحتاج لتغيير أبعادها، حدّد ما إذا كانت كلٌّ من الصورتين المستطيلتين الآتيتين مشابهةً لها أم لا؟ وإذا كانت كذلك، فاكتب عبارة التشابه ومعامل التشابه. وضّح إجابتك.



(a



a) **الخطوة 1:** قارن الزوايا المتناظرة.

بما أن جميع زوايا المستطيل قوائم، والزوايا القوائم متطابقة، فإن الزوايا المتناظرة متطابقة.

الخطوة 2: قارن النسب بين أطوال الأضلاع المتناظرة.

$$\frac{DC}{HG} = \frac{10}{14} = \frac{5}{7} \qquad \frac{BC}{FG} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$$

وحيث إن $\frac{5}{7} \neq \frac{2}{3}$، فإن الأضلاع المتناظرة غير متناسبة، وعليه فإنّ $ABCD \not\sim EFGH$

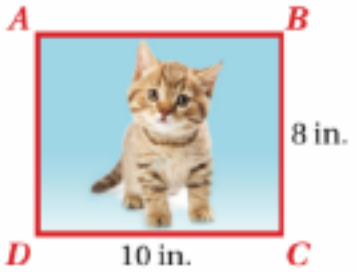
إذن فالصورتان غير متشابهتين.

إرشادات للدراسة

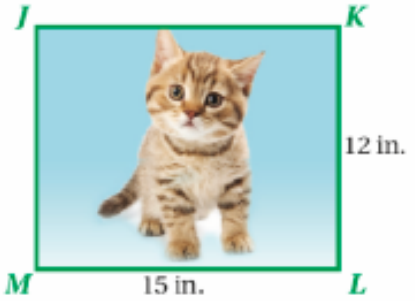
تناسب المستطيلات:
لاختبار تناسب أضلاع مستطيلين، يكفي اختبار تناسب ضلعين متتالين من المستطيل الأول مع الضلعين المناظرين لهما في المستطيل الثاني؛ لأن المستطيل فيه كلُّ ضلعين متقابلين متطابقان.

مثال 2 صفحة 13 تحديد المضلعات المتشابهة

صور: يريد كمال أن يستعمل الصورة المستطيلة الشكل المجاورة خلفيّة لشاشة الحاسوب، ولكنه يحتاج لتغيير أبعادها، حدّد ما إذا كانت كلٌّ من الصورتين المستطيلتين الآتيتين مشابهةً لها أم لا؟ وإذا كانت كذلك، فاكتب عبارة التشابه ومعامل التشابه. وضّح إجابتك.



(b



b) **الخطوة 1:** بما أنّ $ABCD, JKLM$ مستطيلان، فإن الزوايا المتناظرة متطابقة.

الخطوة 2: قارن النسب بين أطوال الأضلاع المتناظرة.

$$\frac{BC}{KL} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3} \qquad \frac{DC}{ML} = \frac{10}{15} = \frac{2}{3}$$

وحيث إن $\frac{2}{3} = \frac{2}{3}$، فإن الأضلاع المتناظرة متناسبة، وعليه فإن $ABCD \sim JKLM$؛ إذن فالصورتان متشابهتان ومعامل تشابه $ABCD$ إلى $JKLM$ يساوي $\frac{2}{3}$

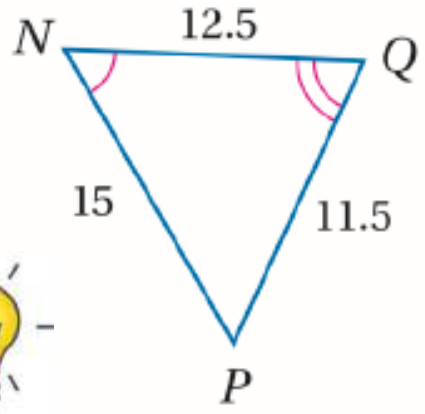
إرشادات للدراسة

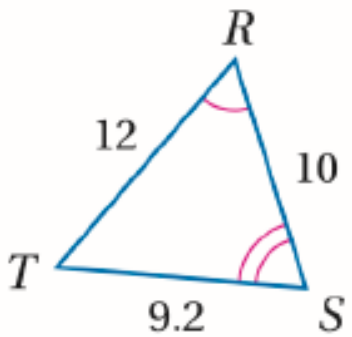
تناسب المستطيلات:
لاختبار تناسب أضلاع مستطيلين، يكفي اختبار تناسب ضلعين متتالين من المستطيل الأول مع الضلعين المناظرين لهما في المستطيل الثاني؛ لأن المستطيل فيه كلُّ ضلعين متقابلين متطابقان.

الموضوع/المضلعات المتشابهة

تحقق من فهمك 2 صفحة 13

2) حدّد ما إذا كان المثلثان متشابهين أم لا؟ وإذا كانا كذلك، فاكتب عبارة التشابه ومعامل التشابه، ووضّح إجابتك.





إرشادات للدراسة

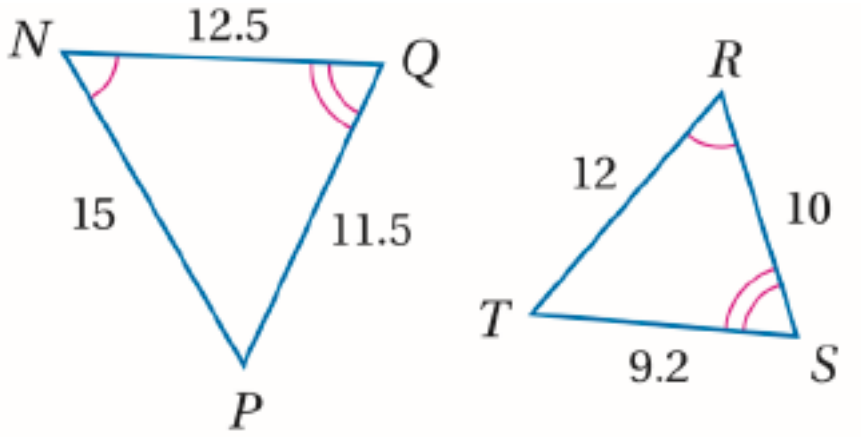
التحقق من صحة الحل:

للتحقق من معامل التشابه، أوجد النسبة بين طولي ضلعين متناظرين آخرين.

الموضوع/المضلعات المتشابهة

تحقق من فهمك 2 صفحة 13

2) حدّد ما إذا كان المثلثان متشابهين أم لا؟ وإذا كانا كذلك، فاكتب عبارة التشابه ومعامل التشابه، ووضّح إجابتك.



◉ الزوايا $\angle N \cong \angle R$

$\angle Q \cong \angle S$

$\angle P \cong \angle T$ نظرية الزاوية الثالثة

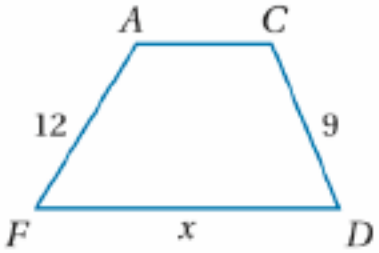
◉ الأضلاع $\frac{NQ}{RS} = \frac{12.5}{10} = \frac{5}{4}$ $\frac{QP}{ST} = \frac{11.5}{9.2} = \frac{5}{4}$ $\frac{PN}{TR} = \frac{15}{12} = \frac{5}{4}$

نعم المثلثان متشابهان

عبارة التشابه $\triangle NQP \sim \triangle RST$ معامل التشابه $\frac{5}{4}$

الموضوع/المضلعات المتشابهة

مثال 3 صفحة ١٦ استعمال الأشكال المتشابهة لإيجاد القيم المجهولة



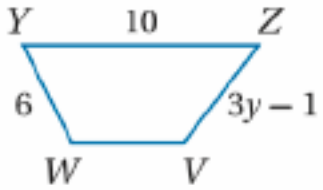
في الشكل المجاور، $ACDF \sim VWYZ$.

a) أوجد قيمة x.

استعمل أطوال الأضلاع المتناظرة لكتابة تناسب

$\frac{CD}{WY} = \frac{DF}{YZ}$	الأضلاع المتناظرة متناسبة
$\frac{9}{6} = \frac{x}{10}$	$CD = 9, WY = 6, DF = x, YZ = 10$
$9(10) = 6(x)$	خاصيّة الضرب التبادلي
$90 = 6x$	بالضرب
$15 = x$	بقسمة كلا الطرفين على 6

b) أوجد قيمة y.

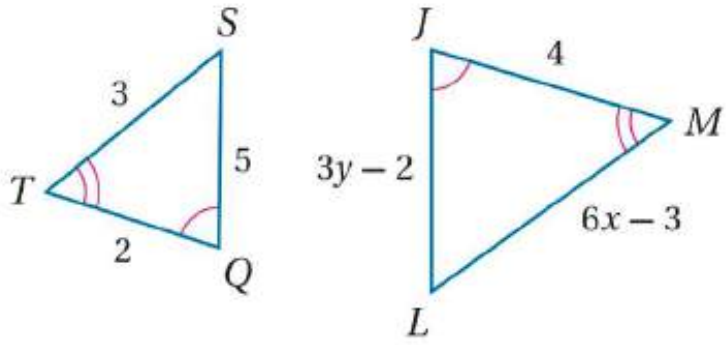


$\frac{CD}{WY} = \frac{FA}{ZV}$	الأضلاع المتناظرة متناسبة
$\frac{9}{6} = \frac{12}{3y-1}$	$CD = 9, WY = 6, FA = 12, ZV = 3y - 1$
$9(3y-1) = 6(12)$	خاصية الضرب التبادلي
$27y - 9 = 72$	بالضرب
$27y = 81$	بإضافة 9 لكلا الطرفين
$y = 3$	بقسمة كلا الطرفين على 27

الموضوع/المضلعات المتشابهة

تحقق من فهمك 3 صفحة ١٦

إذا كان $\triangle QST \sim \triangle JLM$، فأوجد قيمة المتغير في كلٍّ مما يأتي:



3A x

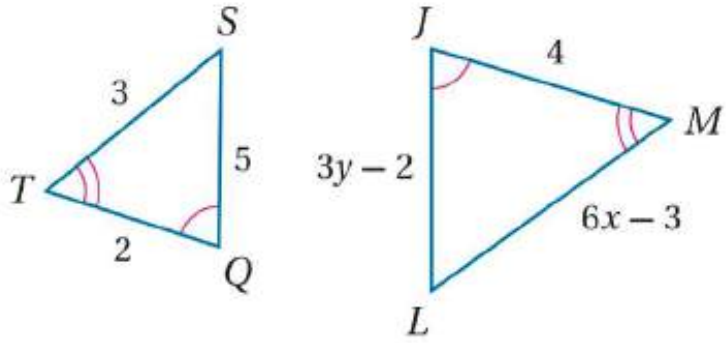
3B y

تحقق من فهمك 3 صفحة ١٦

إذا كان $\triangle QST \sim \triangle JLM$، فأوجد قيمة المتغير في كلٍّ مما يأتي:

3A x

3B y



$$\frac{JL}{QS} = \frac{LM}{ST} = \frac{MJ}{TQ}$$

$$\frac{3y-2}{5} = \frac{6x-3}{3} = \frac{4}{2}$$

◉ قيمة x

$$\frac{6x-3}{3} = \frac{4}{2}$$

ضرب تبادلي $2(6x-3) = 3(4)$

بالتوزيع $12x - 6 = 12$

بالجمع $12x = 18$

بالقسمة $x = \frac{18}{12} = \frac{3}{2} = 1.5$

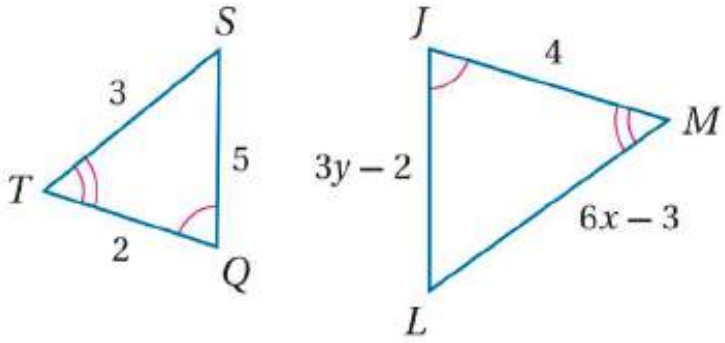
الموضوع/المضلعات المتشابهة

تحقق من فهمك 3 صفحة ١٦

إذا كان $\triangle QST \sim \triangle JLM$، فأوجد قيمة المتغير في كلٍّ مما يأتي:

3A x

3B y



$$\frac{JL}{QS} = \frac{LM}{ST} = \frac{MJ}{TQ}$$

$$\frac{3y-2}{5} = \frac{6x-3}{3} = \frac{4}{2}$$

◉ قيمة y

$$\frac{3y-2}{5} = \frac{4}{2}$$

ضرب تبادلي $2(3y-2) = 5(4)$

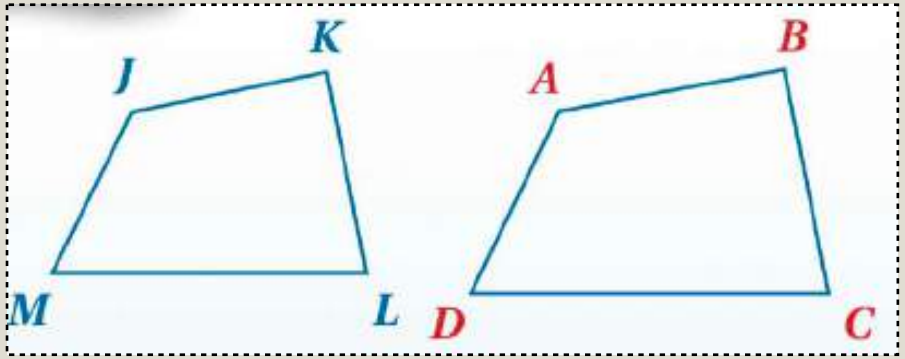
بالتوزيع $6y - 4 = 20$

بالجمع $6y = 24$

بالقسمة $y = 4$

نظرية محيط المضلعين المتشابهين

إذا تشابه مضلعان، فإنّ النسبة بين محيطيهما تساوي معامل التشابه بينهما.



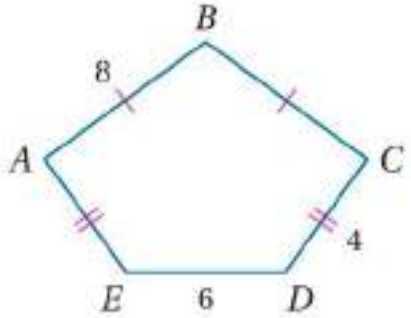
مثال: إذا كان $JKLM \sim ABCD$ ، فإنّ:

$$\frac{AB}{JK}=\frac{BC}{KL}=\frac{CD}{LM}=\frac{DA}{MJ}=\frac{AB+BC+CD+DA}{JK+KL+LM+MJ}$$

الموضوع/المضلعات المتشابهة

مثال ٦ صفحة 15 استعمال معامل التشابه لإيجاد المحيط

إذا كان $PQRST \sim ABCDE$ ، فأوجد معامل تشابه $ABCDE$ إلى $PQRST$ ومحيط كل مضلّع.



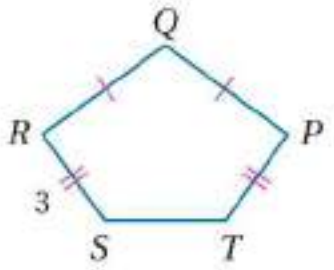
معامل تشابه $ABCDE$ إلى $PQRST$ يساوي $\frac{CD}{RS}$ أي $\frac{4}{3}$.

وبما أنّ: $\overline{BC} \cong \overline{AB}, \overline{AE} \cong \overline{CD}$ ،

فإنّ محيط $ABCDE$ يساوي $4 + 6 + 4 + 8 + 8$ أي 30.

استعمل محيط $ABCDE$ ، ومعامل التشابه لكتابة تناسب.

افترض أن محيط $PQRST$ يساوي x.



$\frac{\text{محيط } ABCDE}{\text{محيط } PQRST} = \frac{4}{3}$ النظرية 2.1

$\frac{30}{x} = \frac{4}{3}$ بالتعويض

$(3)(30) = 4x$ خاصية الضرب التبادلي

$22.5 = x$ بقسمة كلا الطرفين على 4

إذن محيط $PQRST$ يساوي 22.5.

تنبيه!

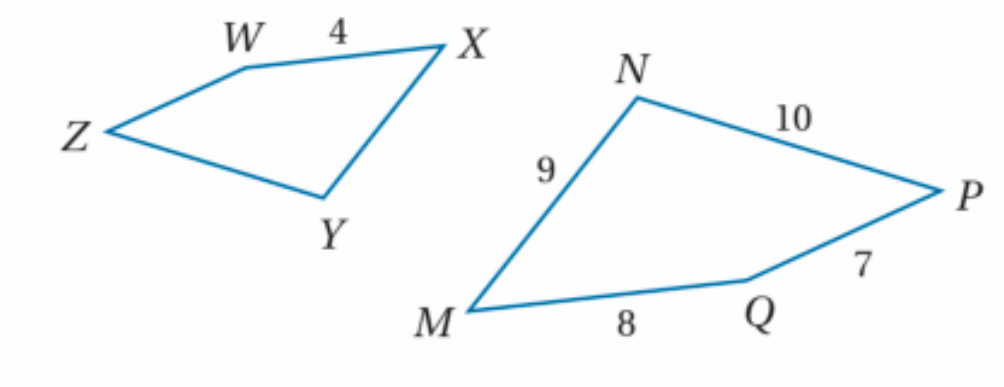
المحيط:

تذكّر أن المحيط هو المسافة حول الشكل، وعندما تُريد إيجاد محيط مضلع، احرص على أن تجد مجموع أطوال جميع أضلاعه، وقد تستعمل قوانين هندسيّة؛ لإيجاد أطوال الأضلاع غير المعطاة.

الموضوع/المضلعات المتشابهة

تحقق من فهمك ٦ صفحة 15

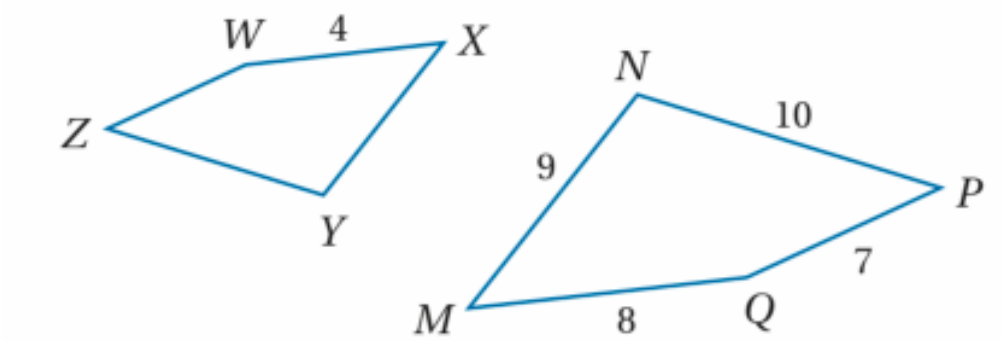
4) إذا كان $MNPQ \sim XYZW$ ، فأوجد معامل تشابه $MNPQ$ إلى $XYZW$ ، ومحيط كل مضلع.



الموضوع/المضلعات المتشابهة

تحقق من فهمك ٦ صفحة 15

4) إذا كان $MNPQ \sim XYZW$ ، فأوجد معامل تشابه $MNPQ$ إلى $XYZW$ ، ومحيط كل مضلع.



◉ معامل التشابه

$$\frac{QM}{WX} = \frac{8}{4} = \frac{2}{1}$$

◉ محيط $XYZW$

$$\frac{\text{محيط } MNPQ}{\text{محيط } XYZW} = \frac{QM}{WX}$$

◉ محيط $MNPQ$

$$7 + 8 + 9 + 10 = 34$$

$$\frac{34}{x} = \frac{2}{1}$$

$$2x = 34$$

$$x = 17$$

تدرب وحل المسائل صفحة 17

14) طول المستطيل $ABCD$ يساوي 20 m ، وعرضه 8 m. وطول المستطيل $QRST$ المشابه له يساوي 40 m.
أوجد معامل تشابه المستطيل $ABCD$ إلى المستطيل $QRST$ ، ومحيط كل منهما.

تدرب وحل المسائل صفحة 17

14) طول المستطيل $ABCD$ يساوي $20\,m$ ، وعرضه $8\,m$. وطول المستطيل $QRST$ المشابه له يساوي $40\,m$.
أوجد معامل تشابه المستطيل $ABCD$ إلى المستطيل $QRST$ ، ومحيط كل منهما.

◉ معامل التشابه

$$\frac{20}{40} = \frac{1}{2}$$

◉ محيط $ABCD$

$$2(20+8) = 56m$$

◉ محيط $QRST$

$$\frac{56}{x} = \frac{1}{2}$$

$$x = 2(56)$$

$$x = 112m$$

الموضوع/المضلعات المتشابهة

تدرب وحل المسائل صفحة 17

17) إذا كان معامل التشابه بين مستطيلين متشابهين 1:2، ومحيط المستطيل الكبير 80 m، فأوجد محيط المستطيل الصغير.

تدرب وحل المسائل صفحة 17

17) إذا كان معامل التشابه بين مستطيلين متشابهين 1:2، ومحيط المستطيل الكبير 80 m، فأوجد محيط المستطيل الصغير.

$$\frac{\text{محيط المستطيل الصغير}}{\text{محيط المستطيل الكبير}} = \frac{1}{2}$$

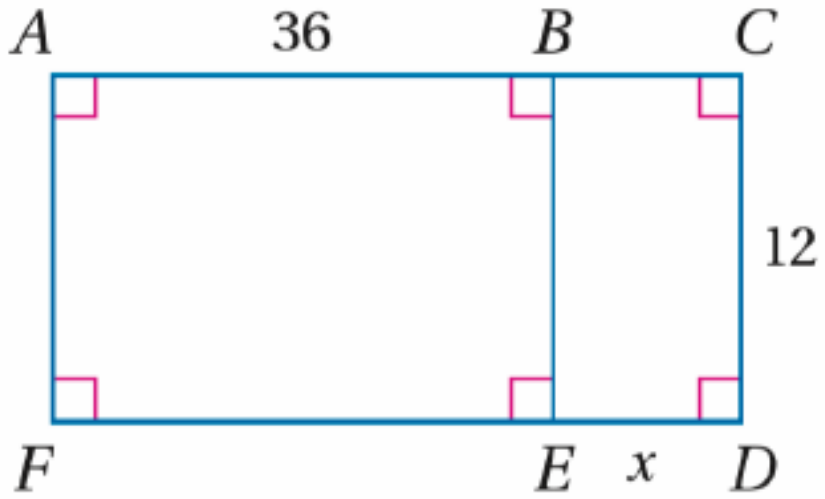
$$\frac{x}{80} = \frac{1}{2}$$

$$2x = 80$$

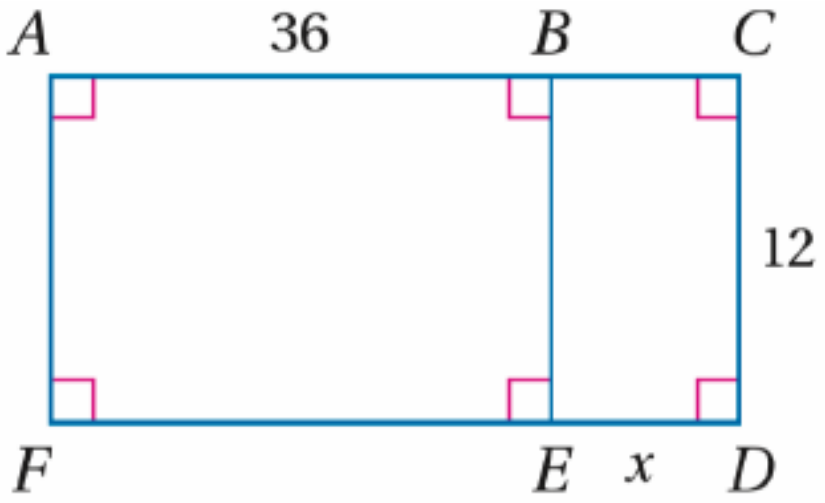
$$x = 40$$

مهارات التفكير العليا صفحة 18

37) تحدَّ: في الشكل المجاور، ما قيمة (قيم) x التي تجعل $EDCB \sim BEFA$ ؟



مهارات التفكير العليا صفحة 18



37) تحدَّ: في الشكل المجاور، ما قيمة (قيم) x التي تجعل $BEFA \sim EDCB$ ؟

$$\frac{BE}{ED} = \frac{AB}{BE}$$

$$\frac{12}{x} = \frac{36}{12}$$

$$36x = 144$$

$$x = 4$$

تدرب على اختبار صفحة 19

تحصيلي

43) إذا كان: $JKLM \cong PQRS$ ومعامل تشابه $PQRS$ إلى $JKLM$ يساوي 4:3 ، وكان $QR = 8\,\text{cm}$ فما طول KL؟

A $24\,\text{cm}$

B $10\frac{2}{3}\,\text{cm}$

C $8\,\text{cm}$

D $6\,\text{cm}$

تدرب على اختبار صفحة 19

تحصيلي

43) إذا كان: $JKLM \cong PQRS$ ومعامل تشابه $PQRS$ إلى $JKLM$ يساوي 4:3 ، وكان $QR = 8\,\text{cm}$ فما طول KL؟

A $24\,\text{cm}$ **C** $8\,\text{cm}$

B $10\frac{2}{3}\,\text{cm}$ **D** $6\,\text{cm}$

$$\frac{4}{3} = \frac{QR}{KL} \longrightarrow \frac{4}{3} = \frac{8}{KL}$$

$$4KL = 3(8)$$

تدرب على اختبار صفحة 19

تحصيلي

44) مستطيلان متشابهان. إذا كان معامل التشابه بينهما 3:5، ومحيط المستطيل الكبير 65 m، فما محيط المستطيل الصغير؟

A 29 m

B 39 m

C 49 m

D 59 m

تعلمنا في هذا الدرس:

شروط تشابه مضلعين

- الزوايا المتناظرة متطابقة
- الأضلاع المتناظرة متناسبة

معامل [نسبة] التشابه

معامل التشابه هو النسبة بين طولي ضلعين متناظرين لمضلعين متشابهين

نظرية محيط المضلعين المتشابهين

إذا تشابه مضلعين فإن النسبة بين محيطيهما تساوي معامل التشابه بينهما

الفصل السادس

التشابه



6-2

المثلثات المتشابهة

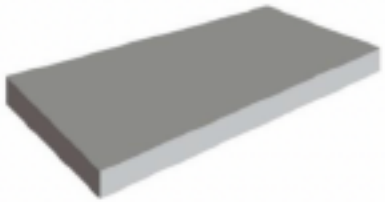
الموضوع/ المثلثات المتشابهة

اللهم علمنا ما ينفعنا وانفعنا بما علمتنا وزدنا علما

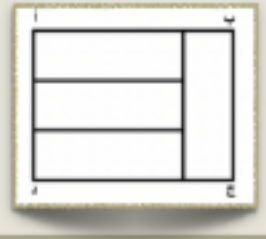
اختبار بيزا

المهارة إيجاد النسبة بين طولي قطعتين في موقف حياتي جديد.

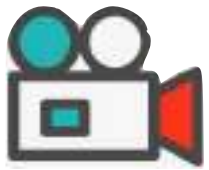
البلاط هي مادة بناء تزين بها الأرضيات والجدران والأسقف والحمامات وحتى أسطح الطاولات لتضفي عليها طابعًا جميلاً وتجعلها أكثر رونقاً، ينتج أحد المصانع نوع من البلاط مستطيل الشكل كما في الصورة.



١ فما نسبة طول دج إلى طول ب ج؟



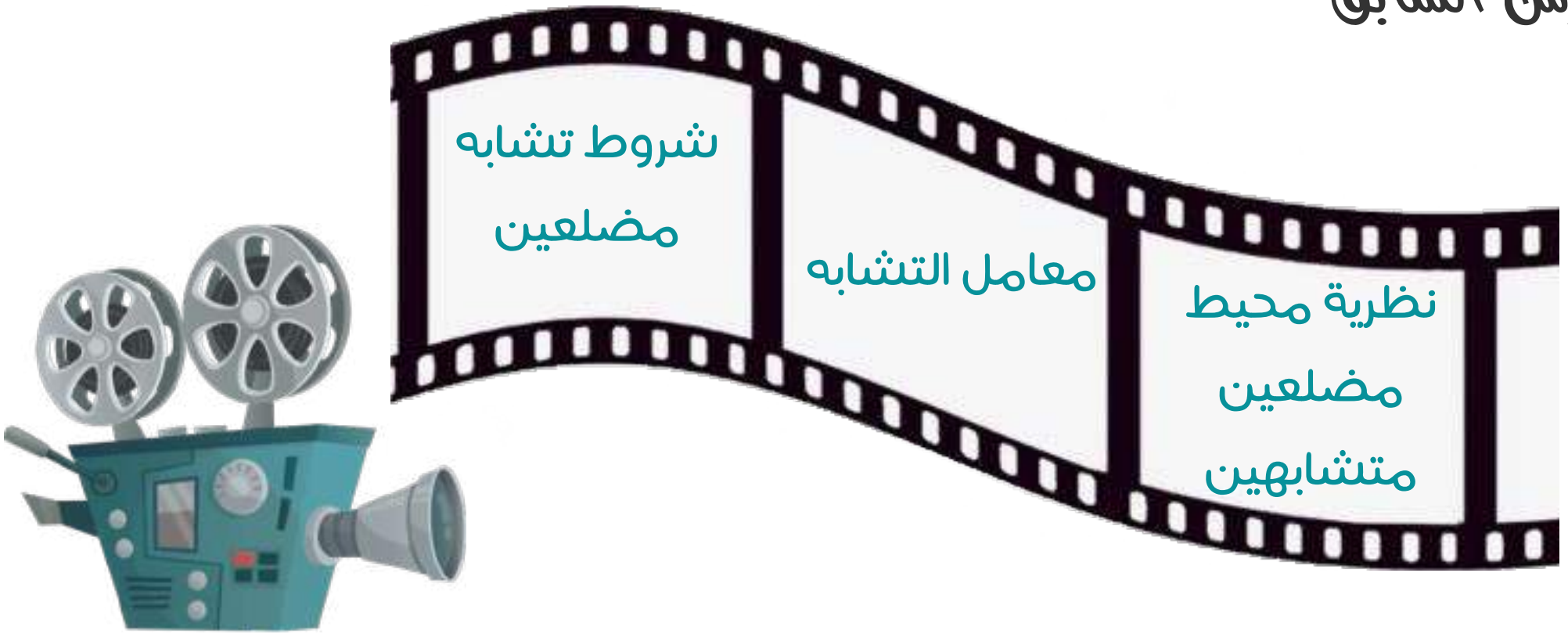
أ	١ : ٢	ب	١ : ٤	ج	٤ : ٣	د	٢ : ٥



اليوم/
التاريخ/

الموضوع/ المثلثات المتشابهة

تعلمنا في الدرس السابق



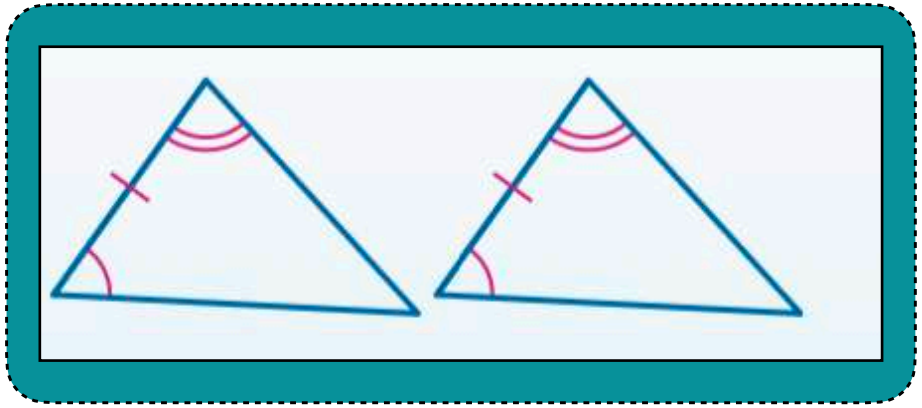


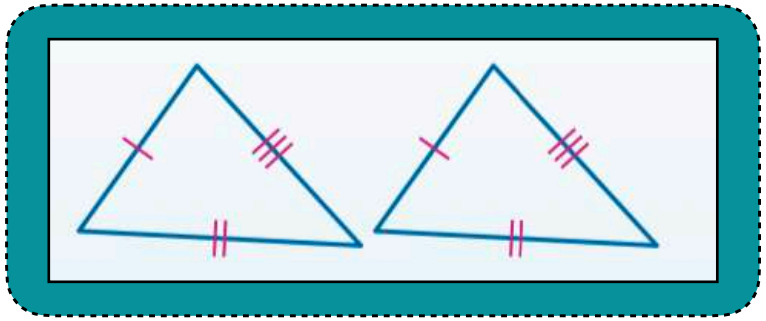
الموضوع/ المثلثات المتشابهة

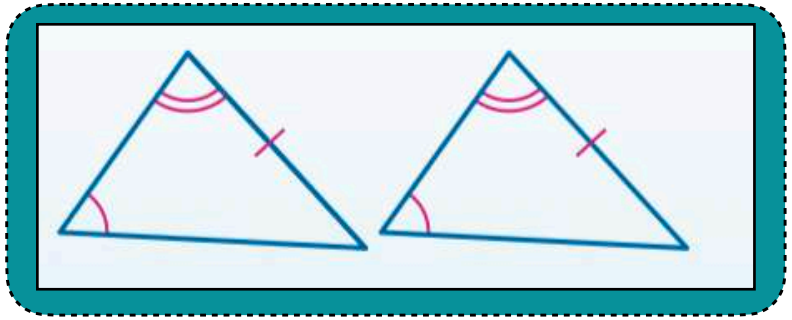
اليوم/

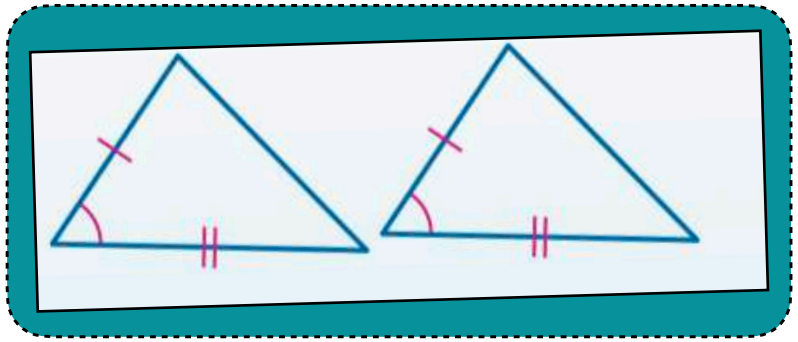
التاريخ/

حددي حالة التطابق لكل مثلثين من المثلثات أدناه









اليوم/
التاريخ/

الموضوع/ المثلثات المتشابهة

فيما سبق تعلمنا

استعمال المسلمتين
SSS ,SAS
ونظرية AAS
لإثبات تطابق مثلثين

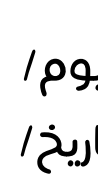
أهداف الدرس

- أحدد المثلثات المتشابهة باستعمال مسلمة التشابهAA و نظريتي SAS , SSS
- أستعمل المثلثات المتشابهة لحل المسائل



شاهد - دون

الموضوع/ المثلثات المتشابهة



اليوم/

التاريخ/

لماذا؟



أراد خالد أن يرسم نسخة مشابهة لشعار نادي التزلُّج المجاور على مُلصقٍ كبيرٍ، فبدأ أولًا برسم قطعة مستقيمة أسفل المُلصق، ثم استعمل نسخةً من المثلث الأصلي لينسخ زاويتَي القاعدة، ثم مدّ الضلعين غير المشتركين للزاويتين.



1 ما العلاقة بين زوايا المثلثين المتشابهين ؟

2 هل المثلث الجديد الذي رسمه جميل يطابق المثلث الأصلي ؟

3 نسخ جميل زاويتين من المثلث الأصلي فهل الزاوية الثالثة هي نفسها في كلا المثلثين ولماذا؟

الموضوع/ المثلثات المتشابهة

GeoGebra

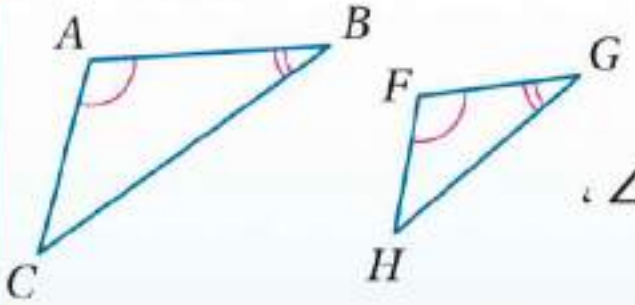
تحديد المثلثات المتشابهة:

التشابه بزاويتين AA

أضف إلى مطويتك

مسلمة 2.1 التشابه بزاويتين (AA)

إذا طابقت زاويتان في مثلث زاويتين في مثلث آخر، فإن المثلثين متشابهان.

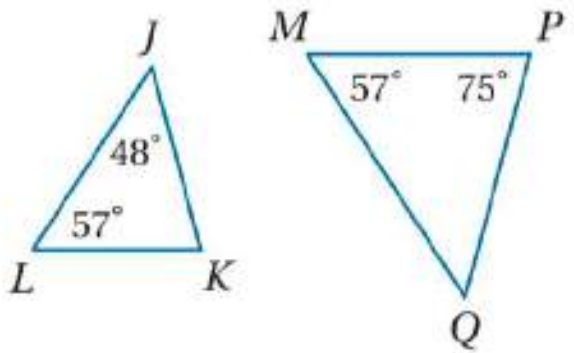


مثال: في المثلثين FGH , ABC ، إذا كانت: $\angle A \cong \angle F$, $\angle B \cong \angle G$ ،
فإن: $\triangle ABC \sim \triangle FGH$.

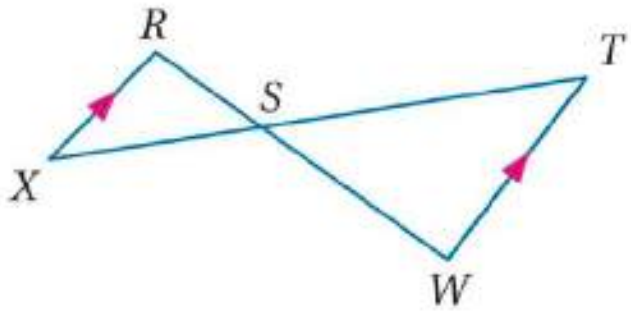
مثال1 صفحة 20 استعمال مسلمة التشابه AA

حدّد في كل مما يأتي ما إذا كان المثلثان متشابهين أم لا؟ وإذا كانا كذلك، فاكتب عبارة التشابه. ووضّح إجابتك.

(a



(b



a) بما أنّ: $m\angle L = m\angle M$، إذن: $\angle L \cong \angle M$. ومن نظرية مجموع قياسات زوايا المثلث يكون:
$57° + 48° + m\angle K = 180°$ ؛ إذن $m\angle K = 75°$. وبما أنّ $m\angle P = 75°$ ، فإن $\angle K \cong \angle P$ ؛ إذن
$\triangle LJK \sim \triangle MQP$ وفق المسلمة AA .

b) $\angle RSX \cong \angle WST$ وفق نظرية الزاويتين المتقابلتين بالرأس. ولأن $\overline{RX} \parallel \overline{TW}$، فإنّ $\angle R \cong \angle W$ وفق نظرية الزاويتين المتبادلتين داخليًّا؛ إذن $\triangle RSX \sim \triangle WST$ وفق المسلمة AA .

اليوم/
التاريخ/

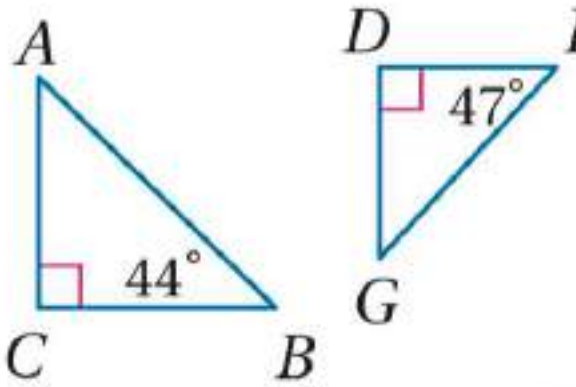
الموضوع/ المثلثات المتشابهة

تحقق من فهمك 1 صفحة 20

استعمال مسلمة التشابه AA

حدّد في كل مما يأتي ما إذا كان المثلثان متشابهين أم لا؟ وإذا كانا كذلك ، فاكتب عبارة التشابه ووضّح إجابتك.

1A)



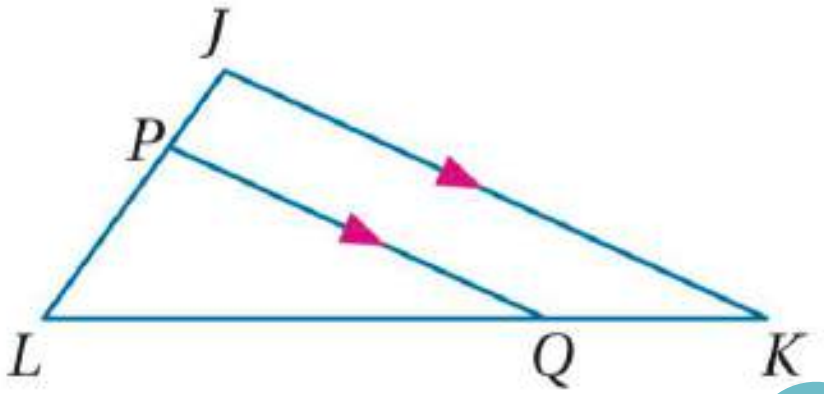


تحقق من فهمك 1 صفحة 20

استعمال مسلمة التشابه AA

حدّد في كل مما يأتي ما إذا كان المثلثان متشابهين أم لا؟ وإذا كانا كذلك ، فاكتب عبارة التشابه ووضّح إجابتك.

(1B



اليوم/
التاريخ/

الموضوع/ المثلثات المتشابهة

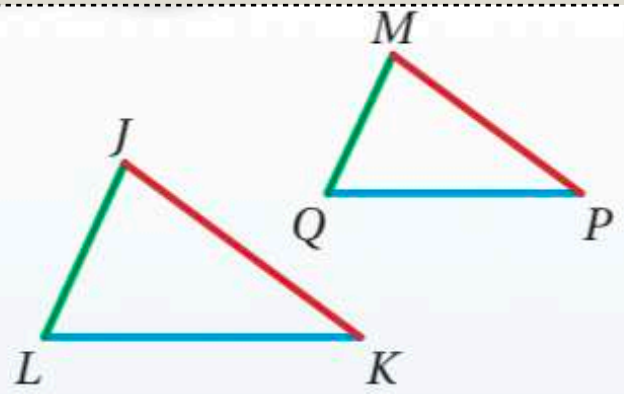
GeoGebra

تحديد المثلثات المتشابهة:

التشابه بثلاثة أضلاع SSS

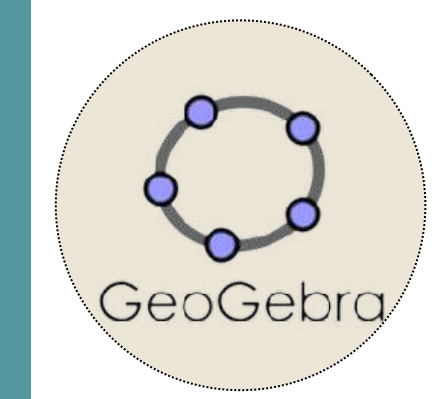
2.2 التشابه بثلاثة أضلاع (SSS)

إذا كانت أطوال الأضلاع المتناظرة لمثلثين متناسبة، فإن المثلثين متشابهان.



مثال: إذا كان: $\frac{JK}{MP}=\frac{KL}{PQ}=\frac{LJ}{QM}$ ، فإن $\triangle JKL \sim \triangle MPQ$.

مجموعة رفعة الرياضيات



الموضوع/ المثلثات المتشابهة



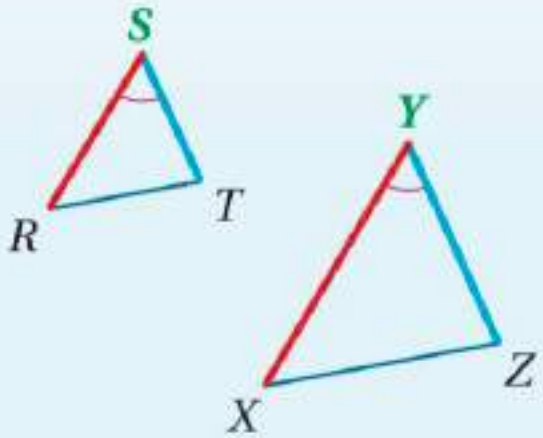
اليوم/

التاريخ/

تحديد المثلثات المتشابهة:

التشابه بضلعين وزاوية محصورة SAS

2.3 التشابه بضلعين وزاوية محصورة (SAS)



إذا كان طولا ضلعين في مثلث ما متناسبين مع طولَي الضلعين المناظرين لهما في مثلث آخر وكانت الزاويتان المحصورتان بينهما متطابقتين، فإنّ المثلثين متشابهان.

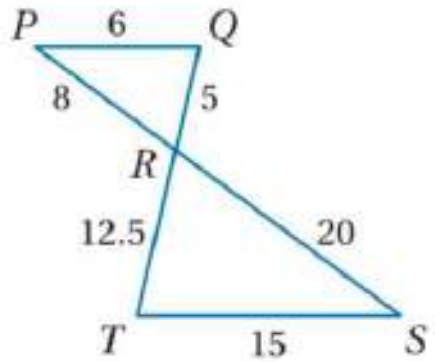
مثال: إذا كان $\angle S \cong \angle Y$, $\frac{RS}{XY} = \frac{ST}{YZ}$، فإن $\triangle RST \sim \triangle XYZ$.



مثال2 صفحة 22 استعمال نظريتي التشابه SAS , SSS

حدّد في كلٍّ مما يأتي ما إذا كان المثلثان متشابهين أم لا، وإذا كانا كذلك، فاكتب عبارة التشابه، و وضّح إجابتك.

(a

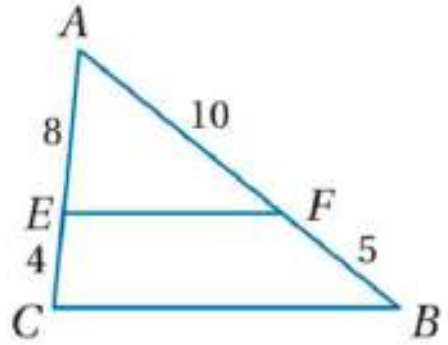


$\frac{PR}{SR} = \frac{8}{20} = \frac{2}{5}, \frac{PQ}{ST} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$

$\frac{QR}{TR} = \frac{5}{12.5} = \frac{50}{125} = \frac{2}{5}$؛

إذن $\triangle PQR \sim \triangle STR$ وفق نظرية التشابه SSS .

(b



من خاصية الانعكاس $\angle A \cong \angle A$.

$\frac{AF}{AB} = \frac{10}{10+5} = \frac{10}{15} = \frac{2}{3}, \frac{AE}{AC} = \frac{8}{8+4} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$.

بما أن طولَي الضلعين اللذين يحصران $\angle A$ في $\triangle AEF$ متناسبان مع طولَي الضلعين المناظرين لهما في $\triangle ACB$ ، إذن $\triangle AEF \sim \triangle ACB$ وفق نظرية التشابه SAS .

إرشادات للدراسة

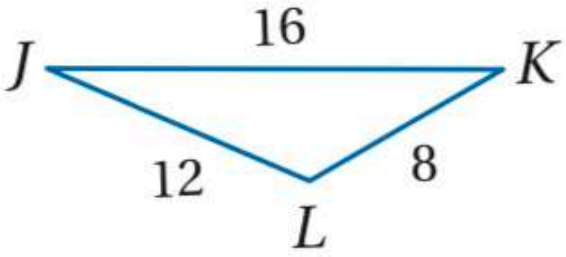
الأضلاع المتناظرة:
لتحديد الأضلاع المتناظرة لمثلثين، ابدأ بمقارنة أطول ضلعين ثم الضلعين التاليين لهما طولًا وأخيرًا أقصر ضلعين.

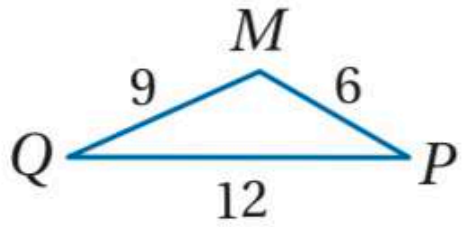


تحقق من فهمك 2 صفحة 22

حدّد في كلٍّ مما يأتي ما إذا كان المثلثان متشابهين أم لا، وإذا كانا كذلك، فاكتب عبارة التشابه، و وضّح إجابتك.

(2A





الموضوع/ المثلثات المتشابهة

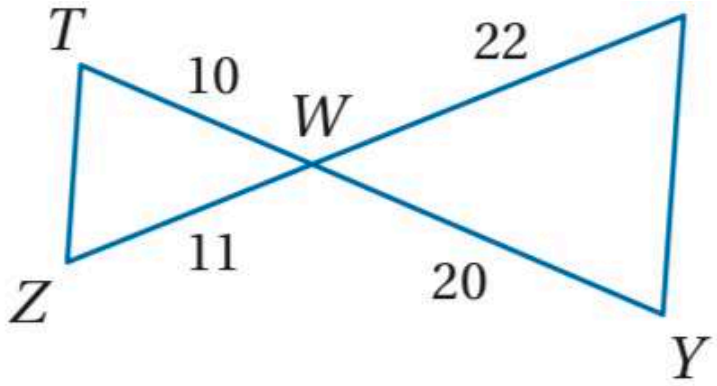


تعاقب الأدوار

تحقق من فهمك 2 صفحة 22

حدّد في كلٍّ مما يأتي ما إذا كان المثلثان متشابهين أم لا، وإذا كانا كذلك، فاكتب عبارة التشابه، و وضّح إجابتك.

(2B



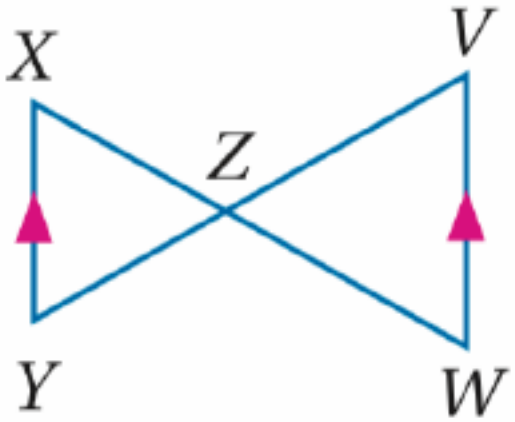
اليوم/
التاريخ/

الموضوع/ المثلثات المتشابهة

تأكد صفحة 25

في كلٍّ ممَّا يأتي حدّد ما إذا كان المثلثان متشابهين أم لا؟ وإذا كانا كذلك فاكتب عبارة التشابه، ووضّح إجابتك.

1)



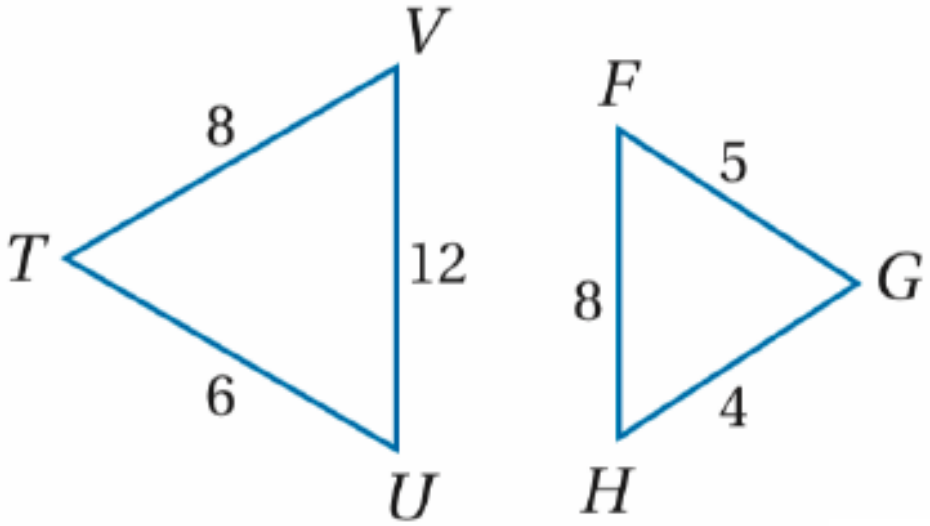
اليوم/
التاريخ/

الموضوع/ المثلثات المتشابهة

تأكد صفحة 25

في كلٍّ ممَّا يأتي حدّد ما إذا كان المثلثان متشابهين أم لا؟ وإذا كانا كذلك فاكتب عبارة التشابه، ووضّح إجابتك.

(3



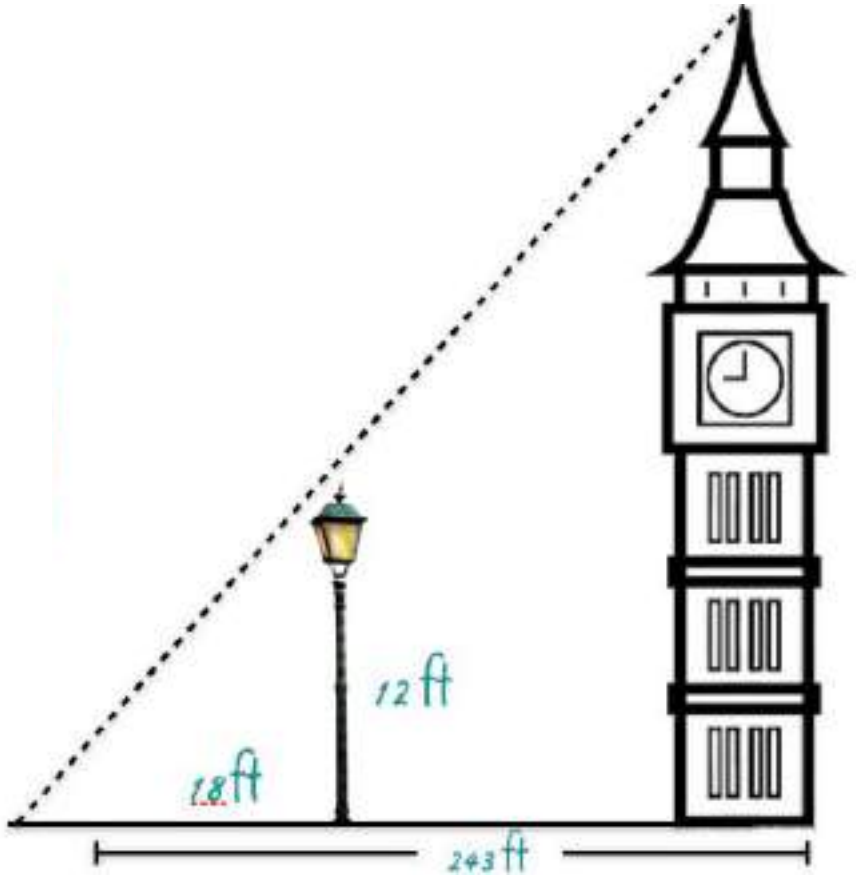
تعلمنا في الدرس السابق





في أحد رحلاته للعمرة أراد حمود أن يجد ارتفاع برج الساعة فقاس طول ظل عمود إنارة ارتفاعه 12 ft عند الساعة الثامنة صباحاً فوجده 18ft إذا كان طول ظل البرج في اللحظه نفسها 243 ft ،، هل يستطيع حمود في إيجاد ارتفاع البرج ؟

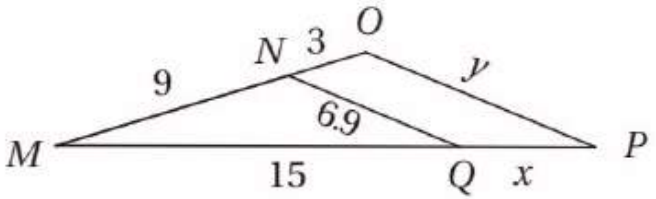




الموضوع/ المثلثات المتشابهة

مثال3 صفحة 22

المثلثان MNQ, MOP في الشكل المجاور متشابهان، ماقيمة x؟



A 12 **C** 5

B 10 **D** 4

اقرأ سؤال الاختبار

في هذا السؤال تعلمْ، أنّ $\triangle MNQ \sim \triangle MOP$ ، ومطلوب منك إيجاد طول قطعة مجهولة.

حُل سؤال الاختبار

بما أنّ $\triangle MNQ \sim \triangle MOP$ ، فإن الأضلاع المتناظرة متناسبة أي أن $\frac{MN}{MO} = \frac{MQ}{MP}$ ، وبما أن

$MN = 9, MO = 12, MQ = 15, MP = 15 + x$

اختبر كلًّا من بدائل الإجابة حتى تجد واحدًا منها يحقق التناسب $\frac{9}{12} = \frac{15}{15+x}$:

البديل A: إذا كان: $x = 12$ فإن: $\frac{9}{12} \stackrel{?}{=} \frac{15}{15+12}$

$\frac{3}{4} \neq \frac{5}{9}$ ✗ غير صحيح

البديل B: إذا كان: $x = 10$ فإن: $\frac{9}{12} \stackrel{?}{=} \frac{15}{15+10}$

$\frac{3}{4} \neq \frac{3}{5}$ ✗ غير صحيح

البديل C: إذا كان: $x = 5$ فإن: $\frac{9}{12} \stackrel{?}{=} \frac{15}{15+5}$

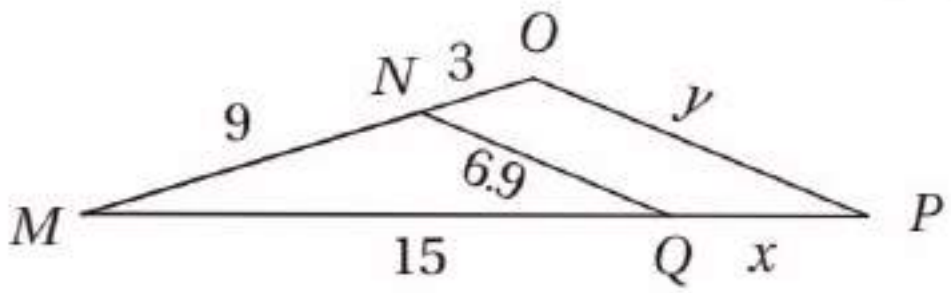
$\frac{3}{4} = \frac{3}{4}$ ✓ صحيح، إذن فإن إجابة السؤال هي C



تحقق من فهمك 3 صفحة 23

3) في المثال السابق، ماقيمة y ؟

A 5.2 **B** 8.4 **C** 9.2 **D** 20.7



الموضوع/ المثلثات المتشابهة

استعمال المثلثات المتشابهة:

خصائص المثلثات المتشابهة:

- خاصية الانعكاس للتشابه:

$$\triangle ABC \sim \triangle ABC$$

- خاصية التماثل للتشابه:

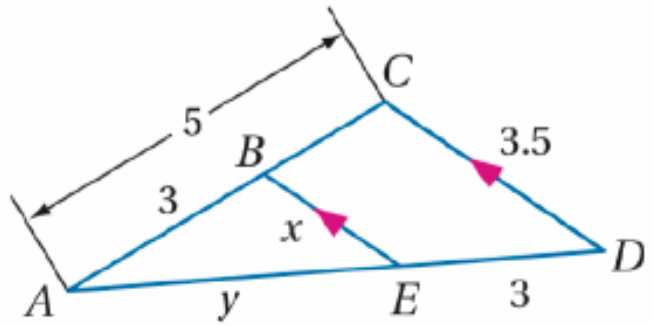
إذا كان $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ فإن $\triangle DEF \sim \triangle ABC$

- خاصية التعدي للتشابه:

إذا كان $\triangle ABC \sim \triangle DEF, \triangle DEF \sim \triangle XYZ$
فإن $\triangle ABC \sim \triangle XYZ$

مثال ٦ صفحة 23 أجزاء المثلثات المتشابهة

أوجد طول BE, AD في الشكل المجاور.



بما أنّ $\overline{BE} \parallel \overline{CD}$، فإن: $\angle ADC \cong \angle AEB, \angle ACD \cong \angle ABE$؛ لأنّها زوايا متناظرة، ومن مسلمة التشابه AA، يكون $\triangle ABE \sim \triangle ACD$.

$$\frac{AB}{AC} = \frac{BE}{CD}$$ تعريف المضلعات المتشابهة

$$\frac{3}{5} = \frac{x}{3.5}$$ $AC = 5, CD = 3.5, AB = 3, BE = x$

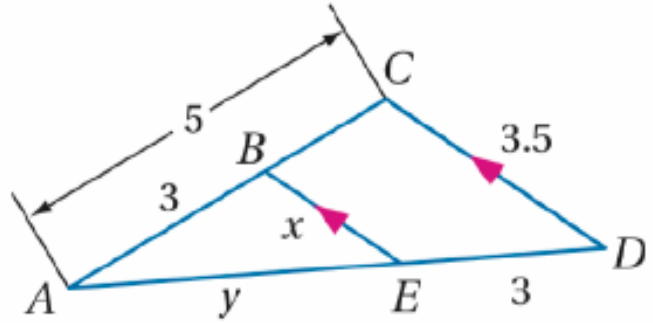
$$(3.5) \cdot 3 = 5 \cdot x$$ خاصية الضرب التبادلي

$$2.1 = x$$ بقسمة كلا الطرفين على 5

وعليه فإن BE يساوي 2.1

مثال ٦ صفحة 23 أجزاء المثلثات المتشابهة

أوجد طول BE, AD في الشكل المجاور.



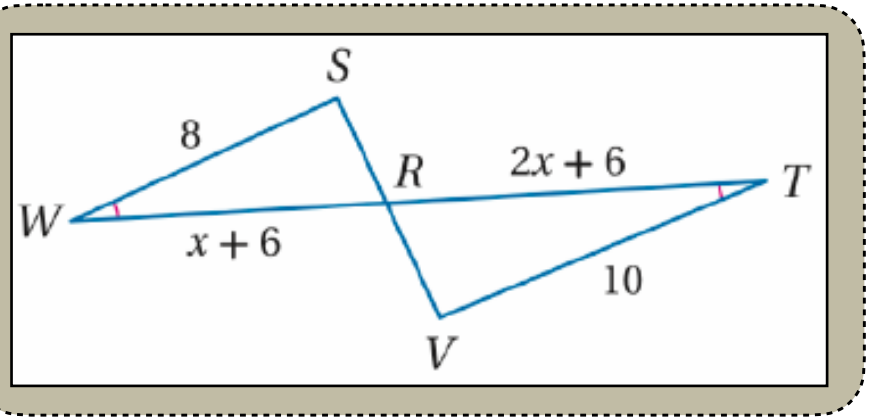
	$\frac{AC}{AB} = \frac{AD}{AE}$ تعريف المضلعات المتشابهة
$AC = 5, AB = 3, AD = y + 3, AE = y$	$\frac{5}{3} = \frac{y+3}{y}$
خاصية الضرب التبادلي	$5 \cdot y = 3(y + 3)$
خاصية التوزيع	$5y = 3y + 9$
بطرح $3y$ من كلا الطرفين	$2y = 9$
بقسمة كلا الطرفين على 2	$y = 4.5$

وعليه فإن: $AD = y + 3 = 7.5$

تحقق من فهمك ٦ صفحة 23

أوجد كل طولٍ فيما يأتي.

(4B WR, RT

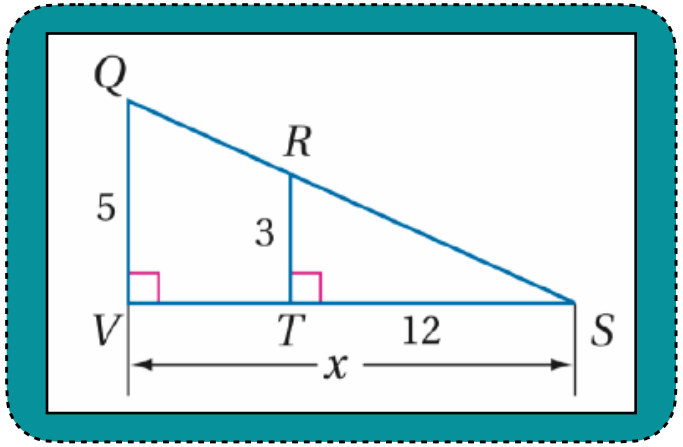


الموضوع/ المثلثات المتشابهة

تأكد صفحة 25

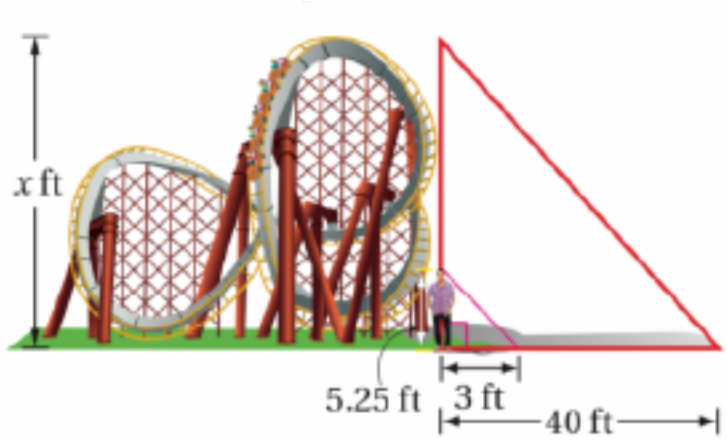
أوجد الطول المطلوب في كلٍّ من السؤالين الآتيين:

7) VS



مثال 5 صفحة ٢٦ القياس غير المباشر

أفعوانية : يريد تركي أن يقدِّر ارتفاع الأفعوانية في مدينة الألعاب، فلاحظ أنه عندما كان طول ظله **3 ft** ، كان طول ظل الأفعوانية **40 ft** . إذا كان طول تركي **5ft** و **3 in** ، فكم قدمًا ارتفاع الأفعوانية؟



خطط: في مسائل الظل، افترض أنّ الزاويتين المتكونتين من شعاعَي الشمس وأيّ جسمين رأسيين تكونان متطابقتين، وأن المثلث المتشكّل من الجسم والأرض وشعاع الشمس المارِّ بقمة الجسم قائم الزاوية، وبما أن هناك زوجين من الزوايا المتطابقة، فإنّ المثلثين القائِمَي الزاوية متشابهان وفق مسلمة التشابه AA ؛ إذن يمكن كتابة التناسب الآتي:

$$\frac{\text{طول ظل تركي}}{\text{طول ظل الأفعوانية}} = \frac{\text{طول تركي}}{\text{ارتفاع الأفعوانية}}$$

حل: افترض أن ارتفاع الأفعوانية يساوي x وعوِّض القيم المعلومة.

$\frac{5.25}{x} = \frac{3}{40}$ بالتعويض

$3 \cdot x = 40(5.25)$ خاصّية الضرب التبادلي

$3x = 210$ بالضرب

$x = 70$ بقسمة كلا الطرفين على 3

إذن ارتفاع الأفعوانية يساوي **70 ft** .

إرشادات للدراسة

تحويل الوحدات:

$12\,\text{in} = 1\,\text{ft}$

$3\,\text{in} = \frac{3}{12}\,\text{ft}$

$= 0.25\,\text{ft}$

أي أن **5ft** وَ **3 in** تساوي

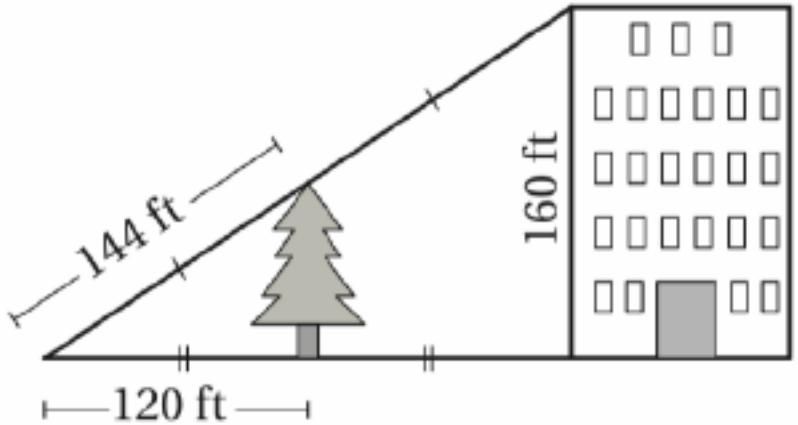
5.25ft

تحقق من فهمك 5 صفحة 24

5) بنايات: يقف منصور بجوار بناية، وعندما كان طول ظلّه 9 ft، كان طول ظل البناية 322.5 ft. إذا كان طول منصور 6 ft، فكم قدمًا ارتفاع البناية؟

تأكد صفحة 25

5) اختيار من متعدّد: استعمل الشكل أدناه في إيجاد ارتفاع الشجرة؟



A 264 ft

B 60 ft

C 72 ft

D 80 ft

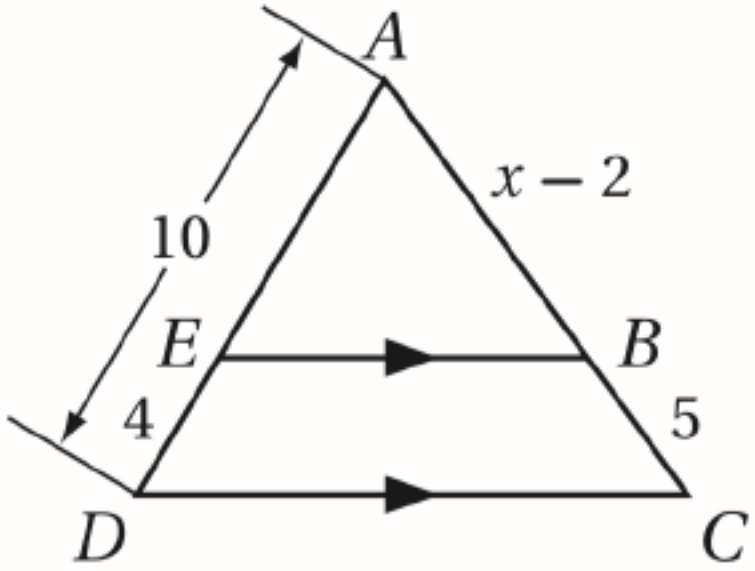


تأكد صفحة 25

8) **اتّصالات:** طول ظلّ برج اتصالاتٍ في لحظةٍ معينةٍ 100 ft ، وبجواره لوحة تحذيرية مثبَّتة على عمودٍ طول ظله في اللحظة ذاتها 3 ft و 4 in ، إذا كان ارتفاع عمود اللوحة 4 ft و 6 in ، فما ارتفاع البرج؟

تدرب على اختبار صفحة 25

33) **إجابة مطوّلة:** في الشكل أدناه $\overline{DC} \parallel \overline{EB}$.



a) اكتب تناسبًا يمكن استعماله لإيجاد قيمة x.

.....

.....

b) أوجد قيمة x وطول $\overline{AB}$.

.....

.....

.....

الموضوع/ المثلثات المتشابهة

تحصيلي

إذا كان طول ظل منارة مسجد 15m وكان ارتفاع سور المسجد 2.5m وطول ظل السور 1.5m ؛ فكم مترًا ارتفاع المنارة؟

A) 9

B) 15

C) 25

D) 40

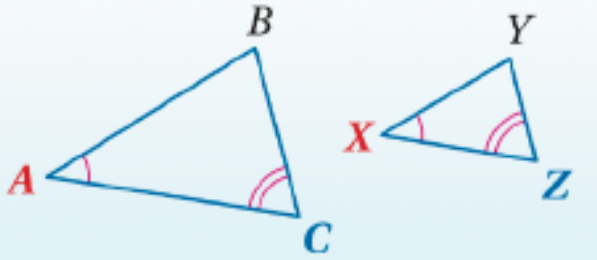


الموضوع/ المثلثات المتشابهة

تعلمنا في هذا الدرس:

حالات تشابه مثلثين واستعمالها

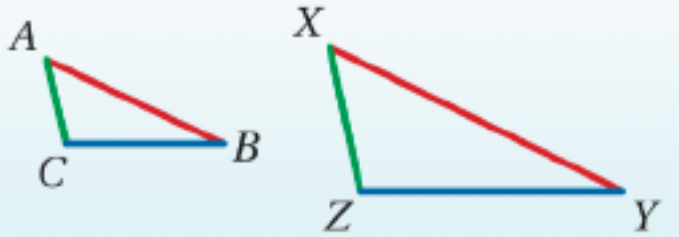
مسلمة AA



إذا كانت: $\angle A \cong \angle X, \angle C \cong \angle Z$

فإنّ: $\triangle ABC \sim \triangle XYZ$

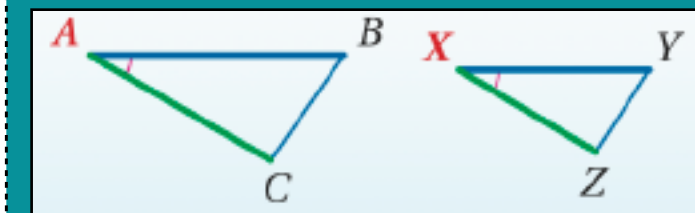
نظرية SSS



إذا كانت: $\frac{AB}{XY} = \frac{BC}{YZ} = \frac{CA}{ZX}$

فإنّ: $\triangle ABC \sim \triangle XYZ$.

نظرية SAS



إذا كانت: $\angle A \cong \angle X, \frac{AB}{XY} = \frac{CA}{ZX}$

فإنّ: $\triangle ABC \sim \triangle XYZ$.

@MarymAlamer

الفصل السادس

التشابه



6-3

المستقيمات المتوازية والأجزاء المتناسبة

الموضوع/ المستقيمات المتوازية والأجزاء المتناسبة

اللهم علمنا ما ينفعنا وانفعنا بما علمتنا وزدنا علما

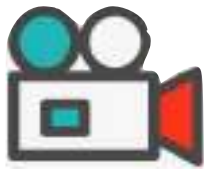
اختبار بيزا

المهارة جمع وحدات الزمن وطرحها .

يستخدم البعض تطبيقات الهاتف المحمول من أجل معرفة أوقات الصلاة واستلام تنبيهات قبل الآذان بالإضافة إلى خدمات أخرى مثل تحديد القبلة ونحوها.



١	كم كانت الساعة وقت أخذ اللقطة أعلاه لواجهة التطبيق؟						
أ	١٠:٤٦	ب	١٠:٥٦	ج	١١:١٤	د	١١:٢٣

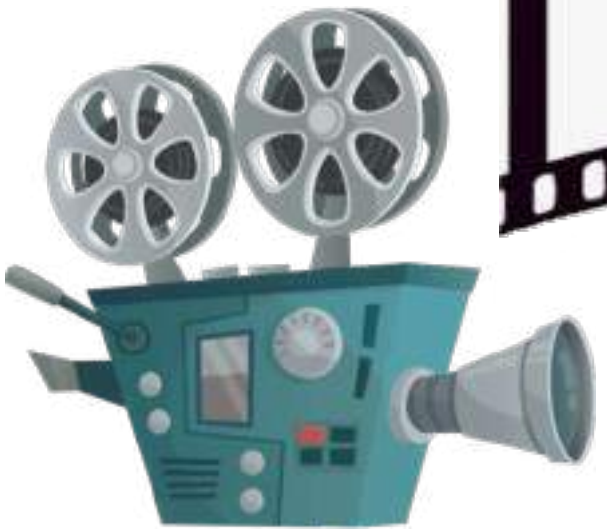


اليوم/

التاريخ/

الموضوع/ المستقيمات المتوازية والأجزاء المتناسبة

تعلمنا في الدرس السابق



- شروط تشابه مضلعين
- نظرية محيط مضلعين متشابهين
- الحالات الخاصة لإثبات تشابه مثلثين
- استعمال المثلثات المتشابهة لحل المسائل



اليوم/

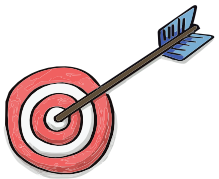
التاريخ/

الموضوع/ المستقيمات المتوازية والأجزاء المتناسبة



فيما سبق تعلمنا

استعمال التناسب لحل مسائل تتضمن مثلثات متشابهة



أهداف الدرس

- استعمل الأجزاء المتناسبة في المثلث.
- استعمل الأجزاء المتناسبة في المستقيمات المتوازية.



المفردات

- القطعة المنصفة في المثلث



اليوم/
التاريخ/

الموضوع/ المستقيمات المتوازية والأجزاء المتناسبة

شاهد - دون

لماذا؟



يستعمل رسّامو الصور المتحركة طرائق عدّة؛ لإضفاء خداع بصري على أعمالهم. كما يستعملون في الرسومات الثلاثية الأبعاد حقيقة كون الأجسام البعيدة تبدو أصغر من الأجسام القريبة إلى المشاهد. ولتحقيق هذا الخداع، يستعمل الرسّامون نظرية التناسب في المثلث.



1. صف المسافة بين مستقيمين متوازيين؟
2. لماذا تظهر المسافة بين الحافتين السفلى والعليا وكأنها تصغر؟
3. هل المستقيمان المكونان للحافة العليا والسفلى متوازيان ؟
4. هل تبدو كذلك ؟ ولماذا؟

@MarymAlamer

الأجزاء المتناسبة في المثلث:

نظرية التناسب في مثلث

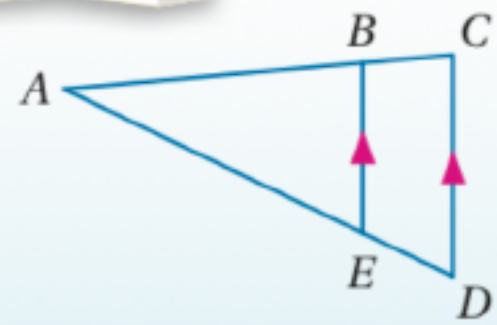
نظريّة 6.5

نظريّة التناسب في المثلث

إذا وازى مستقيم ضلعًا من أضلاع مثلث وقطع ضلعيه الآخرين، فإنّه يقسمهما إلى قطع مستقيمة متناظرة أطوالها متناسبة.

مثال: إذا كان $\overline{BE} \parallel \overline{CD}$ ، فإن $\frac{AB}{BC} = \frac{AE}{ED}$.

أضف إلى مطويتك



@MarymAlamer



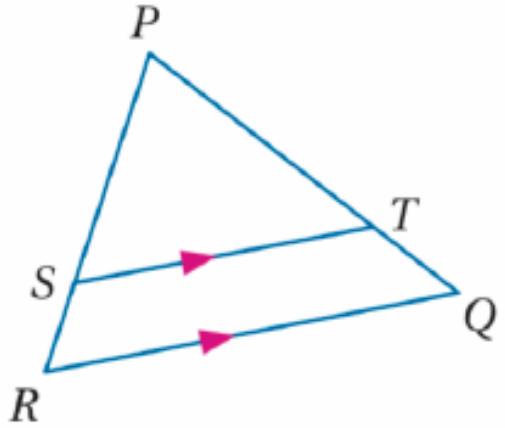
اليوم/
التاريخ/

الموضوع/ المستقيمات المتوازية والأجزاء المتناسبة

مثال1 صفحة30 إيجاد طول ضلع

في $\triangle PQR$ ، إذا كان: $SR = 2.5, TQ = 3, PT = 7.5, \overline{ST} \parallel \overline{RQ}$ ، فأوجد PS .

استعمل نظريّة التناسب في المثلث.



نظرية التناسب في المثلث	$\frac{PS}{SR} = \frac{PT}{TQ}$
بالتعويض	$\frac{PS}{2.5} = \frac{7.5}{3}$
خاصية الضرب التبادلي	$PS \cdot 3 = (2.5)(7.5)$
بالضرب	$3PS = 18.75$
بقسمة كلا الطرفين على 3	$PS = 6.25$

إرشادات للدراسة

التوازي:

إذا كان المستقيمان $\overleftrightarrow{AB}, \overleftrightarrow{CD}$ متوازيين، فإن القطعتين المستقيمتين $\overline{AB}, \overline{CD}$ متوازيتان؛ لأنهما جزء من المستقيمين $\overleftrightarrow{AB}, \overleftrightarrow{CD}$ على الترتيب.

أي أنه إذا كان $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$، فإن $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$

@MarymAlamer

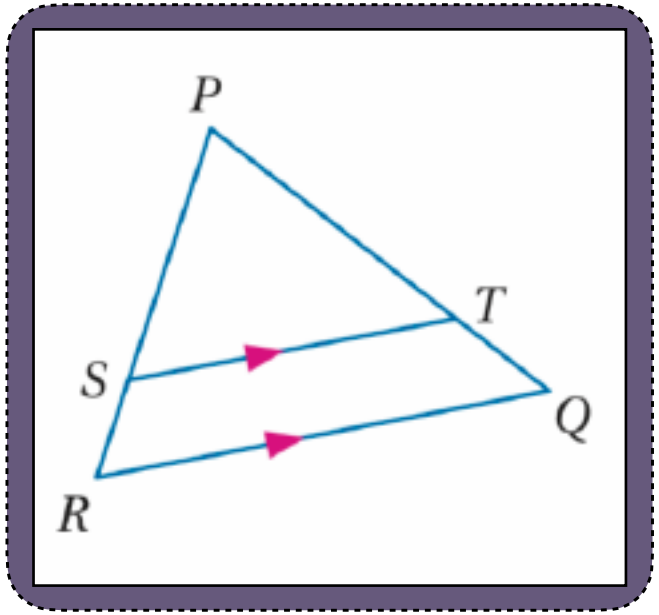


اليوم/
التاريخ/

الموضوع/ المستقيمات المتوازية والأجزاء المتناسبة

تحقق من فهمك 1 صفحة 30

1) في الشكل أعلاه، إذا كان: $PT = 15$, $SR = 5$, $PS = 12.5$ ، فأوجد TQ .



@MarymAlamer

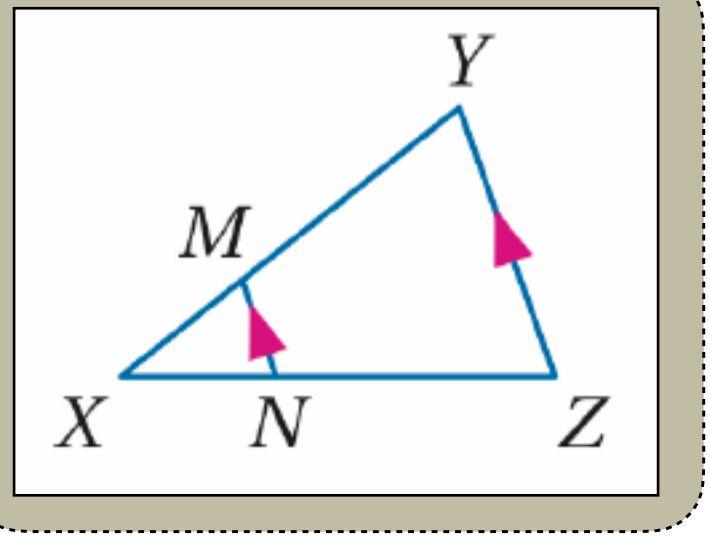


اليوم/
التاريخ/

الموضوع/ المستقيمات المتوازية والأجزاء المتناسبة

تأكد صفحة 35

في $\triangle XYZ$ ، إذا كان $\overline{MN} \parallel \overline{YZ}$، فأجب عن السؤالين الآتيين:



1) إذا كان: $XM = 4 , XN = 6 , NZ = 9$ ، فأوجد XY.

@MarymAlamer

الموضوع/ المستقيمات المتوازية والأجزاء المتناسبة

GeoGebra

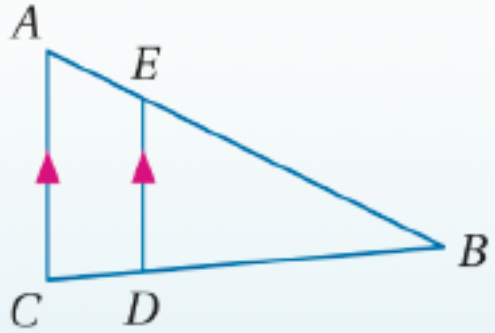
عكس نظرية التناسب في مثلث

أضف إلى مطويتك

نظريّة 6.6

عكس نظريّة التناسب في المثلث

إذا قطع مستقيم ضلعين في مثلث وقسمهما إلى قطع مستقيمة متناظرة أطوالها متناسبة، فإن المستقيم يوازي الضلع الثالث للمثلث.

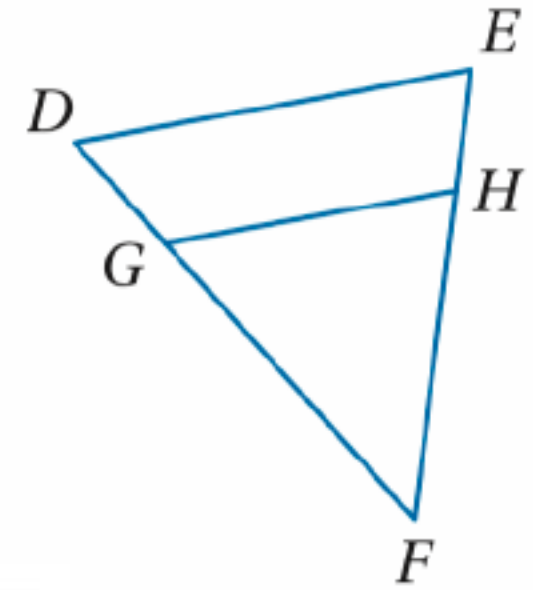


مثال: إذا كان $\frac{AE}{EB}=\frac{CD}{DB}$ ، فإن $\overline{ED} \parallel \overline{AC}$.



مثال 2 صفحة 31 تحديد ما إذا كان المستقيمان متوازيان

في $\triangle DEF$ إذا كان: $DG = \frac{1}{3} GF, EH = 3, HF = 9$، فهل $\overline{DE} \parallel \overline{GH}$؟ وضح إجابتك.



يتعين عليك إثبات أنّ $\frac{DG}{GF} = \frac{EH}{HF}$ ، وذلك باستعمال عكس نظرية التناسب في المثلث.

$DG = \frac{1}{3} GF$	معطى
$\frac{DG}{GF} = \frac{1}{3}$	بقسمة كلا الطرفين على GF
$\frac{EH}{HF} = \frac{3}{9}$	بالتعويض $EH = 3$ ، $HF = 9$
$= \frac{1}{3}$	بالتبسيط

وبما أن:

$$\frac{DG}{GF} = \frac{EH}{HF} = \frac{1}{3}$$

بحسب عكس نظرية التناسب في المثلث. تكون $\overline{DE} \parallel \overline{GH}$

@MarymAlamer

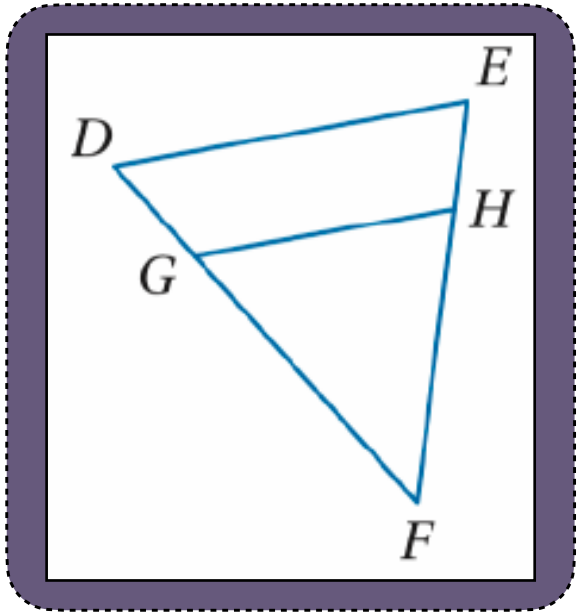


اليوم/
التاريخ/

الموضوع/ المستقيمات المتوازية والأجزاء المتناسبة

تحقق من فهمك 2 صفحة 31

2) في الشكل أعلاه، إذا كان: $HF = 10 , EH = 6 , DG = \frac{1}{2} GF$ ، فهل $\overline{DE} \parallel \overline{GH}$ ؟



@MarymAlamer

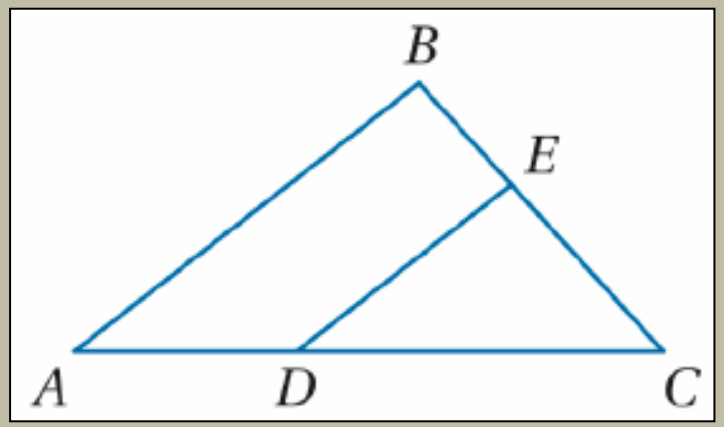
الموضوع/ المستقيمات المتوازية والأجزاء المتناسبة

تعاقب الأدوار



تأكد صفحة 35

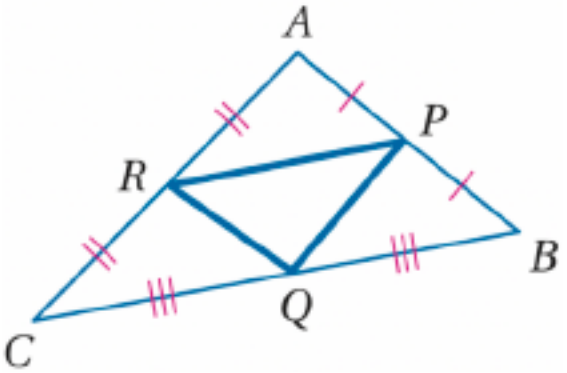
3) في $\triangle ABC$ ، إذا كان: $BC = 15, BE = 6$ ، $DC = 12, AD = 8$ ، فهل $\overline{DE} \parallel \overline{AB}$ ؟ برّر إجابتك.



@MarymAlamer

القطعة المنصفة في مثلث

القطعة المنصفة في مثلث





هي قطعة مستقيمة طرفاها نقطتا منتصف ضلعين في المثلث

- القطع المنصفة في $\triangle ABC$ المجاور هي

$$\overline{RP}, \overline{PQ}, \overline{RQ}$$

إرشادات للدراسة

مثلث القطع المنصفة:
القطع المنصفة الثلاث في المثلث تشكل مثلثًا يُسمى مثلث القطع المنصّفة.

@MarymAlamer
مجموعة رفعة الرياضيات

GeoGebra

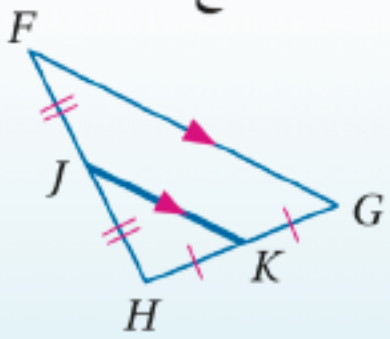
القطعة المنصفة في المثلث

نظرية القطعة المنصفة في مثلث

نظرية 6.7 نظريَة القطعة المنصَفة في المثلث

أضف إلى مطويتك

القطعة المنصفة في المثلث توازي أحد أضلاعه، وطولها يساوي نصف طول ذلك الضلع.



مثال: إذا كانت J, K نقطتَي منتصف $\overline{FH}, \overline{HG}$ على الترتيب، فإن: $\overline{JK} \parallel \overline{FG}, JK = \frac{1}{2} FG$.

@MarymAlamer



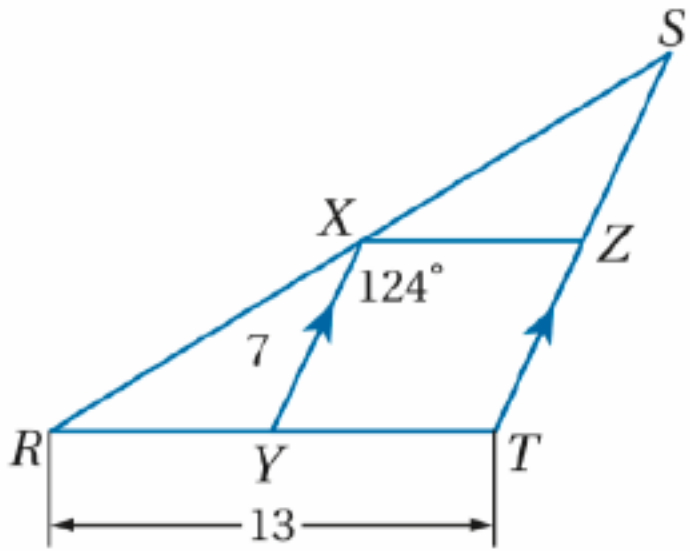
الموضوع/ المستقيمات المتوازية والأجزاء المتناسبة

اليوم/
التاريخ/

مثال 3 صفحة 32 استعمال نظرية القطعة المنصفة في مثلث

في $\triangle RST$ ، إذا كانت $\overline{XZ}, \overline{XY}$ قطعتين منصّفتين، فأوجد كل قياس مما يأتي:

a) XZ



نظرية القطعة المنصّفة في المثلث $XZ = \frac{1}{2}RT$

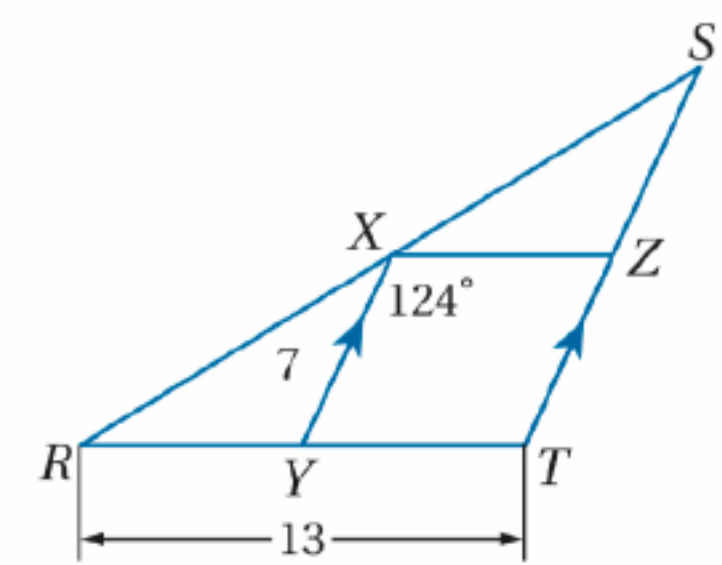
بالتعويض $XZ = \frac{1}{2}(13)$

بالتبسيط $XZ = 6.5$

@MarymAlamer



مثال 3 صفحة 32 استعمال نظرية القطعة المنصفة في مثلث



ST (b

$XY = \frac{1}{2}ST$	نظرية القطعة المنصّفة في المثلث
$7 = \frac{1}{2}ST$	بالتعويض
$14 = ST$	بضرب كلا الطرفين في 2

$m\angle RYX$ (c

$\overline{XZ}$ قطعة منصفة في $\triangle RST$ ، إذن $\overline{XZ} \parallel \overline{RT}$.

$\angle RYX \cong \angle YXZ$	نظرية الزاويتين المتبادلتين داخليًا
$m\angle RYX = m\angle YXZ$	تعريف تطابق الزوايا
$m\angle RYX = 124°$	بالتعويض

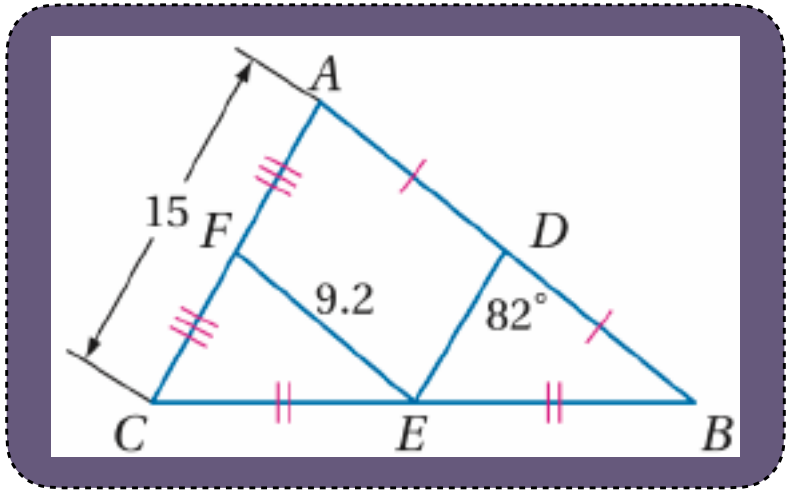
@MarymAlamer



الموضوع/ المستقيمات المتوازية والأجزاء المتناسبة

اليوم/
التاريخ/

تحقق من فهمك 3 صفحة 32



DE (3A

DB (3B

$m\angle FED$ (3C



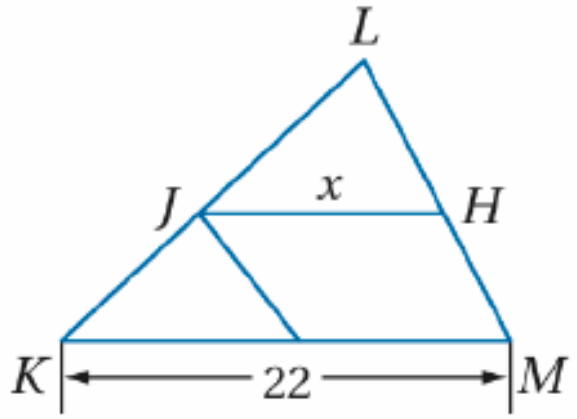
الموضوع/ المستقيمات المتوازية والأجزاء المتناسبة

اليوم/
التاريخ/

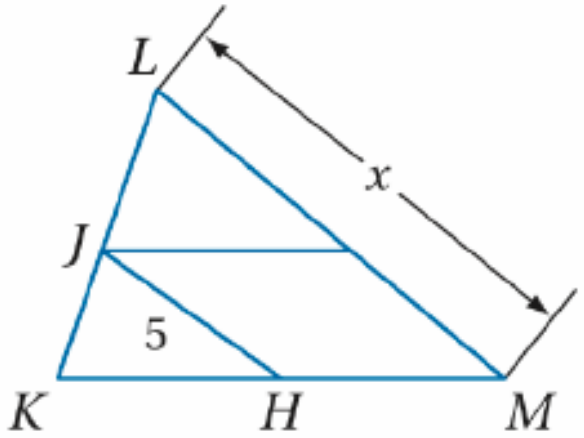
تأكد صفحة 35

إذا كانت $\overline{JH}$ قطعة منصِّفة في $\triangle KLM$ ، فأوجد قيمة x في السؤالين الآتيين:

(5



(6



.....

.....

.....

.....

.....

.....

الموضوع/ المستقيمات المتوازية والأجزاء المتناسبة

تعلمنا في هذا الدرس:

- نظرية التناسب في مثلث
- عكس نظرية التناسب في مثلث
- نظرية القطعة المنصفة في مثلث

الفصل السادس

التشابه



الموضوع/ المستقيمات المتوازية والأجزاء المتناسبة

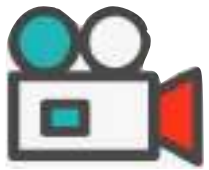
اللهم علمنا ما ينفعنا وانفعنا بما علمتنا وزدنا علما

اختبار بيزا

المهارة جمع وحدات الزمن وطرحها.

٢	صلاة الشروق هي من صلاة النوافل التي يصليها المسلم بعد أن تشرق الشمس، وبعد انتهاء النهي عن الصلاة، وذلك وقت ارتفاع الشمس قيد رمح السماء، وهو الذي تم تقديره بربع ساعة تقريباً ، وبعد أن ينتظر المسلم ربع ساعة تقريباً من طلوع الشمس، يقوم بأداء صلاة الشروق. إذا رغب محمد تأدية صلاة الشروق فأي مما يلي أفضل وقت يؤديها فيه ؟	أ	٥:٣٧	ب	٥:٤٢	ج	٦:٠٠	د	٦:٠٧





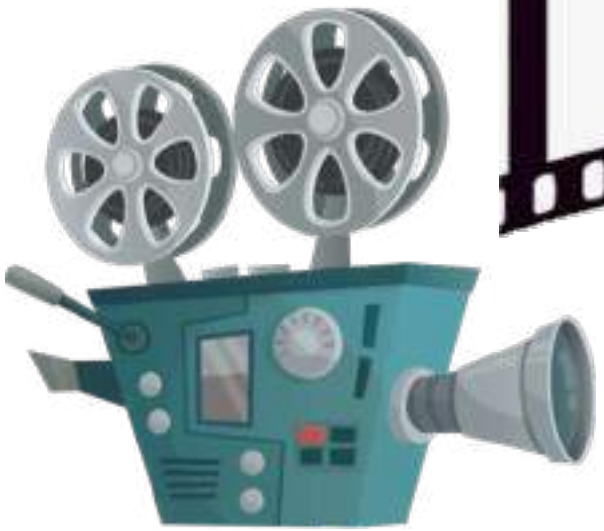
اليوم/

التاريخ/

الموضوع/ المستقيمات المتوازية والأجزاء المتناسبة

تعلمنا في الدرس السابق







اليوم/

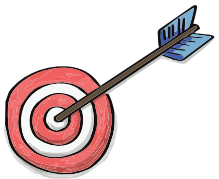
التاريخ/

الموضوع/ المستقيمات المتوازية والأجزاء المتناسبة



فيما سبق تعلمنا

استعمال التناسب لحل مسائل تتضمن مثلثات متشابهة



أهداف الدرس

- استعمل الأجزاء المتناسبة في المثلث.
- استعمل الأجزاء المتناسبة في المستقيمات المتوازية.



المفردات

- القطعة المنصفة في المثلث



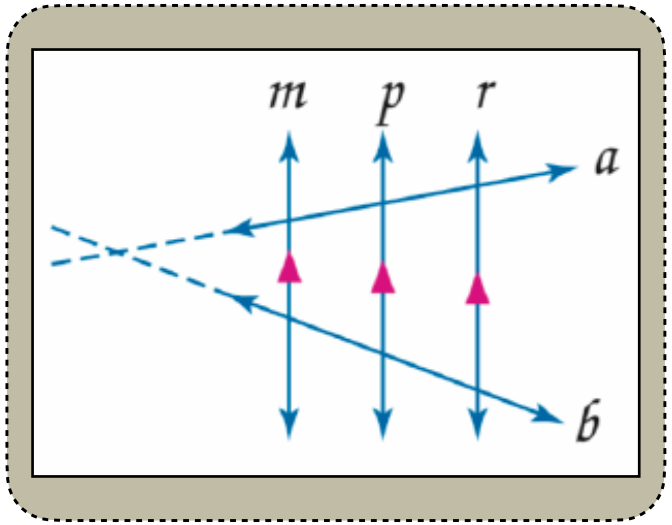
@MarymAlamer

الموضوع/ المستقيمات المتوازية والأجزاء المتناسبة

المناقشة النشطة



الأجزاء المتناسبة من قاطعين لمستقيمات متوازية :



هناك حالة خاصّة أخرى لنظرية التناسب في المثلث تتضمن ثلاثة مستقيمات متوازية أو أكثر، يقطعها قاطعان. لاحظ أنّه إذا مُدَّ القاطعان a , b، فإنّهما يصنعان ثلاثة مثلثاتٍ لها ثلاثة أضلاع متوازية.

مجموعة رفعة الرياضيات
@MarymAlamer

الموضوع/ المستقيمات المتوازية والأجزاء المتناسبة

GeoGebra

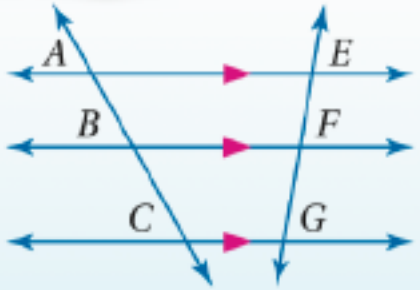
الأجزاء المتناسبة من قاطعين لمستقيمات متوازية :

نتيجة 6.1

الأجزاء المتناسبة من قاطعين لمستقيمات متوازية

أضف إلى مطويتك

إذا قطع قاطعان ثلاثة مستقيمات متوازية أو أكثر، فإن أطوال أجزاء القاطعين تكون متناسبة.



مثال: إذا كان: $\overline{AE} \parallel \overline{BF} \parallel \overline{CG}$، وكان $\overleftrightarrow{AC}, \overleftrightarrow{EG}$ قاطعان لها، فإن $\frac{AB}{BC} = \frac{EF}{FG}$.

إرشادات للدراسة

تناسبات أخرى:

في النتيجة 2.1، يمكن كتابة تناسبين آخرين للمثال:

$$\frac{AB}{EF} = \frac{BC}{FG}, \frac{AC}{BC} = \frac{EG}{FG}$$

@MarymAlamer

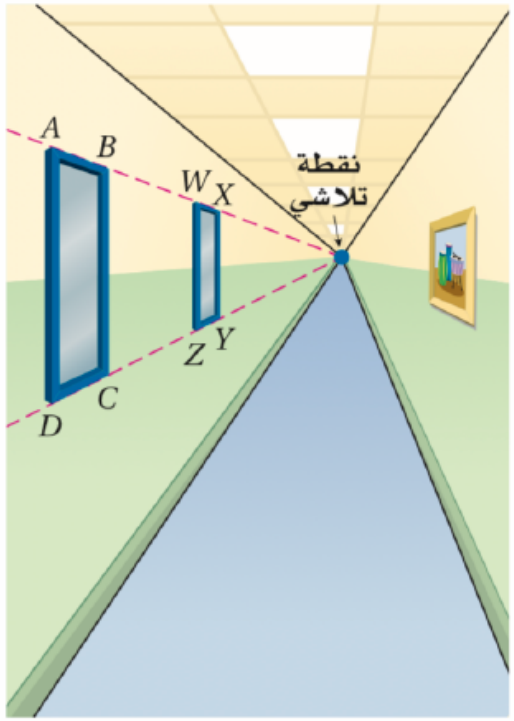


اليوم/
التاريخ/

الموضوع/ المستقيمات المتوازية والأجزاء المتناسبة

مثال ٦ صفحة 33 استعمال القطع المتناسبة من قاطعين

رسم: ترسم مريم ممرًّا في منظورٍ ذي نقطة تلاشٍ واحدة، فاستعملت مريم الخطوط الإرشادية المبيّنة؛ لرسم نافذتين على الجدار الأيسر.
إذا كانت القطع المستقيمة: $\overline{AD}, \overline{BC}, \overline{WZ}, \overline{XY}$ متوازية، وكان: $AB = 8\text{ cm}, DC = 9\text{ cm}, ZY = 5\text{ cm}$، فأوجد WX.



بما أن $\overline{AD} \parallel \overline{BC} \parallel \overline{WZ} \parallel \overline{XY}$، إذن $\frac{AB}{WX} = \frac{DC}{ZY}$ وفق النتيجة 6.1.

النتيجة 6.1	$\frac{AB}{WX} = \frac{DC}{ZY}$
بالتعويض	$\frac{8}{WX} = \frac{9}{5}$
خاصيّة الضرب التبادلي	$WX \cdot 9 = 8 \cdot 5$
بالتبسيط	$9WX = 40$
بقسمة كلا الطرفين على 9	$WX = \frac{40}{9} \approx 4.4\text{ cm}$

الربط مع الحياة

يستعمل الرسامون إيحاءات إدراكيّة متنوعة، تجعل الرسم الثنائي الأبعاد يبدو ثلاثي الأبعاد منها:

- الحجم: تبدو الأشياء البعيدة أصغر حجمًا.
- الوضوح: تبدو الأجسام القريبة أكثر وضوحًا.
- التفاصيل: تتضمن الأجسام القريبة تفاصيل دقيقة، في حين تتضمن الأجسام البعيدة معالم عامّة.

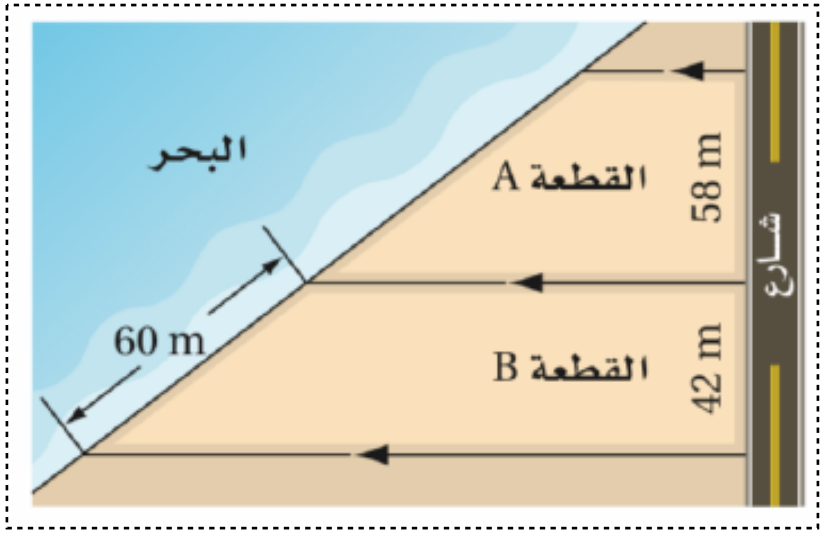


اليوم/
التاريخ/

الموضوع/ المستقيمات المتوازية والأجزاء المتناسبة

تحقق من فهمك ٦ صفحة 33

4) **عقارات:** واجهة قطعة الأرض هي طول حدِّها المحاذي لمعْلَمٍ ما مثل شارع أو بحر أو نهر، أوجد طول الواجهة البحريَّة للقطعة A إلى أقرب عُشر المتر.



@MarymAlamer

الموضوع/ المستقيمات المتوازية والأجزاء المتناسبة

GeoGebra

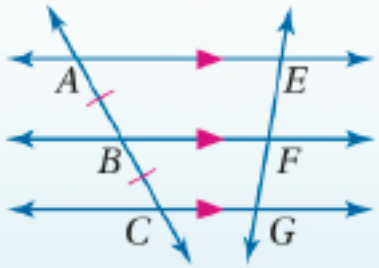
الأجزاء المتناسبة من قاطعين لمستقيمات متوازية :

نتيجة 6.2

أضف إلى مطويتك

الأجزاء المتناسبة من قاطعين لمستقيمات متوازية

إذا قطع قاطع ثلاثة مستقيمات متوازية أو أكثر، وكانت أجزاؤه متطابقة،فإن أجزاء أي قاطع آخر لها تكون متطابقة.



مثال: إذا كان: $\overline{AE} \parallel \overline{BF} \parallel \overline{CG}$ ، وكان $\overline{AC}, \overline{EG}$ قاطعين لها، بحيث $\overline{AB} \cong \overline{BC}$ فإن $\overline{EF} \cong \overline{FG}$.

@MarymAlamer

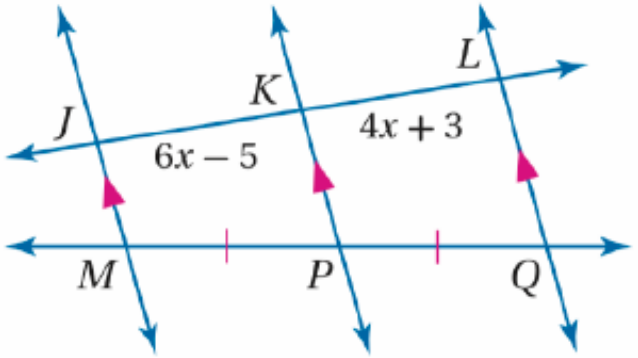
مجموعة رفعة الرياضيات



مثال 5 صفحة 34 استعمال القطع المتطابقة من قاطعين

جبر: أوجد قيمة x .

بما أنّ: $\overleftrightarrow{JM} \parallel \overleftrightarrow{KP} \parallel \overleftrightarrow{LQ}$, $\overline{MP} \cong \overline{PQ}$ ،
فإنّ $\overline{JK} \cong \overline{KL}$ وفق النتيجة 6.2 .



$JK = KL$	تعريف التطابق
$6x - 5 = 4x + 3$	بالتعويض
$2x - 5 = 3$	بطرح $4x$ من كلا الطرفين
$2x = 8$	بإضافة 5 للطرفين
$x = 4$	بقسمة كلا الطرفين على 2

الموضوع/ المستقيمات المتوازية والأجزاء المتناسبة

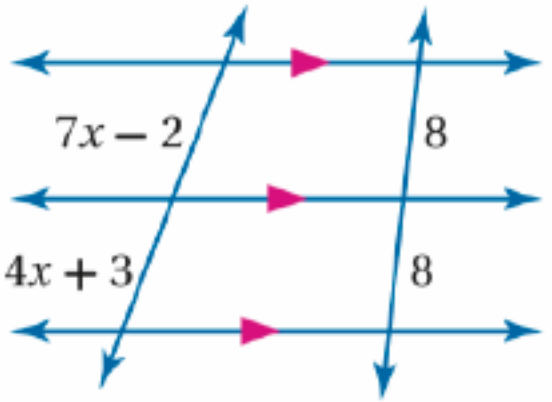
تعاقب الأدوار



تحقق من فهمك 5 صفحة 34

أوجد قيمة كلٍّ من x, y.

(5A



@MarymAlamer
مجموعة رفعة الرياضيات

الموضوع/ المستقيمات المتوازية والأجزاء المتناسبة

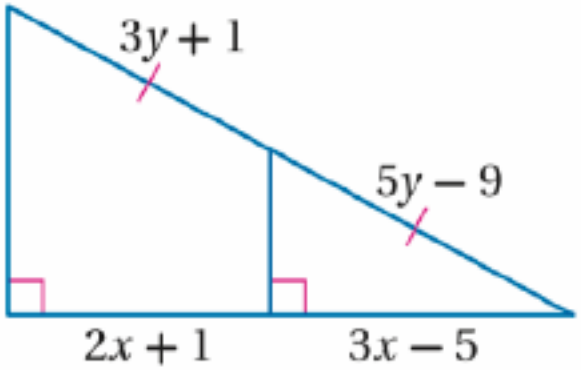
تعاقب الأدوار



تحقق من فهمك 5 صفحة 34

أوجد قيمة كلٍّ من x, y.

(5B



@MarymAlamer

الموضوع/ المستقيمات المتوازية والأجزاء المتناسبة

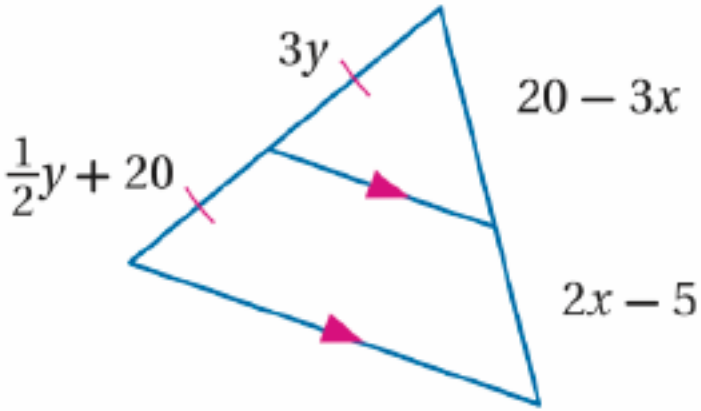
السبورات البيضاء



تأكد صفحة 35

جبر: أوجد قيمتَي x, y في كلٍّ من السؤالين الآتيين:

8)

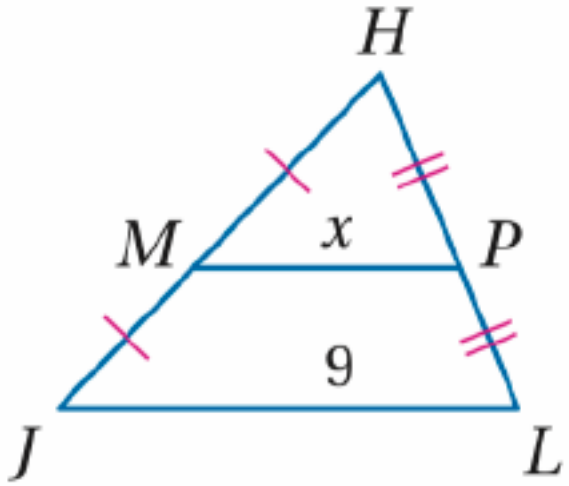


@MarymAlamer
مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إبداع - تواصل

الموضوع/ المستقيمات المتوازية والأجزاء المتناسبة



مهارات التفكير العليا صفحة 37



35) اكتشف الخطأ: يجد كلٌّ من أسامة وسلطان قيمة x في $\triangle JHL$، يقول أسامة: إنّ MP يساوي نصف JL؛ إذن x تساوي 4.5، ويقول سلطان: إن JL يساوي نصف MP؛ إذن x تساوي 18. فهل إجابة أيٍّ منهما صحيحة؟ وضّح إجابتك.

.....

.....

.....

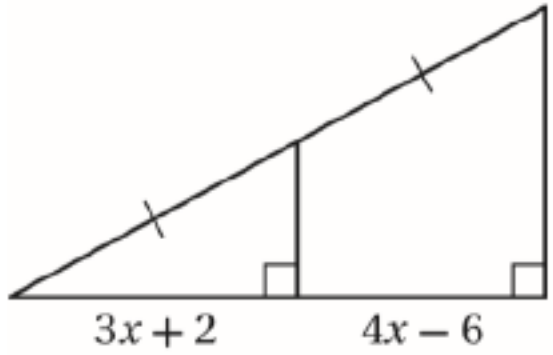
.....

@MarymAlamer

الموضوع/ المستقيمات المتوازية والأجزاء المتناسبة

تدرب على اختبار صفحة 25

40) إجابة قصيرة: ما قيمة x؟



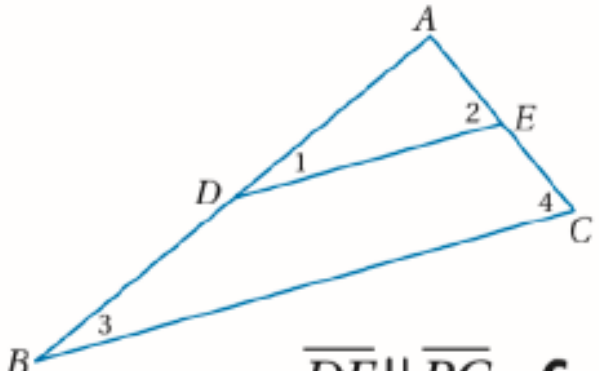
مجموعة رفعة الرياضيات
@MarymAlamer

الموضوع/ المستقيمات المتوازية والأجزاء المتناسبة

تحصيلي

تدرب على اختبار صفحة 25

41) في $\triangle ABC$، إذا كانت $\overline{DE}$ قطعة منصّفة، فأي العبارات التالية غير صحيحة؟



A $\angle 1 \cong \angle 4$

B $\triangle ABC \sim \triangle ADE$

C $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$

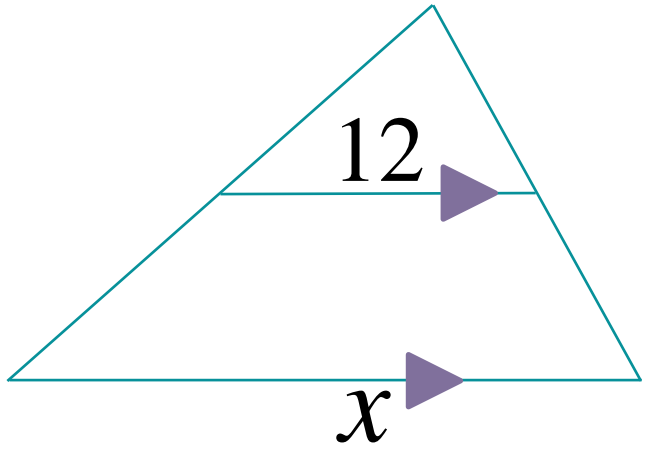
D $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$

@MarymAlamer

الموضوع/ المستقيمات المتوازية والأجزاء المتناسبة

تحصيلي

قيمة x في الشكل المجاور ..



A $\frac{1}{2}$

B 6

C 12

D 24

الموضوع/ المستقيمات المتوازية والأجزاء المتناسبة

تعلمنا في هذا الدرس:

- نظرية التناسب في مثلث و عكسها
- نظرية القطعة المنصفة في مثلث
- الأجزاء المتناسبة من قاطعين لمستقيمات متوازية
- الأجزاء المتطابقة من قاطعين لمستقيمات متوازية

@MarymAlamer

الفصل السادس

التشابه



6-٦

عناصر المثلثات المتشابهة

الموضوع/ عناصر المثلثات المتشابهة

اللهم علمنا ما ينفعنا وانفعنا بما علمتنا وزدنا علما

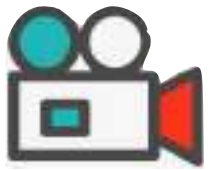
@MarymAlamer
مجموعة رفعة الرياضيات

اختبار بيزا



يعمل مهند في التسويق لإحدى شركات العقار في مدينة الرياض ، حيث يعمل بكفاءة في بيع العقارات.

١	إذا حقق مهند مبيعات قدرها ٥٥٠٠٠٠ ريال و كانت الشركة تمنح عمولة قدرها ١٢٪ فما مقدار العمولة التي سوف يحصل عليها مهند؟						
أ	٥٥٠٠٠	ب	٨٥٠٠٠	ج	٦٢٠٠٠	د	٦٦٠٠٠



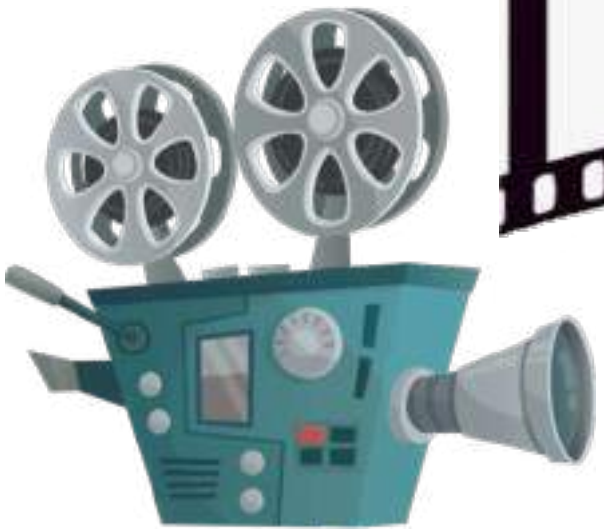
اليوم/

التاريخ/

الموضوع/ عناصر المثلثات المتشابهة

تعلمنا في الدرس السابق

- استعمال الأجزاء المتناسبة في المستقيمات المتوازية
- نظرية التناسب في مثلث وعكسها
- الحالات الخاصة لتشابه مثلثين
- المضلعات المتطابقة





اليوم/

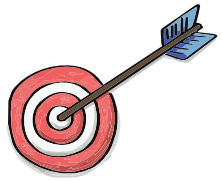
التاريخ/

الموضوع/ عناصر المثلثات المتشابهة



فيما سبق تعلمنا

أطوال الأضلاع المتناظرة لمضلعين متشابهين تكون متناسبة



أهداف الدرس

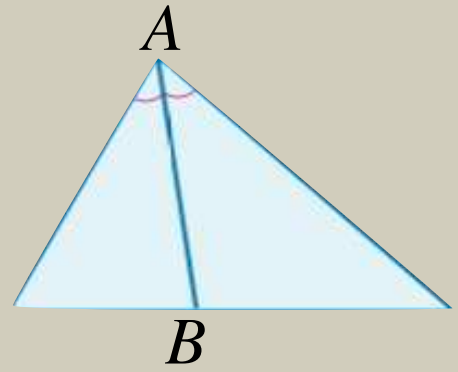
- أتعرف علاقات التناسب الخاصة بكل من منصفات الزوايا والارتفاعات والقطع المتوسطة المتناظرة في المثلثات المتشابهة واستعملها .
- استعمل نظرية منصف زاوية في مثلث.



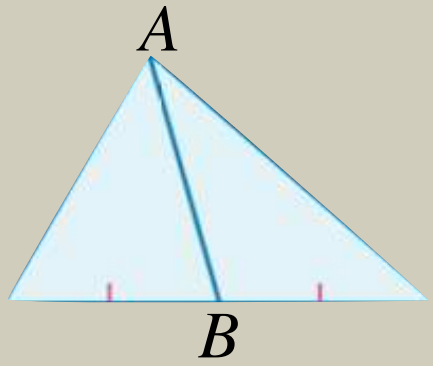


@MarymAlamer

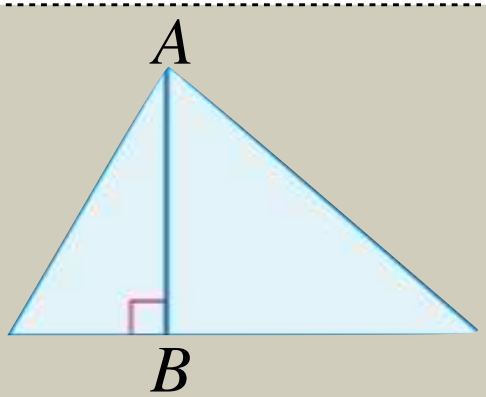
صنفي القطعة المستقيمة $\overline{AB}$ إلى (قطعة متوسطة ، الارتفاع ، منصف الزاوية)



.....



.....



.....

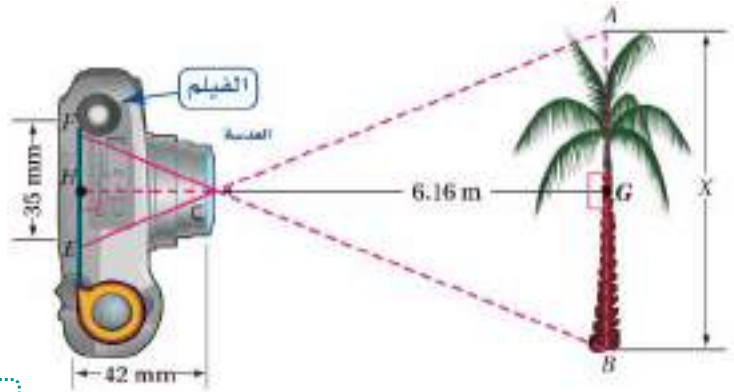
اليوم/
التاريخ/

الموضوع/ عناصر المثلثات المتشابهة



لماذا؟

في كاميرات التصوير الاحترافي تُستعمل أفلام بمعايير خاصة؛ للحصول على صور واضحة، وعند التقاط الصورة المجاورة، كانت المسافة بين النخلة وعدسة الكاميرا 6.16 m، وكان طول النخلة على الفيلم 35 mm، يمكن استعمال المثلثات المتشابهة لإيجاد طول النخلة الحقيقي.



1 إذا مثلت المسألة بمثلثين متشابهين كما في الشكل المجاور فماذا يمثل الارتفاع المشار إليه في كل مثلث ؟

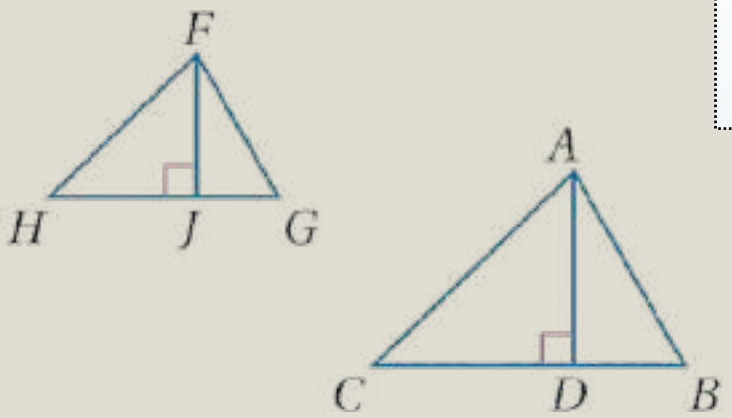
2 إذا كانت عدسة الكاميرا مرنة الحركة للأمام و الخلف فماذا يترتب على اقتراب المصور أكثر من النخلة ؟

الموضوع/ عناصر المثلثات المتشابهة

GeoGebra

نظريات قطع مستقيمة خاصة في المثلثين المتشابهين:

إذا تشابه مثلثان، فإنّ النسبة بين طولَي كل ارتفاعين متناظرين تساوي النسبة بين طولَي كلّ ضلعين متناظرين.



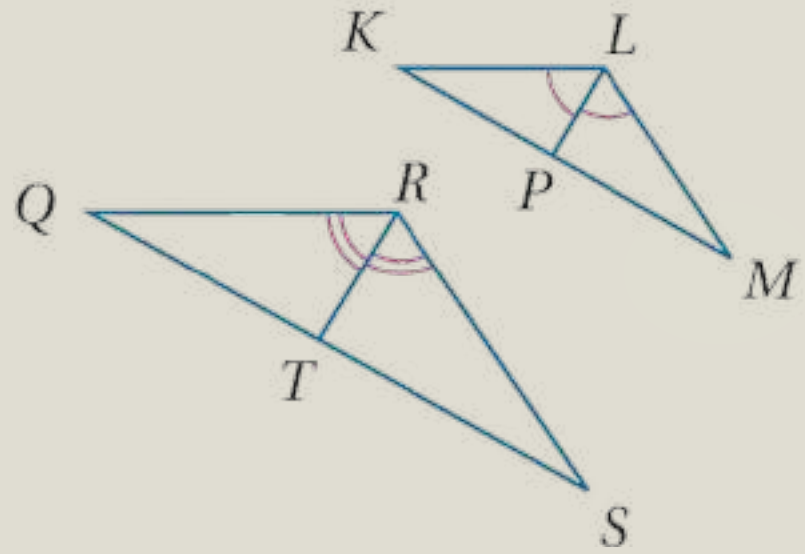
مثال: إذا كان $\triangle ABC \sim \triangle FGH$ ، $\overline{AD}, \overline{FJ}$ ارتفاعين فإنّ $\frac{AD}{FJ} = \frac{AB}{FG}$.

@MarymAlamer

الموضوع/ عناصر المثلثات المتشابهة

GeoGebra

نظريات قطع مستقيمة خاصة في المثلثين المتشابهين:



إذا تشابه مثلثان، فإن النسبة بين طولَي القطعتين المنصفتين لكل زاويتين متناظرتين تساوي النسبة بين طولَي كل ضلعين متناظرين.

مثال: إذا كان $\triangle KLM \sim \triangle QRS$ ، $\overline{LP}, \overline{RT}$ قطعتين منصفتين، فإن $\frac{LP}{RT} = \frac{LM}{RS}$.

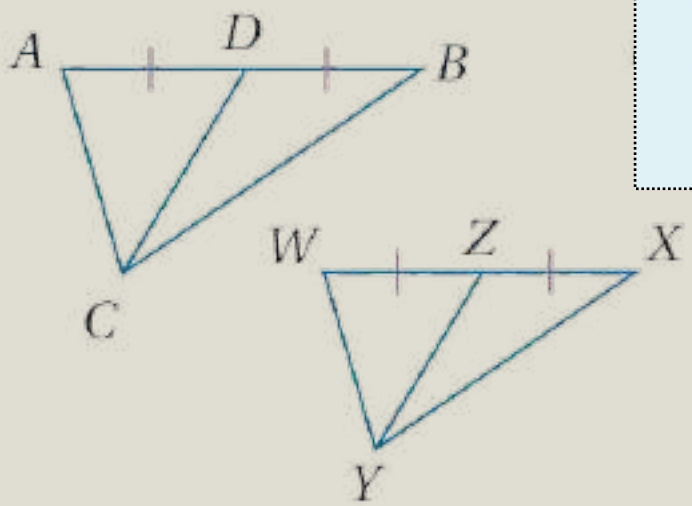
@MarymAlamer

الموضوع/ عناصر المثلثات المتشابهة

GeoGebra

نظريات قطع مستقيمة خاصة في المثلثين المتشابهين:

إذا تشابه مثلثان، فإنَّ النسبة بين طولَي كل قطعتين متوسطتين متناظرتين تساوي النسبة بين طولَي كل ضلعين متناظرين.

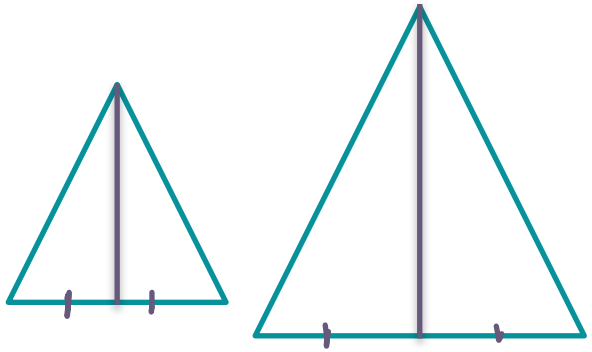


مثال: إذا كان $\triangle ABC \sim \triangle WXY$، $\overline{CD}, \overline{YZ}$ قطعتين متوسطتين فإنَّ $\frac{CD}{YZ} = \frac{AB}{WX}$.

@MarymAlamer

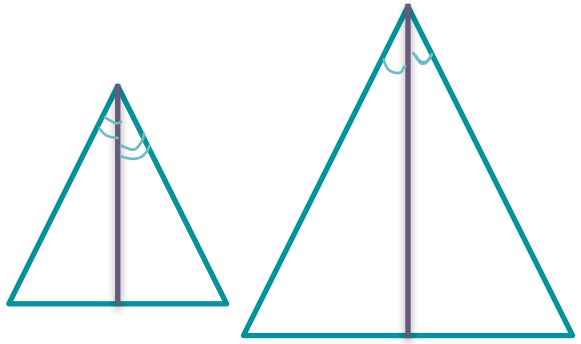
نظريات قطع مستقيمة خاصة في المثلث

إذا تشابه مثلثان فإن النسبة بين طولي كل قطعتين متوسطتين متناظرتين تساوي النسبة بين طولي كل ضلعين متناظرين



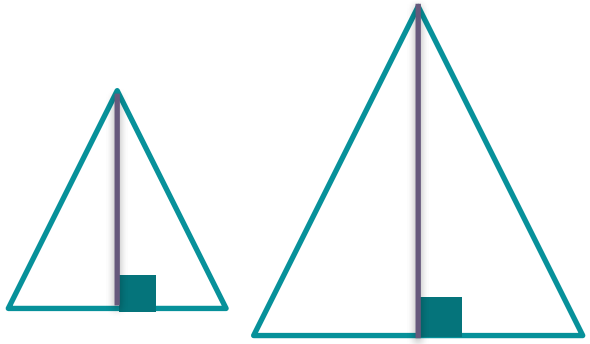
قطعة متوسطة

إذا تشابه مثلثين فإن النسبة بين طولي القطعتين المنصفتين لكل زاويتين متناظرتين تساوي النسبة بين طولي كل ضلعين متناظرين



منصف زاوية

إذا تشابه مثلثين فإن النسبة بين طولي كل ارتفاعين متناظرين تساوي النسبة بين طولي كل ضلعين متناظرين



ارتفاع

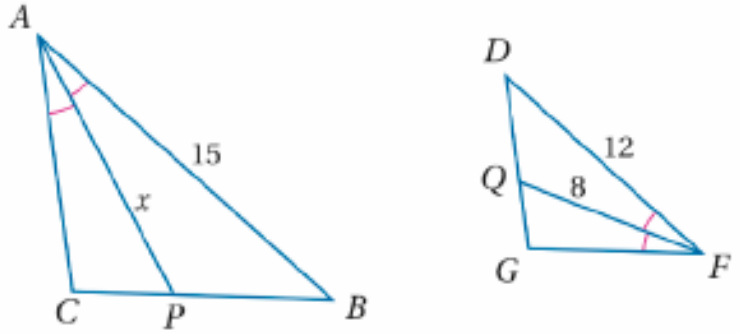


اليوم/
التاريخ/

الموضوع/ عناصر المثلثات المتشابهة

مثال 1 صفحة ٦٥ استعمال القطع الخاصة في المثلثات المتشابهة

إذا كان $\triangle FDG \sim \triangle ABC$ في الشكل أدناه، فأوجد قيمة x.



$\overline{AP}, \overline{FQ}$ منصّفا زاويتين متناظرتين و $\overline{AB}, \overline{FD}$ ضلعان متناظران للمثلثين المتشابهين ABC, FDG.

النسبة بين طولَي القطعتين المستقيمتين المنصفتين لزاويتين متناظرتين في مثلثين متشابهين، تساوي النسبة بين طولَي ضلعين متناظرين.	$\frac{AP}{FQ} = \frac{AB}{FD}$
بالتعويض	$\frac{x}{8} = \frac{15}{12}$
خاصية الضرب التبادلي	$8 \cdot 15 = x \cdot 12$
بالتبسيط.	$120 = 12x$
بقسمة كلا الطرفين على 12	$10 = x$

إرشادات للدراسة

استعمال معامل التشابه:

يمكن حل المثال 1 أيضًا بإيجاد معامل التشابه بين $\triangle ABC, \triangle FDG$ أولًا، وتكون النسبة بين طول القطعة المستقيمة المنصّفة لزاوية في $\triangle ABC$ إلى طول القطعة المستقيمة المنصّفة للزاوية المناظرة لها في $\triangle FDG$ تساوي معامل التشابه هذا.

اليوم/
التاريخ/

الموضوع/ عناصر المثلثات المتشابهة

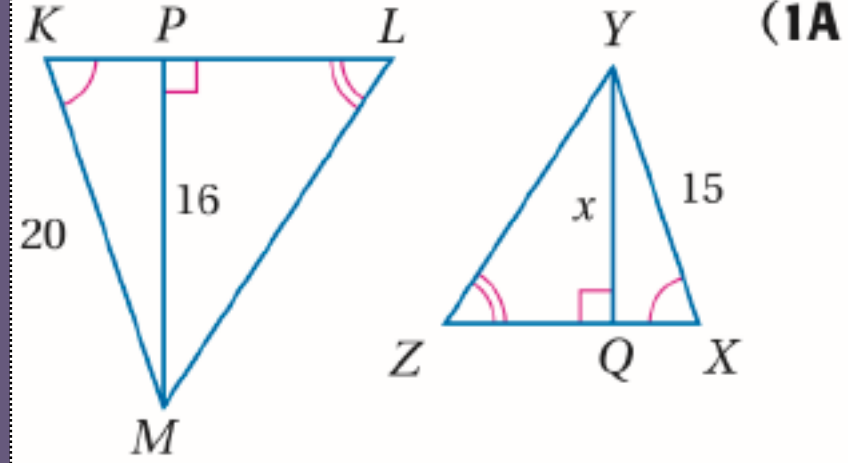
تعاقب الأدوار



تحقق من فهمك 1 صفحة ٦٥

أوجد قيمة x في المثلثين المتشابهين، في كل من السؤالين الآتيين:

(1A



@MarymAlamer
مجموعة رفعة الرياضيات

اليوم/
التاريخ/

الموضوع/ عناصر المثلثات المتشابهة

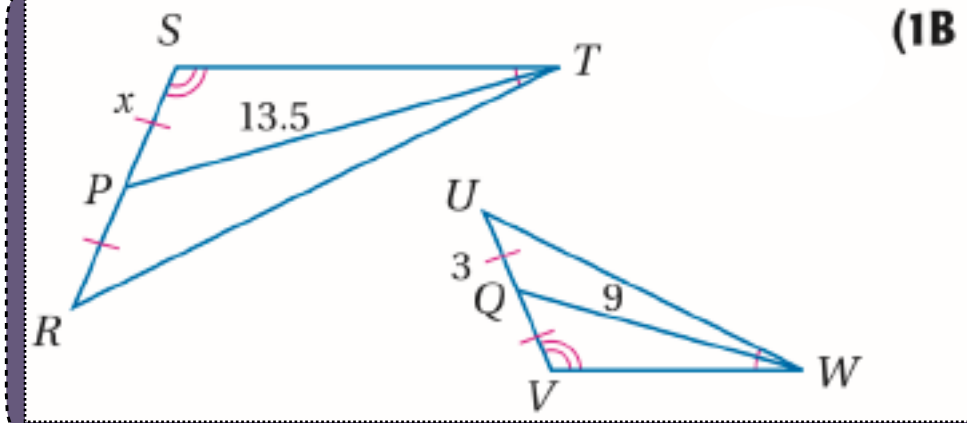
تعاقب الأدوار



تحقق من فهمك 1 صفحة ٦٥

أوجد قيمة x في المثلثين المتشابهين، في كل من السؤالين الآتيين:

(1B



@MarymAlamer
مجموعة رفعة الرياضيات



اليوم/
التاريخ/

الموضوع/ عناصر المثلثات المتشابهة

تأكد صفحة ٦٢

أوجد قيمة x في المثلثين المتشابهين في كلٍّ من السؤالين الآتيين:

.....

.....

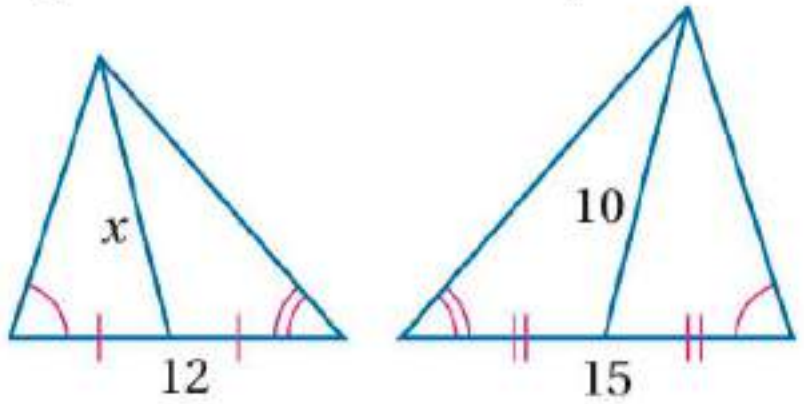
.....

.....

.....

.....

1)



مجموعة رفعة الرياضيات
@MarymAlamer

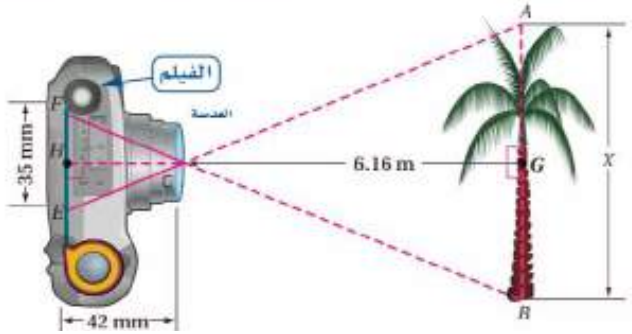


اليوم/
التاريخ/

الموضوع/ عناصر المثلثات المتشابهة

مثال2 صفحة ٦١ استعمال المثلثات المتشابهة لحل المسائل

تصوير: بالرجوع إلى فقرة "لماذا؟" بداية الدرس، يبين الرسم التوضيحي أدناه (الرسم ليس على القياس) موقع الكاميرا وطول الصورة والمسافة من عدسة الكاميرا إلى الفيلم. أوجد الارتفاع الحقيقي للنخلة.



افهم: **المعطيات:** المسافة بين النخلة وعدسة الكاميرا 6.16 m، وطول النخلة على الفيلم 35 mm، والمسافة بين العدسة والفيلم 42 mm.

المطلوب: الارتفاع الحقيقي للنخلة.

تكون النخلة وصورتها على الفيلم متوازيتين، ويكون $\overline{CH}$ و $\overline{CG}$ ارتفاعين في المثلثين $\triangle ABC, \triangle EFC$.

خطط: بما أنّ $\overline{AB} \parallel \overline{EF}$، فإنّ: $\angle CBA \cong \angle CFE, \angle BAC \cong \angle CEF$ وفق نظرية الزاويتين المتبادلتين داخليًّا؛ لذلك فإن $\triangle ABC \sim \triangle EFC$ وفق مسلمة التشابه AA. اكتب تناسبًا وحُلّه لإيجاد قيمة x.

حل:

النظرية 6.8	$\frac{AB}{EF} = \frac{GC}{HC}$
بالتعويض	$\frac{x\text{ m}}{35\text{ mm}} = \frac{6.16\text{ m}}{42\text{ mm}}$
خاصيّة الضرب التبادلي	$x\,(42) = 35\,(6.16)$
بالتبسيط	$42x = 215.6$
بقسمة كلا الطرفين على 42	$x \approx 5.13$

إذن ارتفاع النخلة 5.13 m تقريبًا.

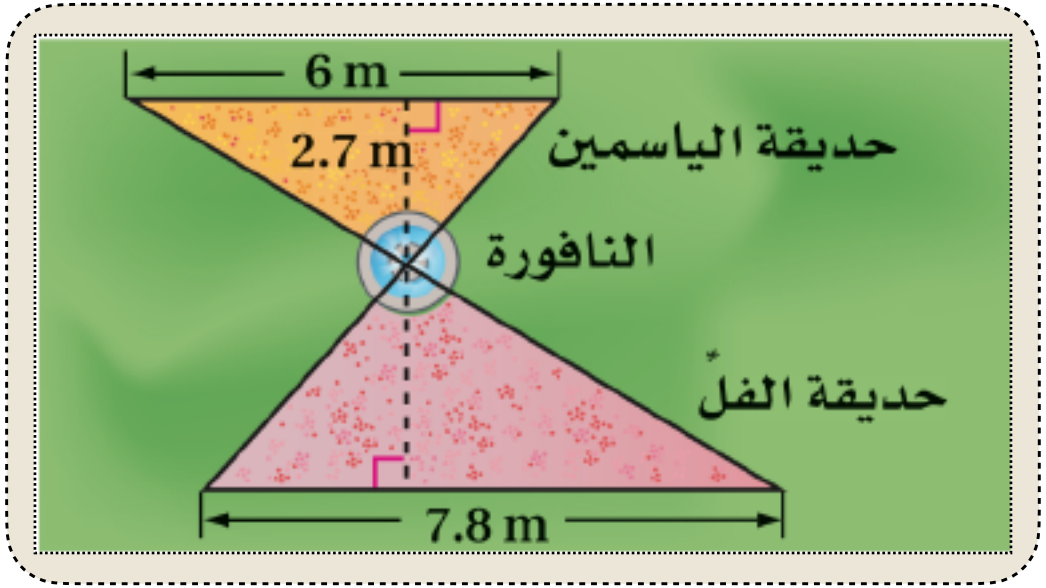


اليوم/
التاريخ/

الموضوع/ عناصر المثلثات المتشابهة

تحقق من فهمك 2 صفحة ٦١

2) **حدائق:** في الشكل المجاور حديقتان بجوارهما نافورة، إذا كانت الحديقتان تشكلان مثلثين متشابهين، فأوجد المسافة من مركز النافورة إلى الضلع الأطول في حديقة الفُلّ.

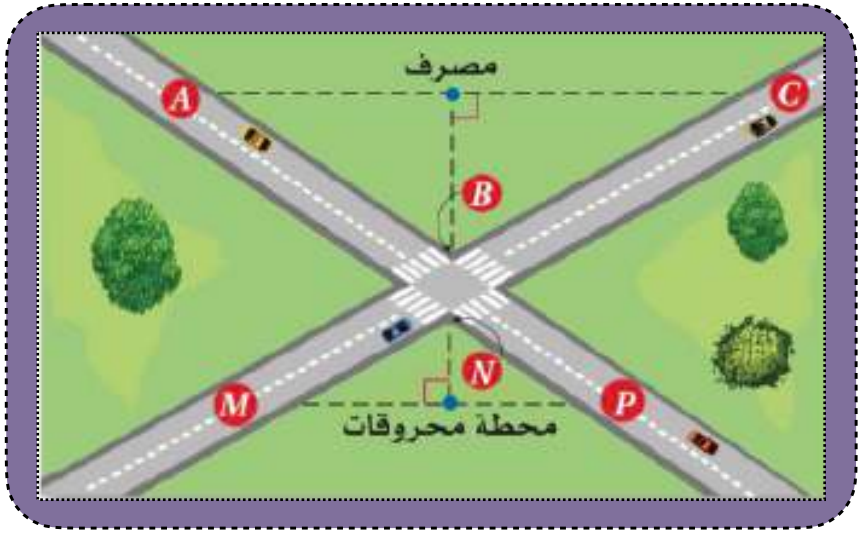


@MarymAlamer

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توزيع

تدرب وحل المسائل صفحة 43

10) طرق: يشكِّل الطريقان المتقاطعان في الشكل أدناه مثلثين متشابهين، إذا كان $AC = 382\,\text{ft}$، $MP = 248\,\text{ft}$، وتبعد محطة المحروقات $50\,\text{ft}$ عن التقاطع، فكم يبعد المصرف عن التقاطع مقرّبًا إجابتك إلى أقرب عدد صحيح؟



@MarymAlamer



نظرية منصف زاوية في مثلث

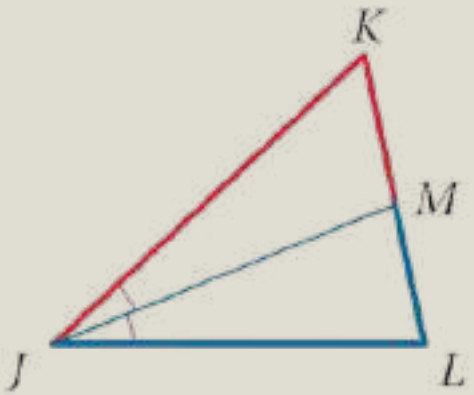
منصف زاوية في مثلث يقسم الضلع المقابل إلى قطعتين مستقيمتين النسبة بين طولَيهِمَا تساوي النسبة بين طولَي الضلعين الآخرين.

مثال: إذا كانت $\overline{JM}$ منصّف زاوية في المثلث $\triangle JKL$

فإنّ $\frac{KM}{LM}=\frac{KJ}{LJ}$

القطعتان المشتركتان بالرأس K ←

القطعتان المشتركتان بالرأس L ←



إرشادات للدراسة

التناسب: يمكن كتابة تناسب آخر باستعمال نظريةِ منصّف زاوية في مثلث هو

$$\frac{KM}{KJ}=\frac{LM}{LJ}$$

@MarymAlamer

مجموعة رفعة الرياضيات

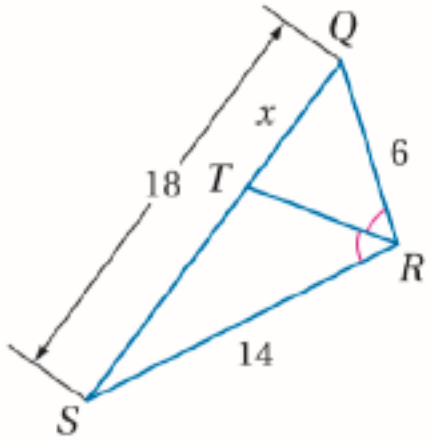


اليوم/
التاريخ/

الموضوع/ عناصر المثلثات المتشابهة

مثال 3 صفحة 62 استعمال نظرية منصف زاوية في مثلث

أوجد قيمة x في الشكل المجاور.



بما أنّ $\overline{RT}$ منصف زاوية في $\triangle QRS$ ، فيمكنك استعمال نظرية منصّف زاوية في مثلث لكتابة تناسب.

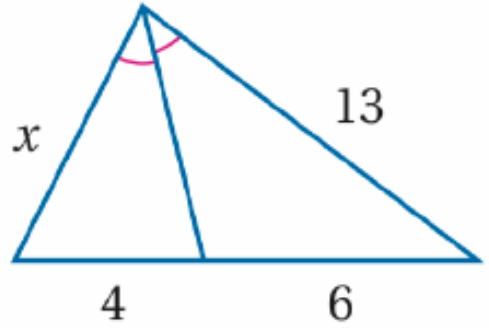
$\frac{QT}{ST} = \frac{QR}{SR}$	نظرية منصّف زاوية في مثلث
$\frac{x}{18-x} = \frac{6}{14}$	بالتعويض
$(18-x)(6) = x \cdot 14$	خاصية الضرب التبادلي
$108 - 6x = 14x$	بالتبسيط
$108 = 20x$	بإضافة $6x$ لكلا الطرفين
$5.4 = x$	بقسمة كلا الطرفين على 20

الموضوع/ عناصر المثلثات المتشابهة

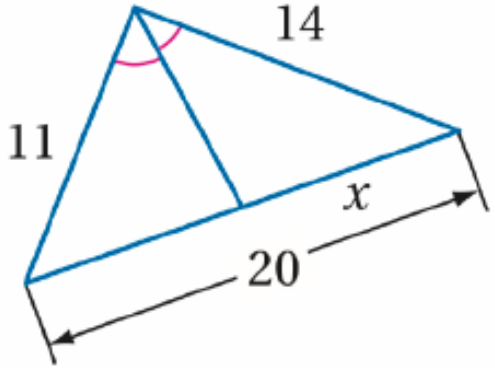
تحقق من فهمك 3 صفحة 62

أوجد قيمة x في كل من الشكلين الآتيين :

(3A



(3B





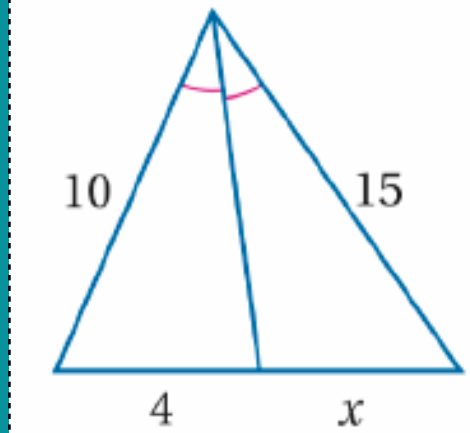
اليوم/
التاريخ/

الموضوع/ عناصر المثلثات المتشابهة

تأكد صفحة 43

أوجد قيمة المتغيّر في كلٍّ من السؤالين الآتيين:

(4



@MarymAlamer



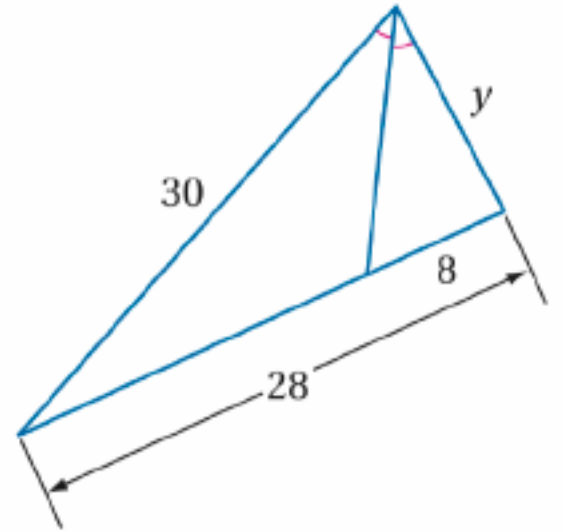
اليوم/

التاريخ/

الموضوع/ عناصر المثلثات المتشابهة

تدرب وحل المسائل صفحة 43

(12



مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توزيع

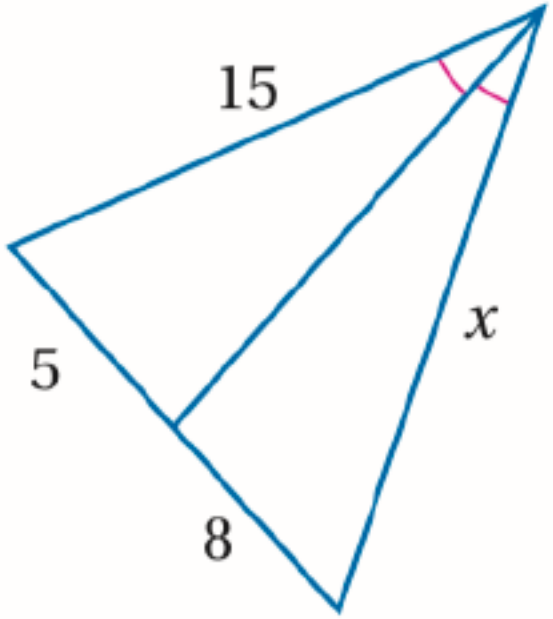
@MarymAlamer



اليوم/
التاريخ/

الموضوع/ عناصر المثلثات المتشابهة

مهارات التفكير العليا صفحة ٦٦

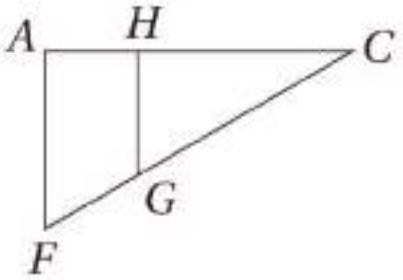


22) **اكتشف الخطأ:** يحاول كلٌّ من عبد الله وفيصل أن يجد قيمة x في الشكل المجاور. فيقول عبد الله: لإيجاد قيمة x أحل التناسب $\frac{5}{8} = \frac{15}{x}$، ويقول فيصل: لإيجاد قيمة x، أحل التناسب $\frac{5}{x} = \frac{8}{15}$ ، أيٌّ منهما على صواب؟ وضح إجابتك.

@MarymAlamer

تدرب على اختبار صفحة ٦٥

26) أيُّ الحقائق الآتية ليست كافيةً لإثبات أن المثلثين ACF و HCG متشابهان؟



A $\overline{AF} \parallel \overline{HG}$

B $\frac{AC}{HC} = \frac{FC}{GC}$

C $\frac{CG}{CF} = \frac{1}{2}$

D $\angle FAH$ و $\angle CHG$ قائمتان.

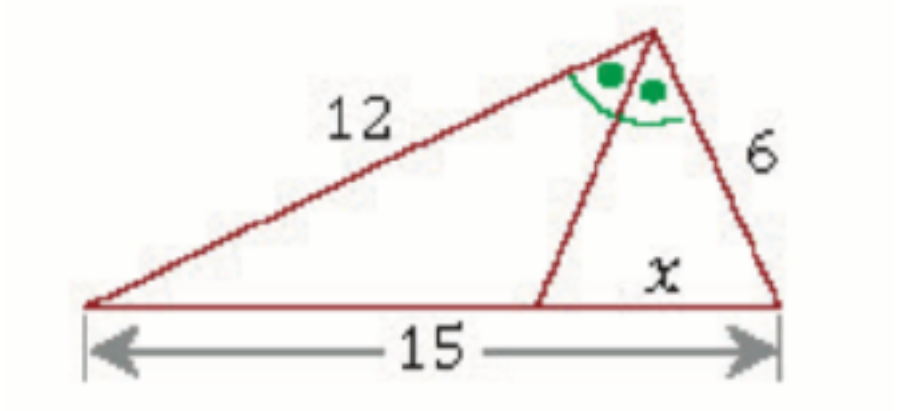


اليوم/
التاريخ/

الموضوع/ عناصر المثلثات المتشابهة

تحصيلي

قيمة x في الشكل المجاور ..



A) 5

B) 7.5

C) 9

D) 15

@MarymAlamer

تعلمنا في هذا الدرس:



نظريات قطع مستقيمة خاصة في المثلث



نظرية منصف زاوية في مثلث



الفصل السابع

التحويلات الهندسية والتماثل



الموضوع/ التحويلات الهندسية والتماثل

اللهم علمنا ما ينفعنا وانفعنا بما علمتنا وزدنا علما

@MarymAlamer
مجموعة رفعة الرياضيات

اختبار بيزا

المهارة

إيجاد معدل الوحدة واستعماله .
إيجاد ناتج قسمة عدد صحيح على عدد آخر.

في أحد المواقع لتنقيب النفط في المملكة تم حفر بئر بعمق - ٨٦م بعد يوم كامل من العمل المتواصل.



١	بافتراض أن عملية الحفر تمت بمعدل ثابت، كم كان عمق المثقاب بعد مرور ١٥ ساعة؟						
أ	٥٠	ب	٥٣,٧٥	ج	٥٥,٥	د	٥٧,٥

اليوم/
التاريخ/

الموضوع/ التحويلات الهندسية والتماثل

لماذا ؟

يستعمل المصورون الانعكاس والدوران والتماثل لجعل الصورة مثيرة للاهتمام وجذابة بصرياً



فيما سبق

درست التحويلات الهندسية
[الانعكاس ، الازاحة ، الدوران]

الآن

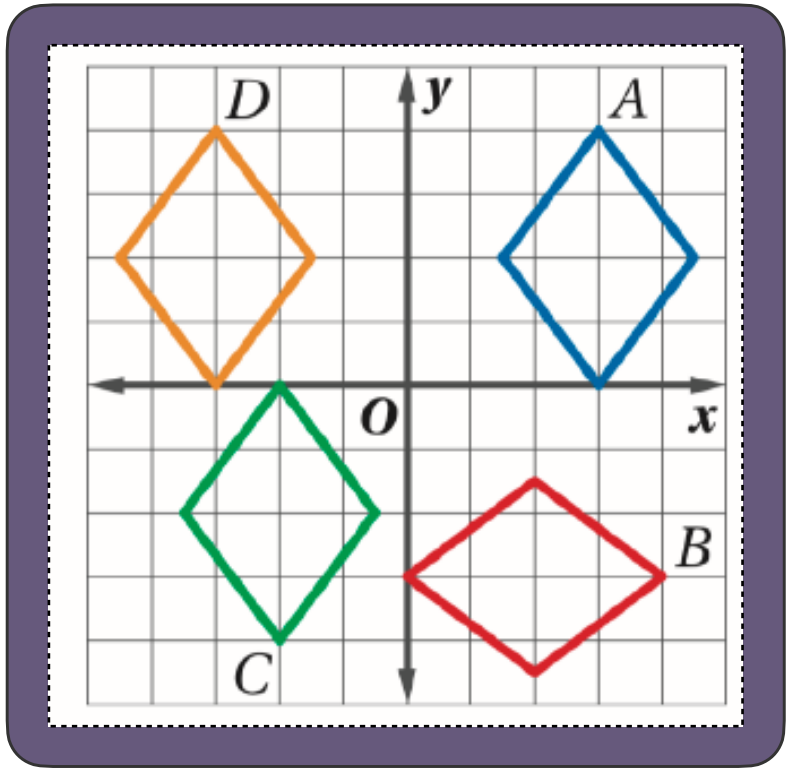
- أرسم صورة أشكال بالانعكاس أو الانسحاب أو الدوران أو التمدد.
- أتعرف تركيب تحليلين هندسيين.
- أتعرف التماثل في الأشكال ثنائية الأبعاد والثلاثية الأبعاد.

@MarymAlamer

الموضوع/ التحويلات الهندسية والتماثل

التهيئة

صنِّف كلًّا من التحويلات الهندسية الآتية إلى انعكاس أو إزاحة أو دوران مستعملًا الشكل المجاور.



1) A إلى B

.....

2) D إلى A

.....

3) A إلى C

.....

@MarymAlamer

7-1

الانعكاس

اليوم/
التاريخ/

الموضوع/ الانعكاس

طالبتي المميزة بعد مشاهدتك لجميع الصور
دوني ملاحظتك











@MarymAlamer



اليوم/

التاريخ/

الموضوع/ الانعكاس



أهداف الدرس

- ارسم الصورة الناتجة عن الانعكاس في المستوى.
- ارسم الصورة الناتجة عن الانعكاس في المستوى الاحداثي



فيما سبق تعلمنا

الانعكاس بوصفه تحويلاً هندسياً



المفردات

- الانعكاس
- محور الانعكاس



@MarymAlamer

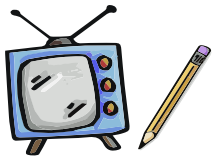
الموضوع/ الانعكاس

لماذا؟

تُظهر المسطحات المائية انعكاسات رائعة لما يُحيط بها.
ففي مسطحات الماء الراكدة، تلاحظ أن لكل نقطة فوق سطح الماء نقطة مناظرة لها تحته، هي صورتها الناتجة عن الانعكاس. وتكون المسافة بين النقطة الأصلية وسطح الماء مساوية للمسافة بين صورتها وسطح الماء.



1. ما نوع التحويل الهندسي الذي تمثله هذه الصورة ؟
2. ما المفردة الاخرى التي تستعمل للتعبير عن الانعكاس
2. قارن حجم الشكل الأصلي وصورته بالانعكاس في الماء ؟



شاهد - دون

الموضوع/ الانعكاس



اليوم/

التاريخ/







@MarymAlamer

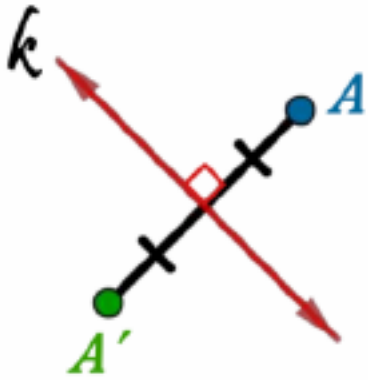


اليوم/
التاريخ/

الموضوع/ الانعكاس

الانعكاس

هو تحويل يقلب الشكل حول مستقيم معلوم بحيث
يكون بعد النقطة وبعد صورتها عن المستقيم متساويين



محور الانعكاس

هو المستقيم الذي يقلب الشكل حوله وهو العمود المنصف
للقطعة المستقيمة التي تصل بين النقطة وصورتها

@MarymAlamer

الموضوع/ الانعكاس

الانعكاس حول مستقيم

مفهوم أساسي

أضف إلى مطويتك

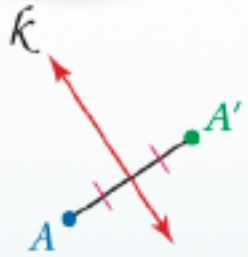
الانعكاس حول مستقيم

الانعكاس حول مستقيم ينقل النقطة إلى صورتها كما يأتي:

- إذا كانت النقطة واقعة على محور الانعكاس، فإن صورتها هي النقطة نفسها.
- إذا كانت النقطة غير واقعة على محور الانعكاس، يكون محور الانعكاس هو العمود المنصف للقطعة المستقيمة التي تصل بين النقطة وصورتها.



A تقع على المستقيم k



A لا تقع على المستقيم k

الرموز A' ,A'' ,A''' تمثل أسماء للنقاط الناتجة عن تحويل هندسي أو أكثر للنقطة A

لرسم صورة مضلع بالانعكاس حول مستقيم ، ارسم صورة كل رأس من رؤوسه ثم صل بين صور الرؤوس لتكوين صورة الضلع بهذا الانعكاس

الموضوع/ الانعكاس

مثال 1 صفحة 58

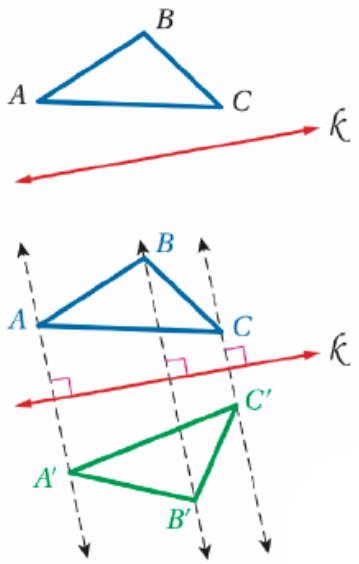
رسم صورة مضلع بالانعكاس حول مستقيم

ارسم صورة الشكل بالانعكاس حول المستقيم المعطى.

الخطوة 1: ارسم مستقيمًا يمرُّ بكل رأس من رؤوس المثلث، ويكون عموديًّا على المستقيم k باستعمال مثلث الرسم.

الخطوة 2: قِسِ المسافة بين النقطة A والمستقيم k باستعمال الفرجار، وعيّن النقطة A'؛ بحيث يكون المستقيم k العمود المنصف لِـ $\overline{AA'}$.

الخطوة 3: كرِّر الخطوة 2 لتعين B' و C'، ثم صِل الرؤوس A', B', C' لتشكل صورة المثلث الناتجةَ عن الانعكاس.



إرشادات للدراسة

الشكل الأصلي والصورة:
سيكون الشكل الأصلي في هذا الكتاب باللون الأزرق دائمًا، وستكون الصورة باللون الأخضر.

إرشادات للدراسة

تحويل التطابق:
هو تحويل تكون فيه الصورة مطابقةً للشكل الأصلي.

@MarymAlamer



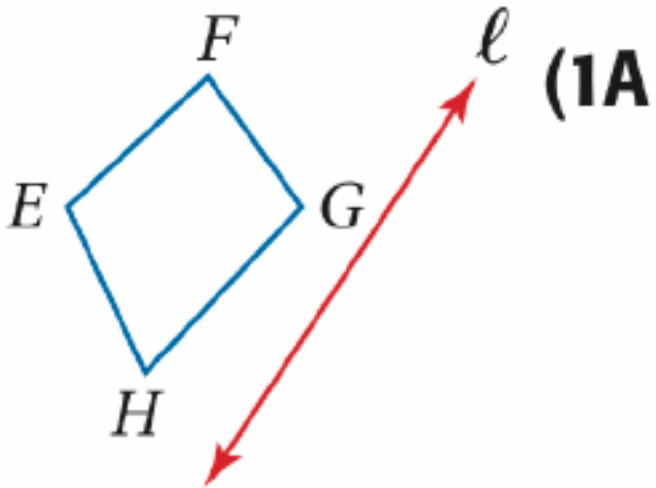
اليوم/
التاريخ/

الموضوع/ الانعكاس

تحقق من فهمك 1 صفحة 58

ابنتي المبدعة بعد مشاهدتك للعرض المرئي قومي بتطبيق ماتعلمته وارسمي صورة المثلث أدناه بالانعكاس حول المستقيم a





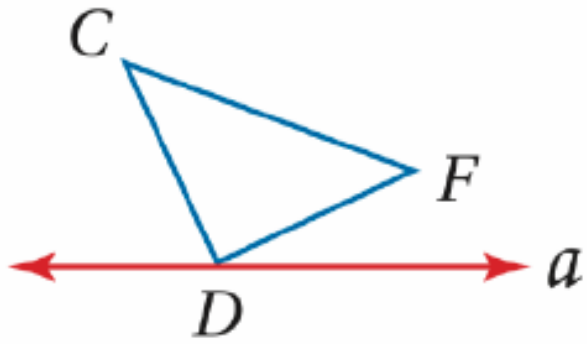
@MarymAlamer

الموضوع/ الانعكاس

تأكد صفحة 62

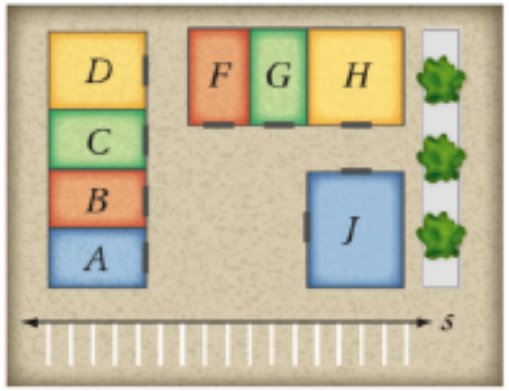
ارسم صورة كل شكل مما يأتي بالانعكاس حول المستقيم المعطى:

1)

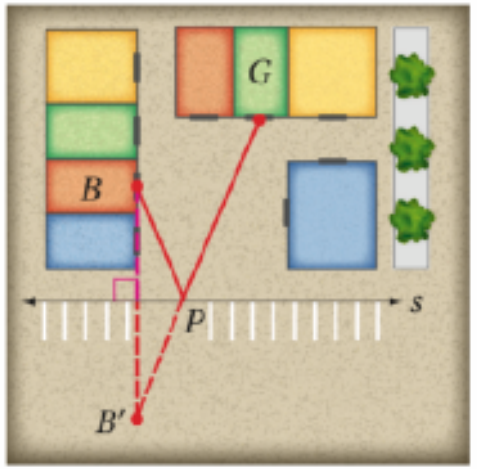


مثال 2 صفحة 59 اختصار المسافات باستعمال الانعكاس

تسوق: اصطحب أحمد صديقه عليًّا في سيارته إلى السوق، حيث يرغب أحمد في الاتجاه إلى المتجر B ؛ لشراء بعض الملابس، بينما يرغب عليٌّ في الاتجاه إلى المتجر G ؛ لشراء حذاءٍ، ففي أي مكان من المواقف المحددة على المستقيم s يوقف أحمد سيارته، بحيث تكون المسافة التي سيقطعانها سيرًا للوصول إلى المتجرين أقل ما يمكن؟



حُلَّ: ارسم $\overline{B'G}$. وعيّن P عند تقاطع المستقيم s مع $\overline{B'G}$.
علمًا بأن B' هي صورة النقطة B الناتجة عن انعكاس حول المستقيم s



تحقق: اختر مواقع أخرى للنقطة P على المستقيم s، وقارن مجموع $BP + PG$ في كل حالة؛ للتحقق من أن الموقع الذي تم تحديده للنقطة P هو الذي يجعل هذا المجموع أقل ما يمكن.



اليوم/
التاريخ/

الموضوع/ الانعكاس

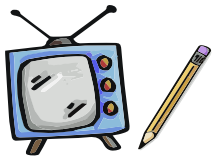
لحظة تأمل



مسرح المرايا في العلا أحد أكبر الانعكاسات في الواقع

ويعتبر توجه سياحي قوي حيث وثق في غينتس كأكبر مبنى مغطى في المرايا في العالم

الموضوع/ الانعكاس في المستوى الاحداثي



شاهد - دون



مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توزيع
@MarymAlamer

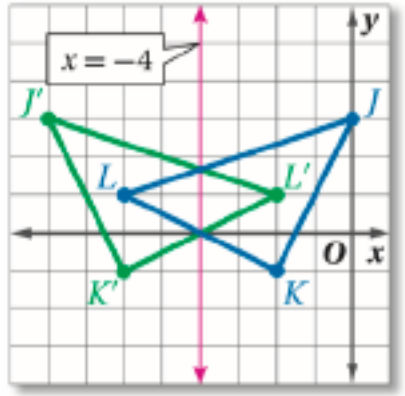
الموضوع/ الانعكاس في المستوى الاحداثي

مثال 3 صفحة 59 رسم صورة بالانعكاس حول مستقيم أفقي أو مستقيم رأسي

مثِّل بيانيًّا $\triangle JKL$ الذي إحداثيات رؤوسه: $J(0, 3), K(-2, -1), L(-6, 1)$ ،
ثم ارسم صورته بالانعكاس حول المستقيم المُعطى في كلٍّ مما يأتي:

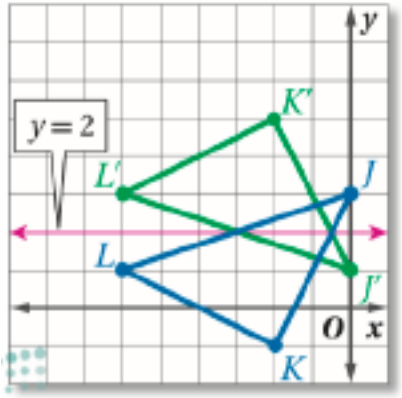
a) $x = -4$

استعمل خطوط الشبكة الإحداثية لإيجاد النقطة المناظرة لكل رأسٍ، بحيث يكون المستقيم $x = -4$ هو المنصف العمودي للقطعة المستقيمة التي تصل بين كل رأس وصورته.



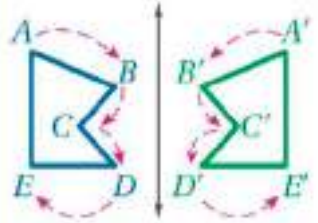
b) $y = 2$

استعمل خطوط الشبكة الإحداثية لإيجاد النقطة المناظرة لكل رأس، بحيث يكون المستقيم $y = 2$ هو المنصف العمودي للقطعة المستقيمة التي تصل بين كل رأس وصورته.



إرشادات للدراسة

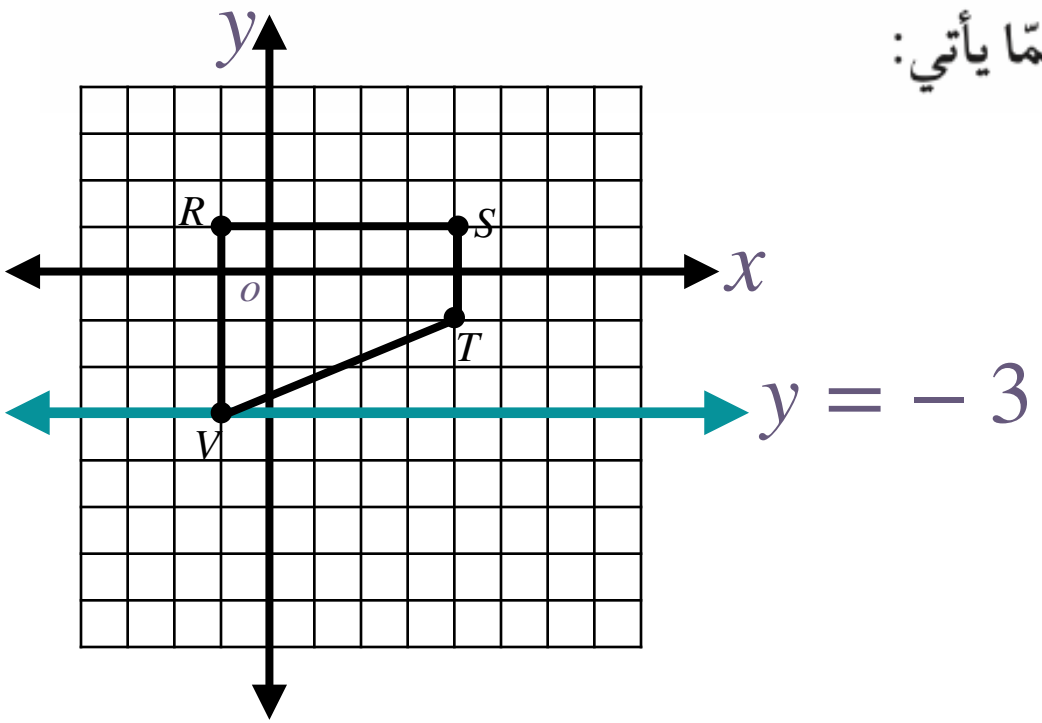
خصائص الانعكاس:
يحافظ الانعكاس على الأبعاد وقياسات الزوايا والاستقامة وترتيب مواقع النقاط، ولكن يعكس الاتجاه.



تحقق من فهمك 3 صفحة 60

مثِّل بيانيًّا شبه المنحرف $RSTV$، الذي إحداثيات رؤوسه هي: $R(-1, 1), S(4, 1), T(4, -1), V(-1, -3)$، وارسم صورته بالانعكاس حول المستقيم المُعطَى في كلٍّ ممّا يأتي:

3A $y = -3$



@MarymAlamer

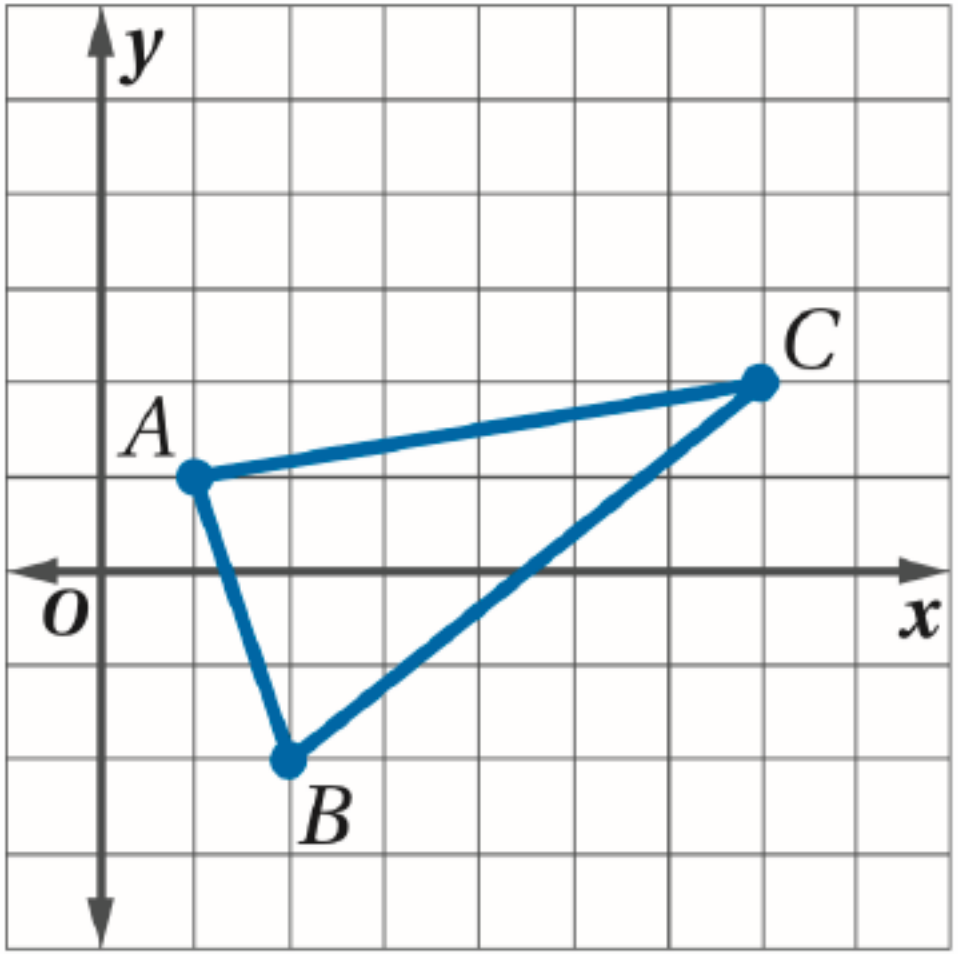
اليوم/
التاريخ/

الموضوع/ الانعكاس في المستوى الاحداثي

تأكد صفحة 62

مثِّل بيانيًّا صورة $\triangle ABC$ المبيّن جانبًا بالانعكاس حول المستقيم المعطى

6) $x = 3$



مجموعة رفعة الرياضيات
@MarymAlamer



ابنتي المبدعة بين يديك ورقة جيوجبرا تفاعليه بعد الإطلاع عليها اكتبي ملاحظتك حول الاحداثيات عند عمل انعكاس حول ..

GeoGebra

- المحور x $\longrightarrow$ (x, y)
- المحور y $\longrightarrow$ (x, y)
- المستقيم $y = x$ $\longrightarrow$ (x, y)

@MarymAlamer

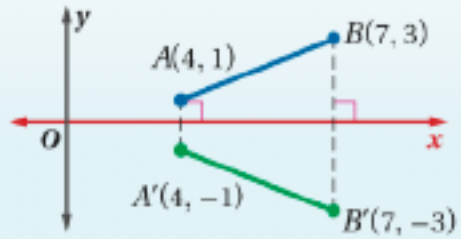
الموضوع/ الانعكاس في المستوى الاحداثي

الانعكاس حول المحور x

التعبير اللفظي: لتعيين صورة نقطة بالانعكاس حول المحور x، اضرب إحداثي y لها في -1

الرموز: $(x, y) \rightarrow (x, -y)$

مثال:

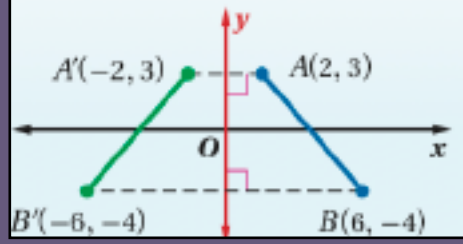


الانعكاس حول المحور y

التعبير اللفظي: لتعيين صورة نقطة بالانعكاس حول المحور y، اضرب إحداثي x لها في -1

الرموز: $(x, y) \rightarrow (-x, y)$

مثال:

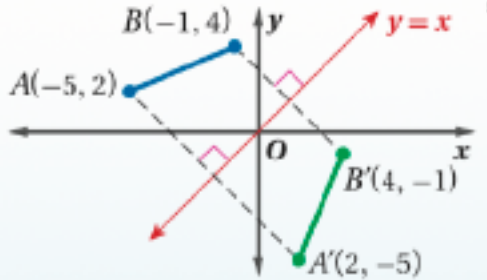


الانعكاس حول المستقيم $y = x$

التعبير اللفظي: لتعيين صورة نقطة بالانعكاس حول المستقيم $y = x$، بدّل موضعَي الإحداثيين x و y.

الرموز: $(x, y) \rightarrow (y, x)$

مثال:



@MarymAlamer

الموضوع/ الانعكاس في المستوى الاحداثي

مثال ٦ صفحة 60

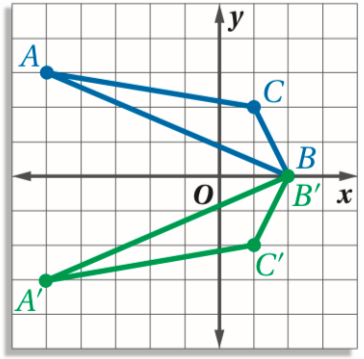
رسم صورة بالانعكاس حول المحور x أو حول المحور y

مثِّل كل شكل مما يأتي بيانيًّا، ثم ارسم صورته بالانعكاس المحدد.

a) $\triangle ABC$ الذي إحداثيات رؤوسه: $A(-5, 3), B(2, 0), C(1, 2)$ بالانعكاس حول المحور x .

اضرب الإحداثي y لكل رأس في -1 .

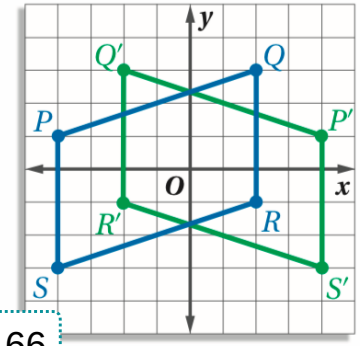
(x, y)	$\rightarrow$	$(x, -y)$
$A(-5, 3)$	$\rightarrow$	$A'(-5, -3)$
$B(2, 0)$	$\rightarrow$	$B'(2, 0)$
$C(1, 2)$	$\rightarrow$	$C'(1, -2)$



b) متوازي الأضلاع $PQRS$ الذي إحداثيات رؤوسه: $P(-4, 1), Q(2, 3), R(2, -1), S(-4, -3)$ بالانعكاس حول المحور y .

اضرب الإحداثي x لكل نقطة في -1

(x, y)	$\rightarrow$	$(-x, y)$
$P(-4, 1)$	$\rightarrow$	$P'(4, 1)$
$Q(2, 3)$	$\rightarrow$	$Q'(-2, 3)$
$R(2, -1)$	$\rightarrow$	$R'(-2, -1)$
$S(-4, -3)$	$\rightarrow$	$S'(4, -3)$

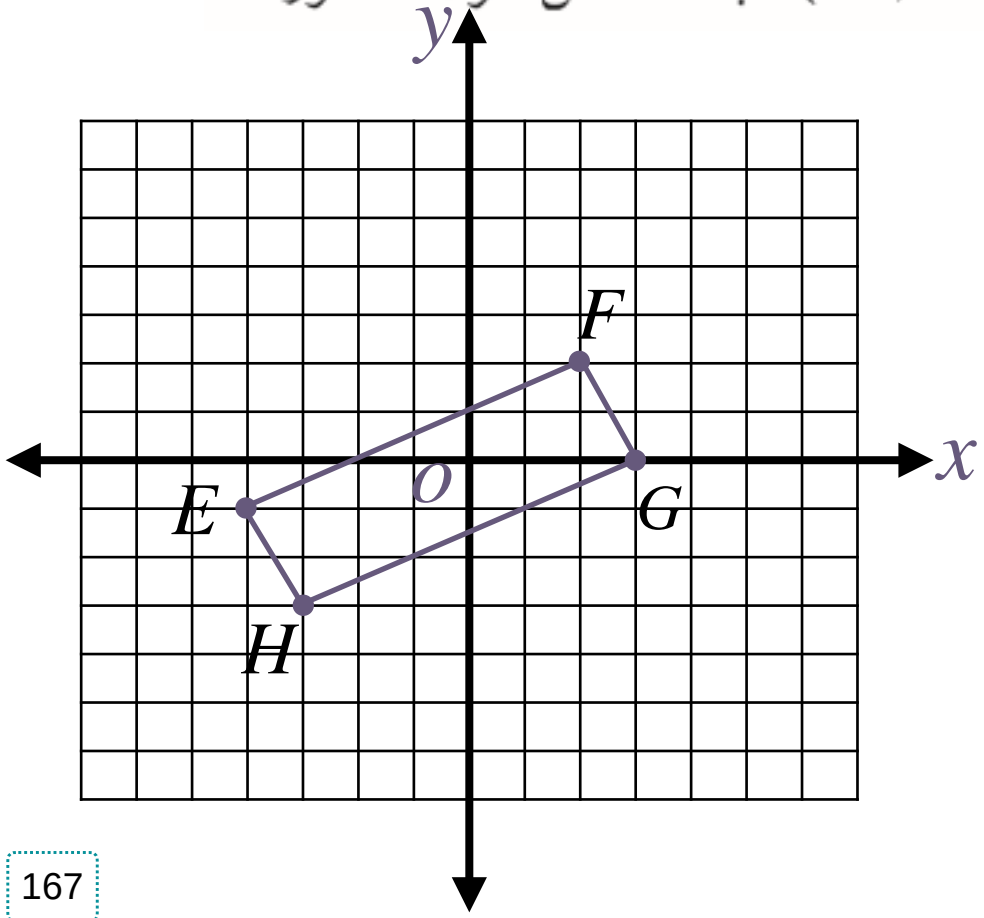


GeoGebra

الموضوع/ الانعكاس في المستوى الاحداثي

تحقق من فهمك ٦ صفحة 60

4A) المستطيل الذي إحداثيات رؤوسه: $E(-4, -1), F(2, 2), G(3, 0), H(-3, -3)$ بالانعكاس حول المحور x.



$E(-4, -1)$ ⟶ ○

$F(2, 2)$ ⟶ ○

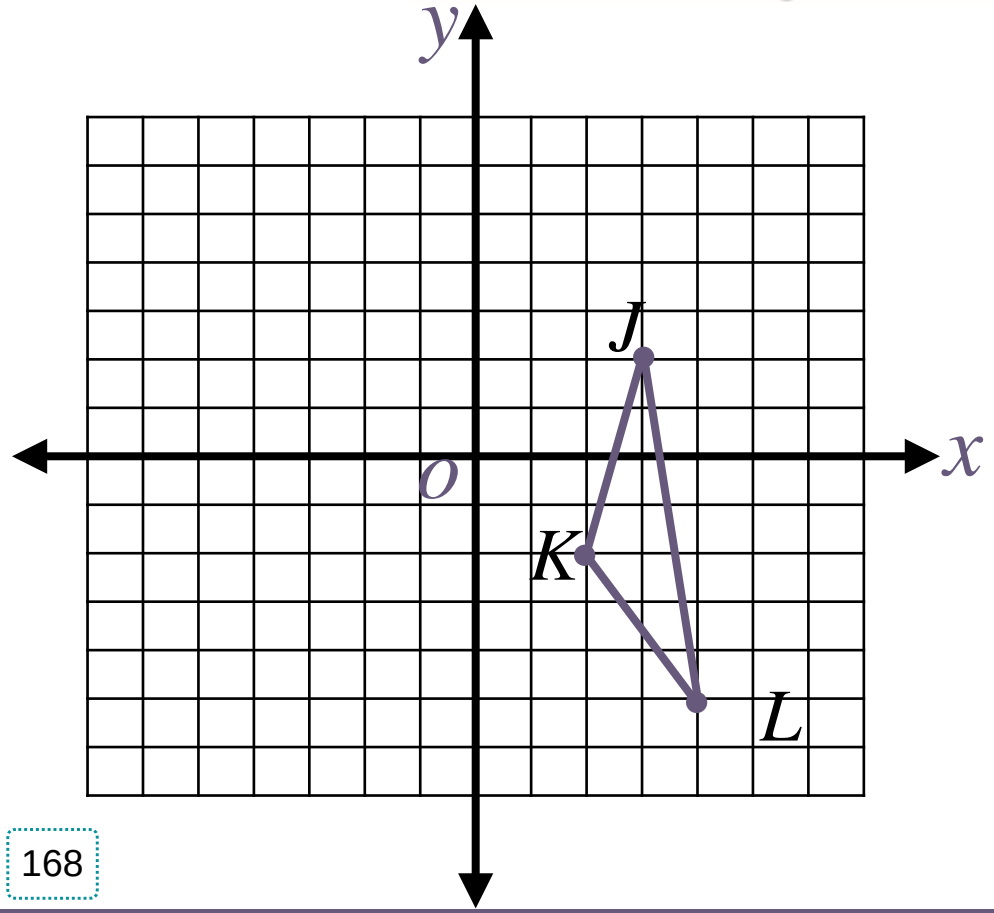
$G(3, 0)$ ⟶ ○

$H(-3, -3)$ ⟶ ○

@MarymAlamer

تحقق من فهمك ٦ صفحة 60

4B) $\triangle JKL$ الذي إحداثيات رؤوسه: $J(3, 2), K(2, -2), L(4, -5)$ بالانعكاس حول المحور y.



$J(3, 2)$ ⟶ ○

$K(2, -2)$ ⟶ ○

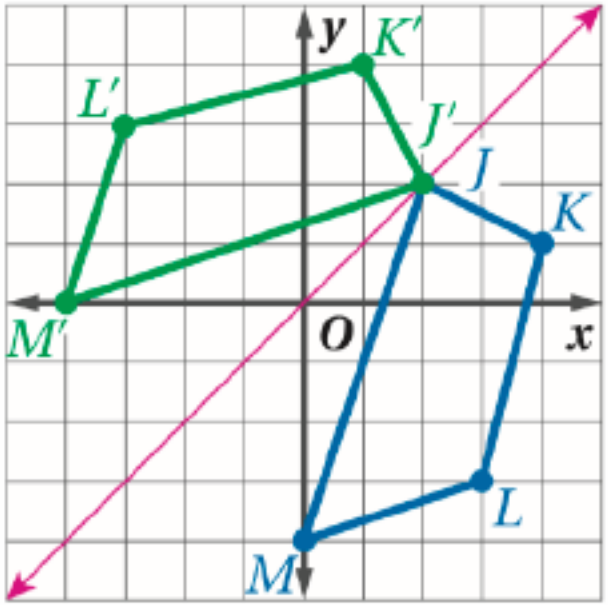
$L(4, -5)$ ⟶ ○

@MarymAlamer

الموضوع/ الانعكاس في المستوى الاحداثي

مثال 5 صفحة 61 رسم صورة بالانعكاس حول المستقيم $y = x$

مثِّل بيانيًّا الشكل الرباعي $JKLM$ الذي إحداثيات رؤوسه هي: $J(2, 2), K(4, 1), L(3, -3), M(0, -4)$،
ثم ارسم صورته $J'K'L'M'$ بالانعكاس حول المستقيم $y = x$.



بدّل الإحداثيين x و y لكل الرؤوس.

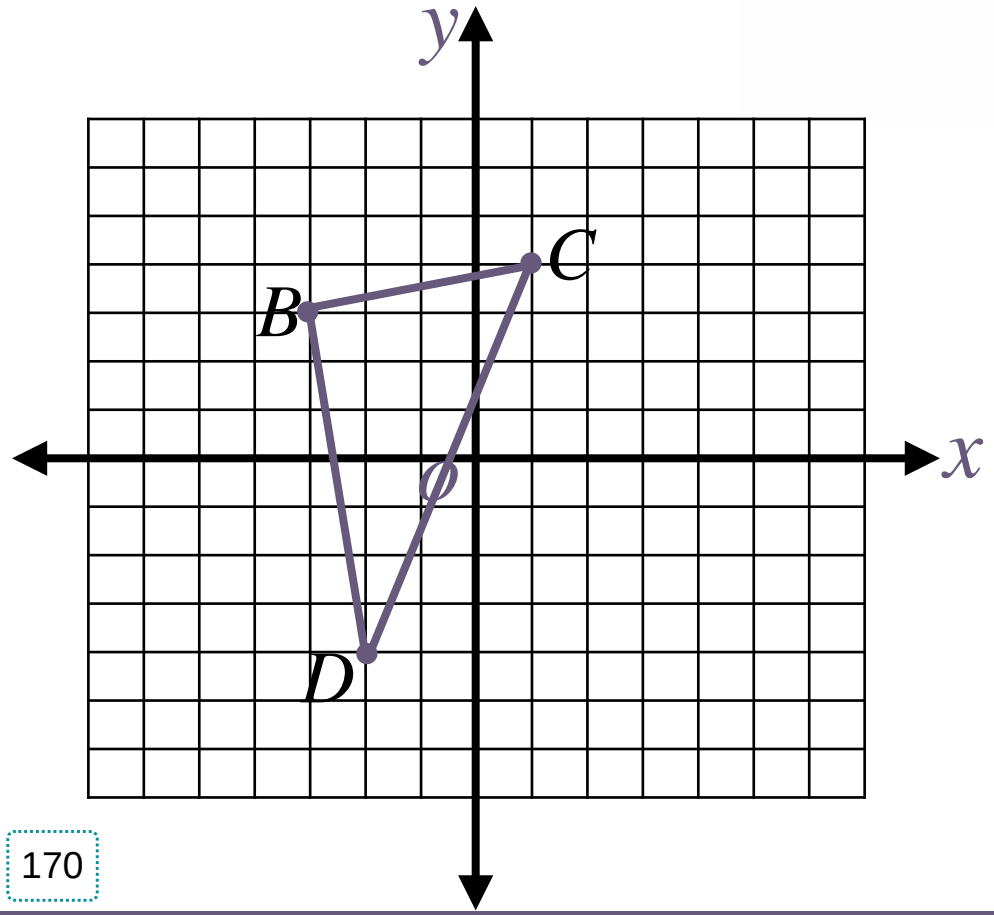
(x, y)	$\rightarrow$	(y, x)
$J(2, 2)$	$\rightarrow$	$J'(2, 2)$
$K(4, 1)$	$\rightarrow$	$K'(1, 4)$
$L(3, -3)$	$\rightarrow$	$L'(-3, 3)$
$M(0, -4)$	$\rightarrow$	$M'(-4, 0)$

GeoGebra

الموضوع/ الانعكاس في المستوى الاحداثي

تحقق من فهمك 5 صفحة 61

5) مثِّل بيانيًّا $\triangle BCD$ الذي إحداثيات رؤوسه هي: $B(-3, 3), C(1, 4), D(-2, -4)$،
ثم ارسم صورته بالانعكاس حول المستقيم $y = x$.



$C(1, 4)$ ⟶ ○

$B(-3, 3)$ ⟶ ○

$D(-2, -4)$ ⟶ ○

@MarymAlamer

الانعكاس في المستوى الاحداثي



حول المحور x

$(x, y) \Rightarrow (x, -y)$

نثبت x نغير اشارة y

حول المحور x

$(x, y) \Rightarrow (-x, y)$

نثبت y نغير اشارة x

حول المستقيم $y = x$

$(x, y) \Rightarrow (y, x)$

نبدل الاحداثيات

@MarymAlamer



اليوم/
التاريخ/

الموضوع/ الانعكاس

مهارات التفكير العليا صفحة 63

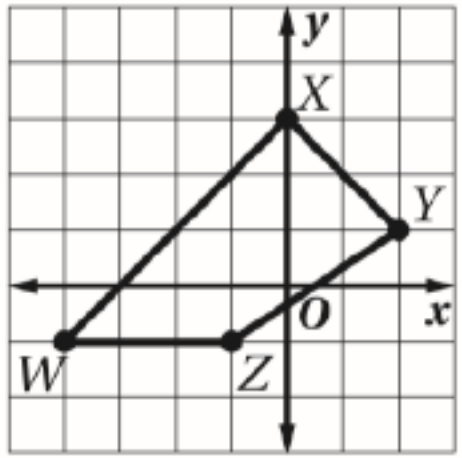
37) اكتشف الخطأ: يجد جميل وإبراهيم إحداثيات صورة النقطة C (2, 3) الناتجة عن انعكاس حول المحور x، أيٌّ منهما إجابته صحيحة؟ وضّح إجابتك.

جميل	إبراهيم
$C'(2, -3)$	$C'(-2, 3)$

@MarymAlamer

تدرب على اختبار صفحة 65

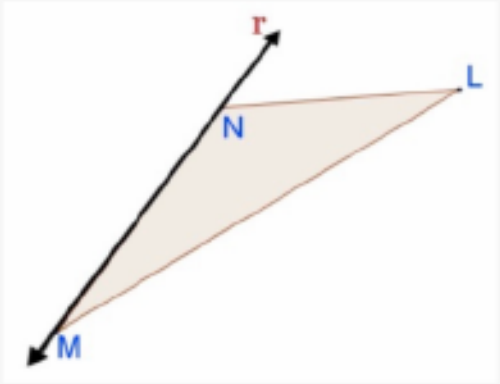
43) إجابة قصيرة: إذا كانت صورة الشكل الرباعي $WXYZ$ الناتجة عن انعكاسه حول المحور y هي $W'X'Y'Z'$ ، فما إحداثيات X'؟

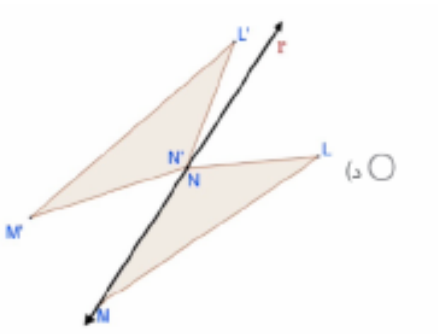


اليوم/
التاريخ/

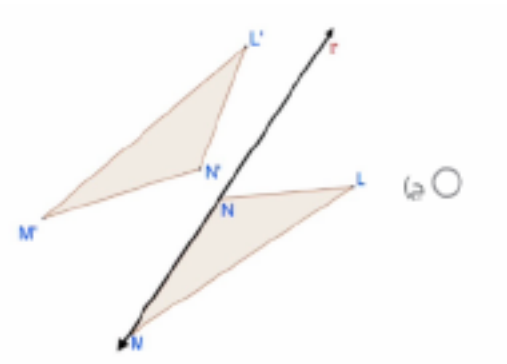
الموضوع/ الانعكاس

صورة الشكل أدناه بالانعكاس حول المستقيم r هي :

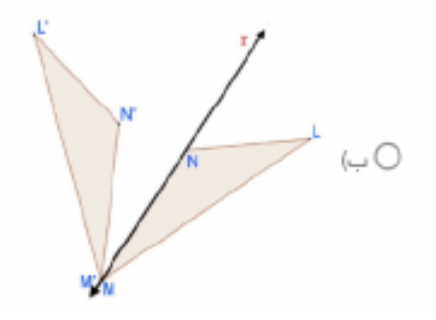




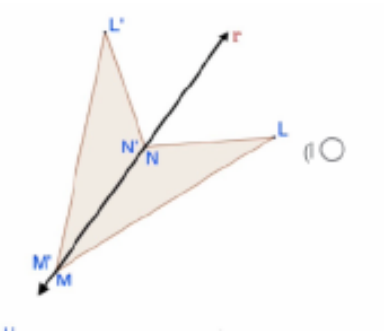
○ د)



○ ج)



○ ب)

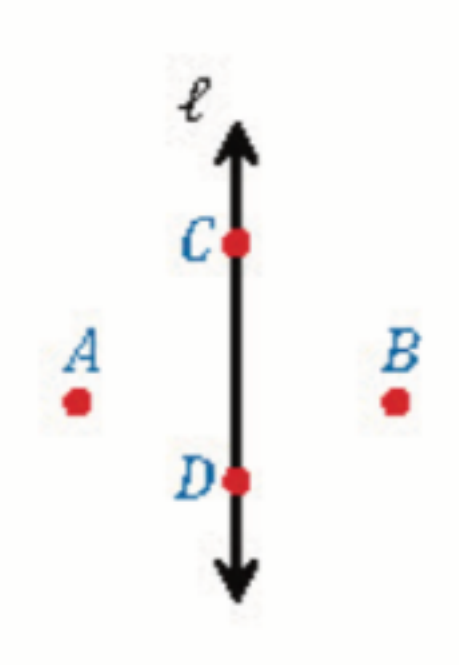


○ أ)

@MarymAlamer

الموضوع/ الانعكاس

تحصيلي



في الشكل المجاور : صورة النقطة C بالانعكاس حول المستقيم l .

A النقطة A

B النقطة B

C النقطة C

D النقطة D

الموضوع/ الانعكاس

تحصيلي

ما صورة النقطة $(4,2)$ بالانعكاس حول المحور y ..

A $(4,-2)$

B $(-4,2)$

C $(-4,-2)$

D $(2,4)$



الموضوع/ الانعكاس

تحصيلي

ما صورة النقطة $(1,5)$ بالانعكاس حول المحور x؟

A $(1, -5)$

B $(-1, -5)$

C $(5,1)$

D $(-1,5)$



الموضوع/ الانعكاس

تعلمنا في هذا الدرس:

- رسم صورة شكل بالانعكاس في المستوى
- رسم صورة شكل بالانعكاس في المستوى الاحداثي



الفصل السابع

التحويلات الهندسية والتماثل



7-2

الإزاحة

اللهم علمنا ما ينفعنا وانفعنا بما علمتنا وزدنا علما

@MarymAlamer
مجموعة رفعة الرياضيات

اختبار بيزا

المهارة حل المسائل الحياتية باستعمال النسبة والتناسب.



في أحد المواقع لتنقيب النفط في المملكة تم حفر بئر بعمق - ٨٦م بعد يوم كامل من العمل المتواصل.

٢	إذا كان جهاز الحفار يعمل بشكل مستمر، وكان العمق حالياً هو - ٢٠٦,٤م، ماهي المدة التي احتاجها الحفار للوصول لهذا العمق؟						
أ	٢,٤ يوم	ب	٢,٥ يوم	ج	٢,٧ يوم	د	٢,٧٥ يوم



اليوم/

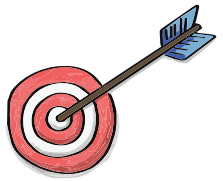
التاريخ/

الموضوع/ الإزاحة(الانسحاب)



فيما سبق تعلمنا

الانسحاب بوصفه تحويلاً هندسياً



أهداف الدرس

- ارسم الصورة الناتجة عن الإزاحة في المستوى.
- ارسم الصورة الناتجة عن الإزاحة في المستوى الاحداثي



المفردات

- الانسحاب

اليوم/
التاريخ/

الموضوع/ الإزاحة(الانسحاب)

لماذا؟

تُفتتح بعض الاحتفالات الوطنية بعروض عسكرية تزيدها بهجةً وبهاءً. ومعظم حركات أعضاء تلك الفرق العسكرية تمثِّل ما يُعرف في الهندسة بالإزاحة أو الانسحاب.



1 لماذا تستعمل الفرق العسكرية عادة الإزاحة في تحركها وليس الدوران ؟

2 ما أنواع الخطوات التي ينتقل بها أعضاء تلك الفرق ؟

الموضوع/ الإزاحة(الانسحاب)

شاهد - دون

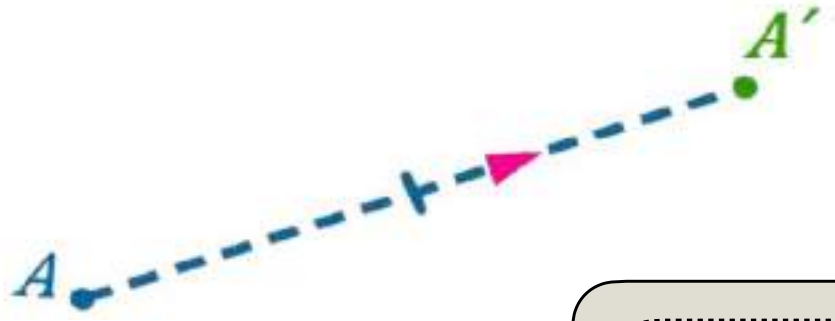


@MarymAlamer

الموضوع/ الإزاحة (الانسحاب)

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توزيع

الإزاحة



هو تحويل هندسي ينقل الشكل من موقع إلى موقع آخر
دون تدويره حيث ينقل جميع نقاط الشكل الاتجاه نفسه
والمسافة نفسها

- مقدار الإزاحة يساوي طول القطعة المستقيمة التي تصل أي نقطة بصورتها يساوي AA'.
- القطعة المستقيمة التي تصل أي نقطةٍ بصورتها توازي $\overline{AA'}$

@MarymAlamer

الموضوع/ الإزاحة(الانسحاب)

مفهوم أساسي

أضف إلى مطويتك

الإزاحة (الانسحاب)

تنقل الإزاحة (الانسحاب) كل نقطة إلى صورتها مسافةً محدّدةً وفي اتجاه محدّد (اتجاه الإزاحة). فالإزاحة التي تنقل النقطة A إلى صورتها A'، تنقل نقاط الشكل جميعها أيضًا بحيث إن:

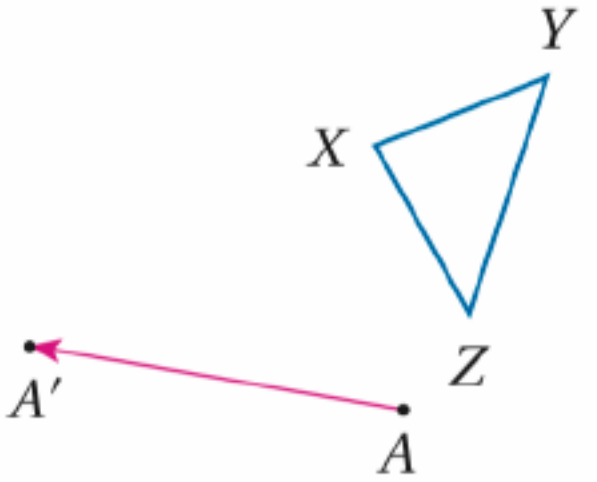


- مقدار الإزاحة يساوي طول القطعة المستقيمة التي تصل أي نقطة بصورتها يساوي طول $\overline{AA'}$.
- القطعة المستقيمة التي تصل أي نقطة بصورتها توازي $\overline{AA'}$.

النقطة A' هي صورة النقطة A بالإزاحة.

مثال 1 صفحة 60

رسم الإزاحة في المستوى

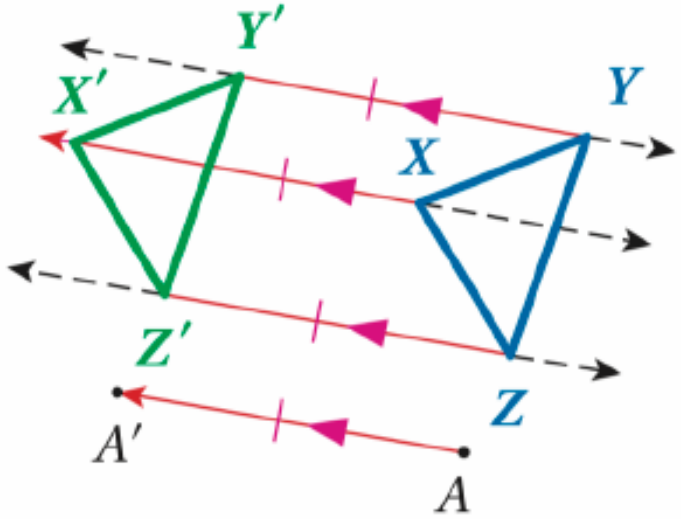


ارسم صورة الشكل الناتجة عن الإزاحة التي تنقل النقطة A إلى النقطة A' .

الخطوة 1 : باستعمال المسطرة ومثلث الرسم، ارسم من كل رأسٍ من رؤوس المثلث XYZ مستقيمًا يوازي $\overline{AA'}$.

الخطوة 2 : قِسْ طول $\overline{AA'}$ ، ثم عيّن على المستقيم المار بالرأس X النقطة X' ، التي تبعد عن X في الاتجاه من A إلى A' مسافةً تساوي طول $\overline{AA'}$.

الخطوة 3 : كرِّر الخطوة 2 لتعيّن Z' , Y'، ثم صِلِ الرؤوس X', Y', Z' لتشكل المثلث $X'Y'Z'$ الناتج عن الإزاحة .



@MarymAlamer

اليوم/

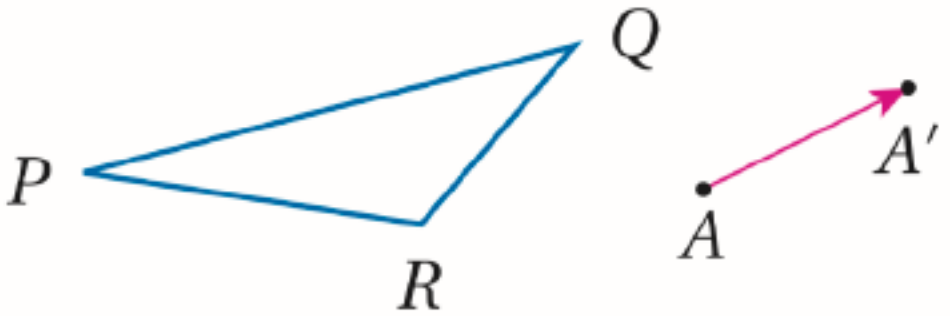
التاريخ/

الموضوع/ الإزاحة(الانسحاب)

تحقق من فهمك1 صفحة 66



(1B



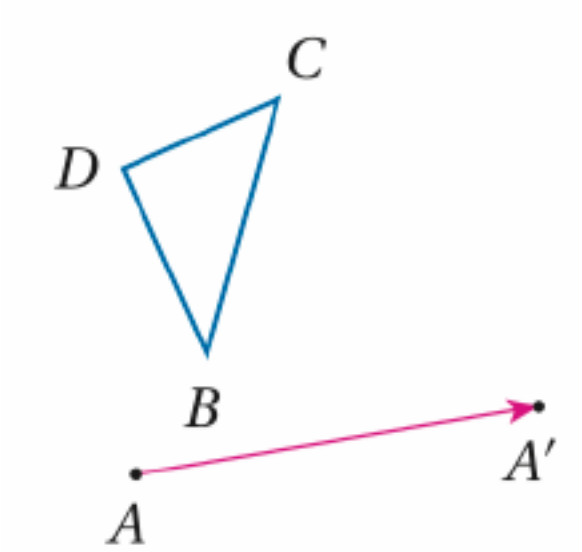
@MarymAlamer

الموضوع/ الإزاحة(الانسحاب)

تأكد صفحة 69

ارسم صورة الشكل الناتجة عن الإزاحة التي تنقل النقطة A إلى النقطة A' في كلٍّ ممَّا يأتي:

1)



الموضوع/ الإزاحة في المستوى الاحداثي

رسم الازاحة في المستوى الاحداثي

مفهوم أساسي

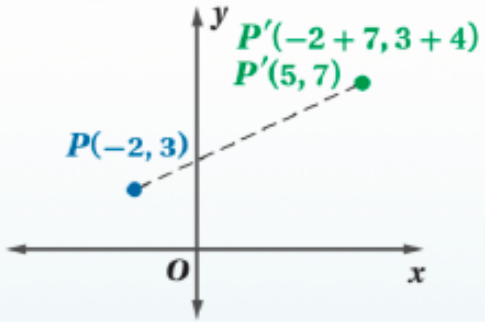
الإزاحة في المستوى الإحداثي

أضف إلى مطويتك

التعبير اللفظي: لإزاحة نقطة ما مسافة a وحدةً أفقيًا، و b وحدةً رأسيًا، اجمع a إلى الإحداثي x ، و b إلى الإحداثي y .

الرموز: $(x, y) \rightarrow (x + a, y + b)$

مثال: إذا كانت: $a = 7 , b = 4$ ، فإن صورة النقطة $P(-2, 3)$ الناتجة عن هذه الإزاحة هي $P'(5, 7)$.



قراءة الرياضيات

الإزاحة الأفقية والإزاحة الرأسية:

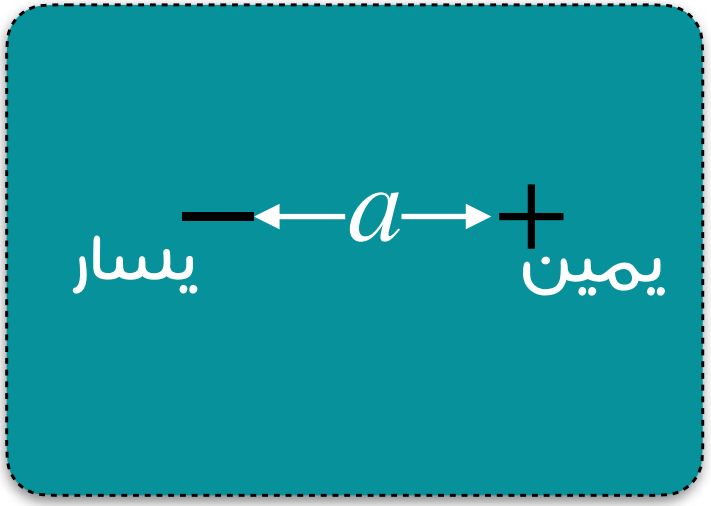
عندما يكون $b = 0$ ، تكون الإزاحة أفقيةً فقط.

وعندما يكون $a = 0$ ، تكون الإزاحة رأسية فقط.

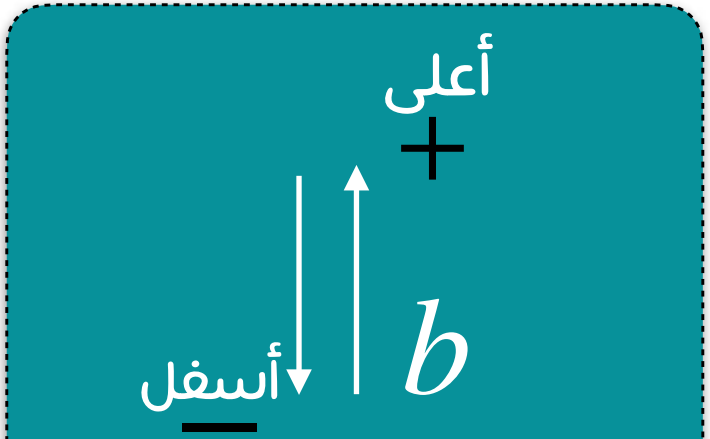
@MarymAlamer

الموضوع/ الإزاحة في المستوى الاحداثي

الحركة الأفقية



الحركة الرأسية



ملاحظة

إذا كانت $a = 0$ فإن الحركة رأسية فقط

إذا كانت $b = 0$ فإن الحركة أفقية فقط

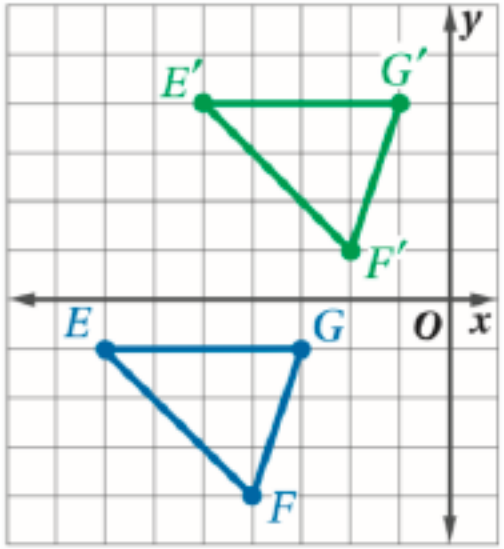
@MarymAlamer

مثال 2 صفحة 67 الازاحة في المستوى الاحداثي

مثِّل الشكل وصورته الناتجة عن الإزاحة المحددة في كلٍّ مما يأتي بيانيًّا:

a) $\triangle EFG$ الذي إحداثيات رؤوسه هي: $E(-7, -1), F(-4, -4), G(-3, -1)$، أُزيح وفق القاعدة $(x, y) \rightarrow (x + 2, y + 5)$

تدل هذه القاعدة على إزاحة مقدارها وحدتان إلى اليمين و 5 وحدات إلى أعلى .



$(x, y) \rightarrow (x + 2, y + 5)$

$E(-7, -1) \rightarrow E'(-5, 4)$

$F(-4, -4) \rightarrow F'(-2, 1)$

$G(-3, -1) \rightarrow G'(-1, 4)$

إرشادات للدراسة

الإشارة السالبة :

إشارة a السالبة تعني أن الإزاحة إلى اليسار، وإشارة b السالبة تعني أن الإزاحة إلى أسفل.

@MarymAlamer

الموضوع/ الإزاحة في المستوى الاحداثي

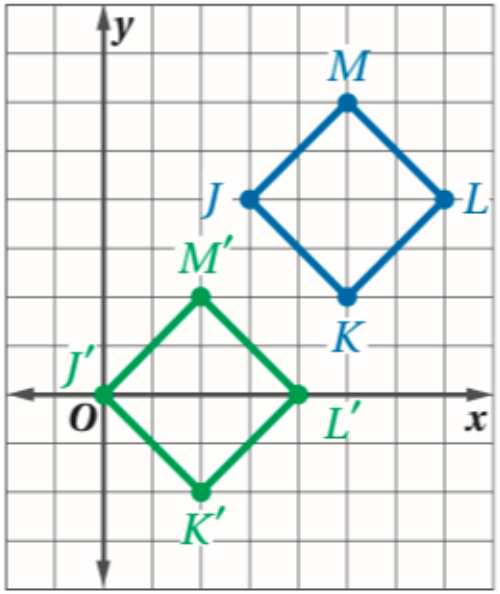


مثال 2 صفحة 67 الازاحة في المستوى الاحداثي

إرشادات للدراسة

تحويلات التطابق:
الإزاحة هي تحويل تطابق أيضًا، فهي تحافظ على الأبعاد وقياسات الزوايا وترتيب مواقع النقاط والاستقامة.

b) المربع $JKLM$ الذي إحداثيات رؤوسه: $M(5, 6), L(7, 4), K(5, 2), J(3, 4)$، أزيح وفق القاعدة $(x, y) \rightarrow (x - 3, y - 4)$



تدل هذه القاعدة على إزاحة مقدارها 3 وحدات إلى اليسار و 4 وحدات إلى أسفل .

(x, y)	$\rightarrow$	$(x-3, y-4)$
$J(3, 4)$	$\rightarrow$	$J'(0, 0)$
$K(5, 2)$	$\rightarrow$	$K'(2, -2)$
$L(7, 4)$	$\rightarrow$	$L'(4, 0)$
$M(5, 6)$	$\rightarrow$	$M'(2, 2)$

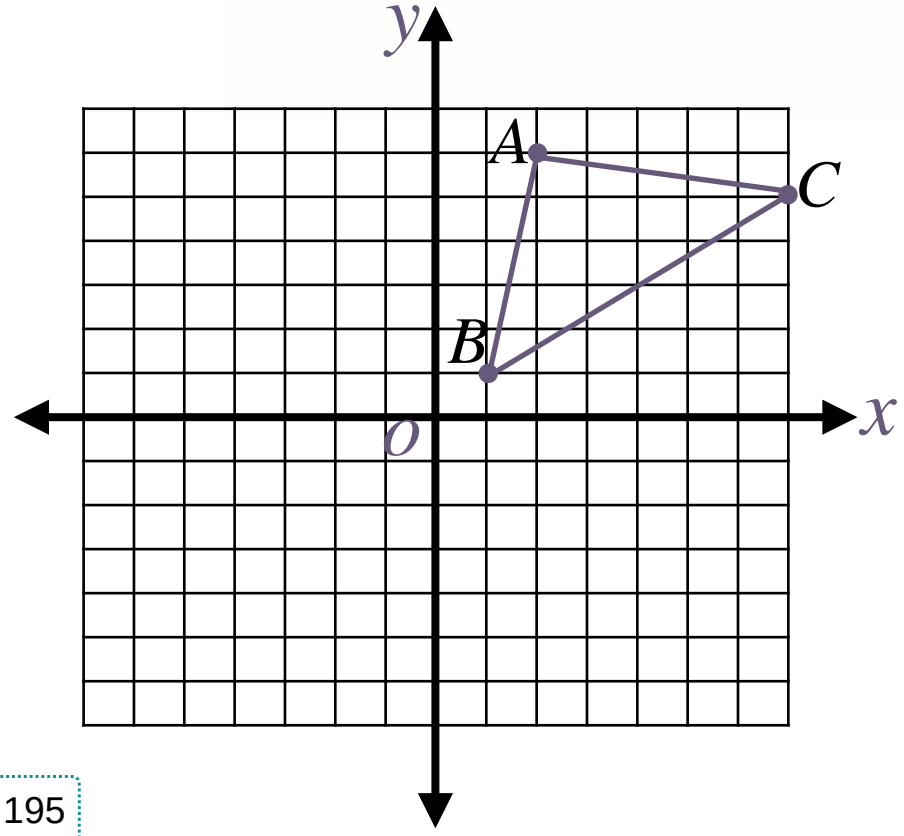
@MarymAlamer

الموضوع/ الإزاحة في المستوى الاحداثي

تحقق من فهمك 2 صفحة 67

2A) $\triangle ABC$ الذي إحداثيات رؤوسه: $A(2, 6), B(1, 1), C(7, 5)$ ، أُزيح وفق القاعدة

$$(x, y) \rightarrow (x-4, y-1)$$



$A(2, 6)$ ⟶ ○

$B(1, 1)$ ⟶ ○

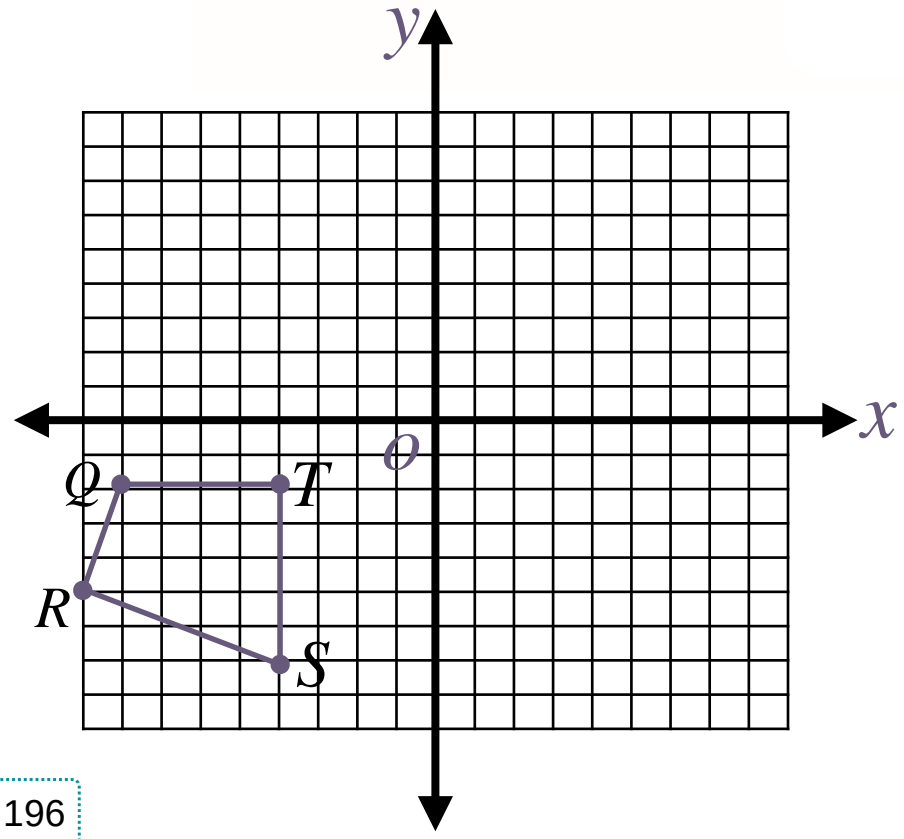
$C(7, 5)$ ⟶ ○

@MarymAlamer

الموضوع/ الإزاحة في المستوى الاحداثي

تحقق من فهمك 2 صفحة 67

2B) الشكل الرباعي $QRST$ الذي إحداثيات رؤوسه: $Q(-8, -2), R(-9, -5), S(-4, -7), T(-4, -2)$،
أُزيح وفق القاعدة $(x, y) \rightarrow (x+7, y+1)$



$Q(-8, -2)$ ⟶ ○

$R(-9, -5)$ ⟶ ○

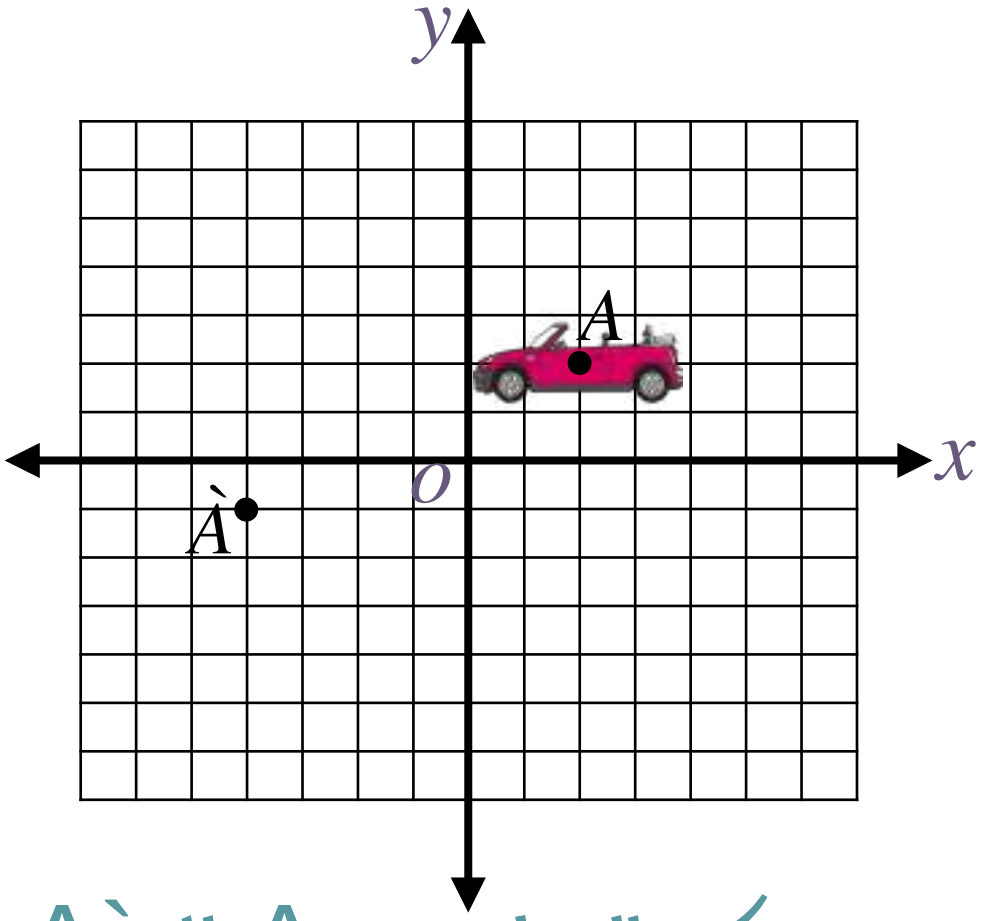
$S(-4, -7)$ ⟶ ○

$T(-4, -2)$ ⟶ ○

@MarymAlamer

الموضوع/ الإزاحة في المستوى الاحداثي

وصف الإزاحة



صفي حركة السيارة من A الى A`

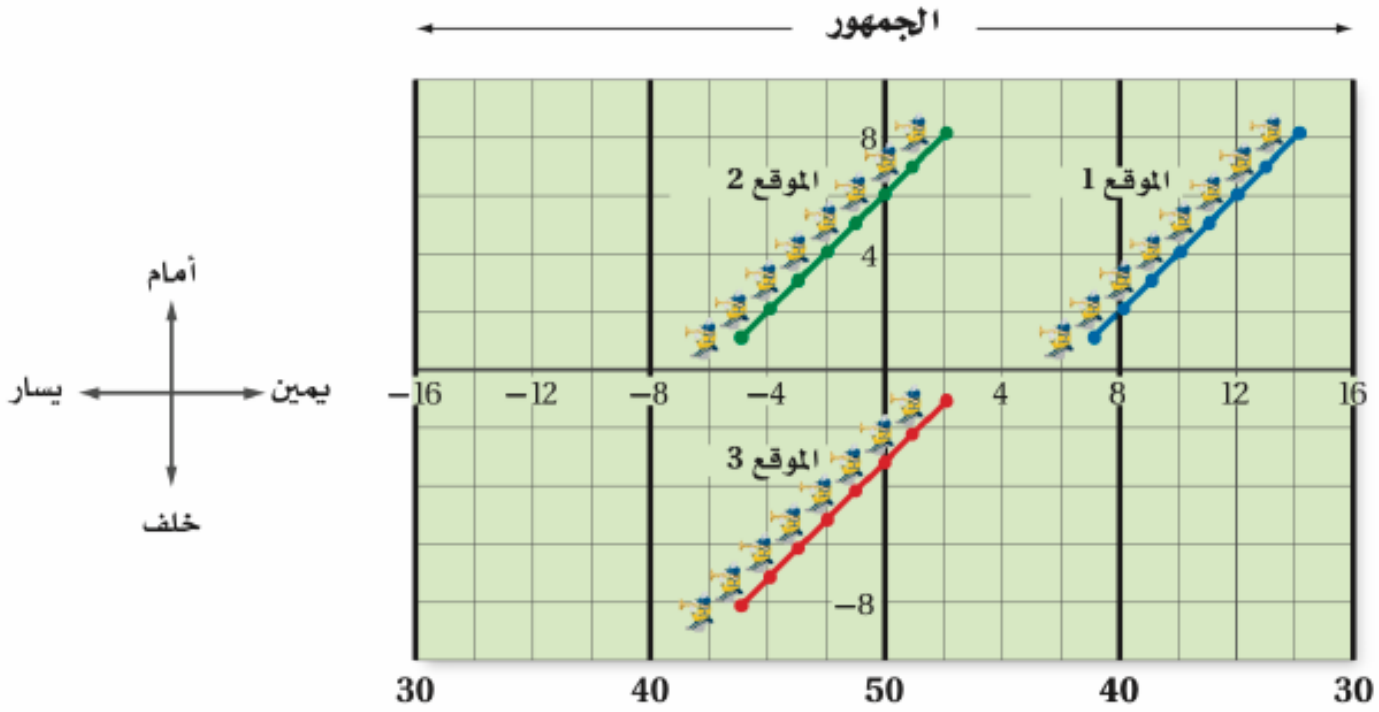
@MarymAlamer

الموضوع/ الإزاحة في المستوى الاحداثي

مجموعة رفعة الرياضيات

مثال 3 صفحة 68 وصف الازاحة

استعراض: في استعراضٍ لفرقةٍ عسكريةٍ، يسير الأفراد من الموقع 1 إلى الموقع 2 ثم إلى الموقع 3، وكل وحدة على الشبكة تمثل خطوةً واحدةً.



مثال 3 صفحة 68 وصف الازاحة

a) اكتب قاعدةً لحركة أفراد الفرقة العسكرية عند انتقالهم من الموقع 1 إلى الموقع 2 ثم صفها لفظيًّا.

إحدى النقاط في الموقع 1 عند **(14, 8)**، وتحركت هذه النقطة إلى **(2, 8)** في الموقع 2، استعمل قاعدة الإزاحة $(x, y) \rightarrow (x + a, y + b)$ لكتابة معادلتين وحلِّهما لإيجاد قيمة كلٍّ من a , b.

$$(14 + a, 8 + b) = (2, 8)$$

$$14 + a = 2 \qquad 8 + b = 8$$

$$a = -12 \qquad b = 0$$

إذن قاعدة هذه الإزاحة هي : $(x, y) \rightarrow (x - 12, y)$

أي أن كلًّا من أفراد الفرقة العسكرية تحرك 12 خطوةً إلى اليسار، ولم يتحرك أي خطوةٍ إلى الأمام أو إلى الخلف في أثناء انتقاله من الموقع 1 إلى الموقع 2

مثال 3 صفحة 68 وصف الازاحة

b) صِفْ حركة أفراد الفرقة العسكرية عند انتقالهم من الموقع **1** إلى الموقع **3** باستعمال قاعدة الإزاحة.

$$(14 + a, 8 + b) = (2, -1)$$

$$14 + a = 2 \qquad 8 + b = -1$$

$$a = -12 \qquad b = -9$$

إذن قاعدة هذه الإزاحة هي : $(x, y) \rightarrow (x - 12, y - 9)$

اليوم/
التاريخ/

الموضوع/ الإزاحة في المستوى الاحداثي

تحقق من فهمك 3 صفحة 68

3) **نقود:** تمَّ تصوير حركة قطعة نقود في مواقع مختلفة على المستوى الإحداثي.

A) صِفْ حركة القطعة عند انتقالها من الموقع A إلى الموقع B لفظيًّا.

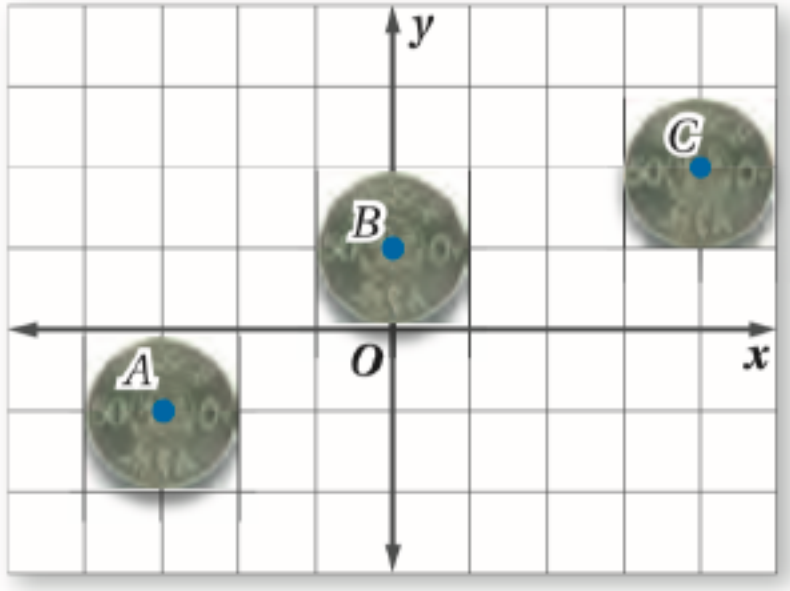
.....

.....

B) صِفْ حركة القطعة عند انتقالها من الموقع A إلى الموقع C باستعمال قاعدة الإزاحة.

.....

.....



@MarymAlamer

اليوم/
التاريخ/

الموضوع/ الإزاحة في المستوى الاحداثي

تدرب وحل المسائل صفحة 69

14) مواقع: تبين الشبكة المجاورة بعض المواقع في الحي الذي يقطنه سعيد.



a) إذا غادر سعيد منزله، وانتقل 4 وحدات إلى الشمال و 3 وحدات إلى الشرق، فأين يصل؟

.....

.....

b) صِف لفظيًّا إزاحتين تنقلان سعيد من المدرسة إلى منزله.

.....

.....

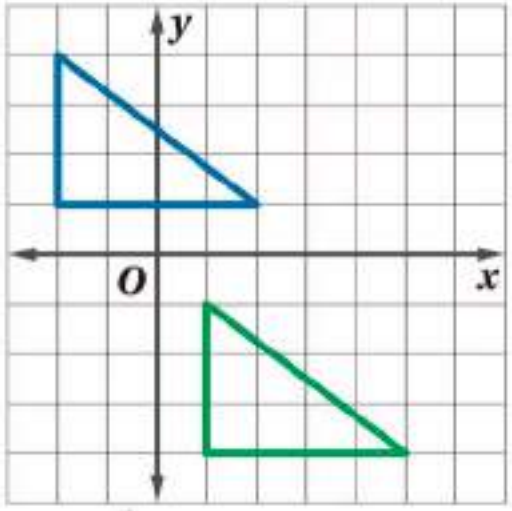
اليوم/
التاريخ/

الموضوع/ الإزاحة في المستوى الاحداثي

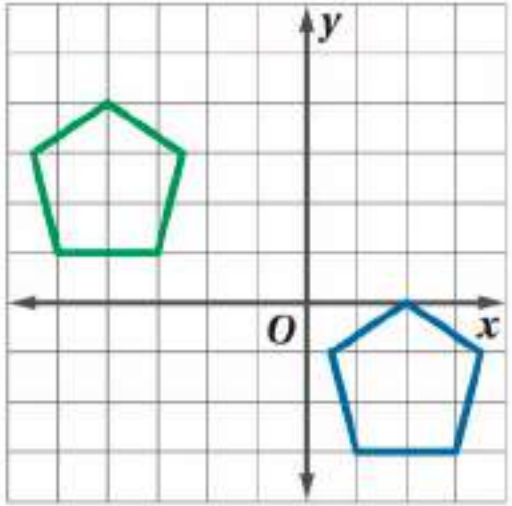
تدرب وحل المسائل صفحة 69

اكتب قاعدة الإزاحة التي تنقل الشكل الأزرق إلى الشكل الأخضر في كلٍّ من السؤالين الآتيين.

(15



(16



.....

.....

.....

.....

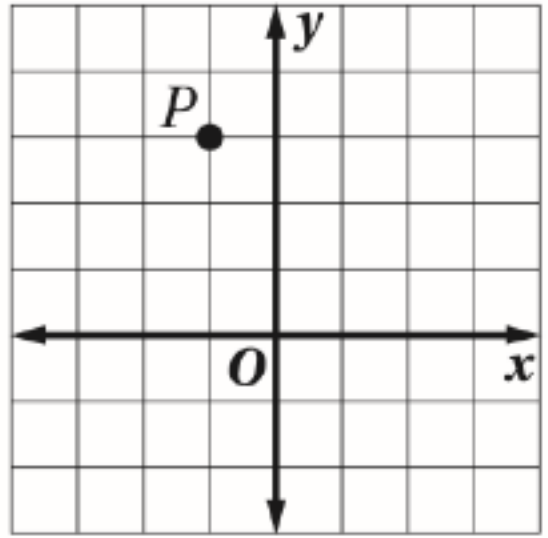
مهارات التفكير العليا صفحة 70

21) تبرير: أُجريت إزاحةٌ لشكلٍ ما، وفقًا للقاعدة: $(x, y) \rightarrow (x - 3, y + 8)$، ثم إزاحةٌ أخرى للصورة الناتجة وفقًا للقاعدة: $(x, y) \rightarrow (x + 3, y - 8)$. من دون استعمال الرسم، حدِّد مكان الشكل النهائي وبرِّر إجابتك.

تدرب على اختبار صفحة 70 تحصيلي

24) أوجد صورة النقطة P الناتجة عن الإزاحة:

$$(x, y) \rightarrow (x + 3, y + 1).$$



A $(0, 6)$

B $(0, 3)$

C $(2, -4)$

D $(2, 4)$

.....

.....

.....

@MarymAlamer

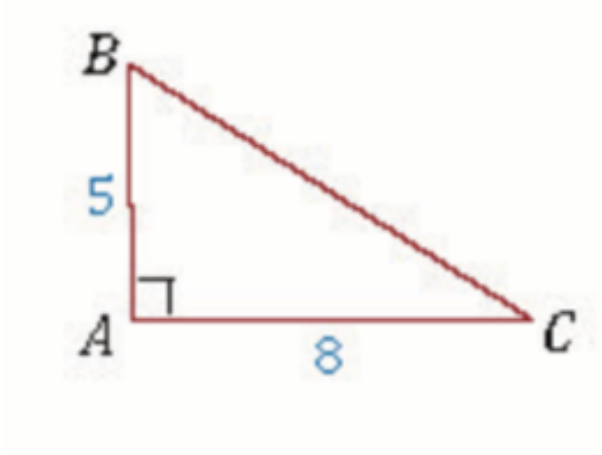
تدرب على اختبار صفحة 70

26) إجابة قصيرة: ما قاعدة الإزاحة التي تنقل النقطة $A(3, -5)$ إلى النقطة $A'(-2, -8)$؟

الموضوع/ الإزاحة في المستوى الاحداثي

تحصيلي

ما مقدار الإزاحة التي تنقل النقطة B إلى النقطة C ؟



(A) 3

(B) 13

(C) $\sqrt{39}$

(D) $\sqrt{89}$



@MarymAlamer

الموضوع/ الإزاحة في المستوى الاحداثي

تحصيلي

ما صورة النقطة $B(2,3)$ الناتجة من الإزاحة $(x,y) \longrightarrow (x+4, y-5)$ ؟

A $(6,0)$

B $(6,-2)$

C $(4,-5)$

D $(-2,6)$



الموضوع/ الإزاحة في المستوى الاحداثي

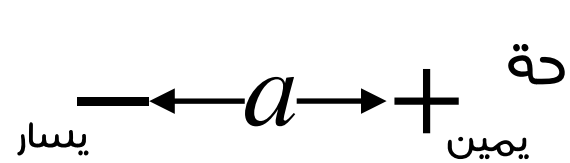
تعلمنا في هذا الدرس:

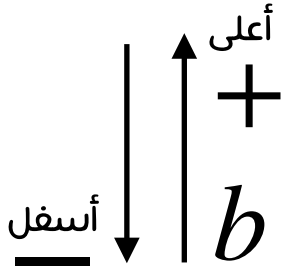
رسم صورة تشكل بالإزاحة في المستوى

- مقدار الازاحة
- إتجاه الازاحة

رسم صورة تشكل بالإزاحة في المستوى الاحداثي

- قاعدة الازاحة







الفصل السابع

التحويلات الهندسية والتماثل



7-3

الدوران

اللهم علمنا ما ينفعنا وانفعنا بما علمتنا وزدنا علما

@MarymAlamer
مجموعة رفعة الرياضيات

اختبار بيزا

المجال : الفراغ والأشكال

المهارة : حل مسائل من واقع الحياة تتطلب الفرق بين مساحة مستطيلين

من الرسم المجاور : رُكب إطار (٦٢ انش×١ انش) على أحد جوانب لوحة طولها ٦٠ انش وعرضها ٩٠ انش ،فإن مساحة سطح الإطار بالكامل حول اللوحة بالانش المربع تساوي..

أ	٤	ب	٣٠٤	ج	٥٤٠٠	د	٥٧٠٤

@MarymAlamer



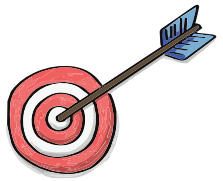
اليوم/
التاريخ/

الموضوع/ الدوران



فيما سبق تعلمنا

التماثل الدوراني حول نقطة



أهداف الدرس

- ارسم الصورة الناتجة عن دوران شكل مستعملاً المنقلة.
- ارسم الصورة الناتجة عن دوران شكل في المستوى الاحداثي .



المفردات

- الدوران
- مركز الدوران
- زاوية الدوران

الموضوع/ الدوران

لماذا؟



استُعملت الطاقة المتولدة من المراوح الهوائية في الماضي؛ لضخِّ الماء أو لطحن الحبوب، أما في الوقت الحاضر، فيمكن أن تكون مراوح الهواء الحديثة بديلًا مهمًّا عن الوقود الأحفوري (النفط والغاز والفحم). إذ تُحوِّل هذه المراوح طاقة الرياح إلى طاقة كهربائية.

1. ما الأشياء التي تدور مراوح الهواء ؟
2. ما المصطلح الهندسي الذي يمكن أن تطلقه على العلبة التي تتصل بها الأذرع ؟
3. إذا كانت الزوايا بين الأذرع متساوية فكم قياس كل منها ؟

الموضوع/ الدوران

الدوران

هو تحويل هندسي يحرك (يدوّر) كل نقطة في الشكل
الأصلي بزاوية محددة وفي اتجاه محدد حول نقطة محددة

مركز الدوران

هو النقطة الثابتة التي تدور حولها كل نقطة من نقا الشكل في الدوران بزاوية محددة x° حول نقطة محددة

زاوية الدوران

هي الزاوية المتشكلة من النقطة ومركز الدوران والصورة



الموضوع/ الدوران

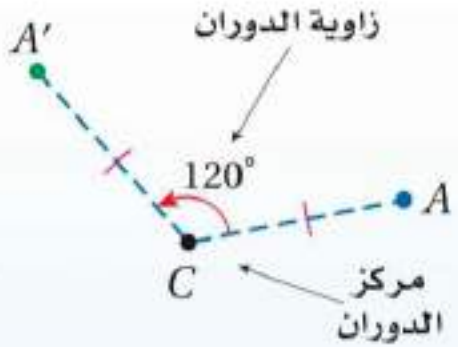
مفهوم أساسي

الدوران

الدوران حول نقطة ثابتة (تسمى **مركز الدوران**) بزاوية معينة قياسها x° واتجاهٍ معينٍ، يحول النقطة إلى صورتها بحيث:

- إذا كانت النقطة هي مركز الدوران، فإن صورتها هي النقطة نفسها.
- إذا كانت النقطة غير مركز الدوران، فإن النقطة الأصلية وصورتها تبعُدان المسافة نفسها عن مركز الدوران، والزاوية المتشكِّلة من النقطة ومركز الدوران والصورة تُسمى **زاوية الدوران** وقياسها يساوي x°.

أضف إلى مطويتك



A' هي صورة A الناتجة عن دوران بزاوية 120° عكس اتجاه حركة عقارب الساعة حول النقطة C.

الموضوع/ الدوران





اتجاه حركة عقارب الساعة

عكس اتجاه حركة عقارب الساعة

يمكن أن يكون اتجاه الدوران في اتجاه حركة عقارب الساعة أو عكس اتجاه حركة عقارب الساعة. ومن الآن فصاعدًا سيكون كل دوران عكس اتجاه حركة عقارب الساعة إلا إذا ورد خلاف ذلك.

إرشادات للدراسة

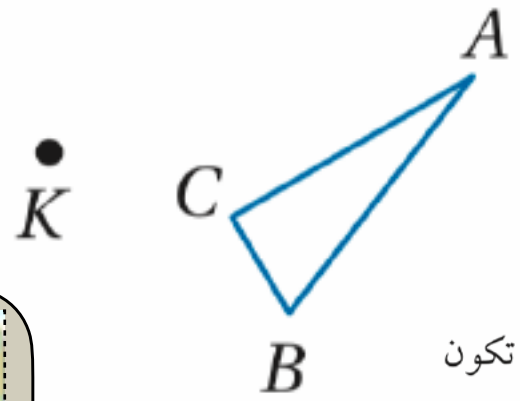
الدوران في اتجاه حركة عقارب الساعة:

يُشير قياس زاوية الدوران السالب إلى أن الدوران في اتجاه حركة عقارب الساعة. فالدوران بزاوية $-90°$ حول نقطة الأصل هو دوران بزاوية $90°$ في اتجاه حركة عقارب الساعة حول نقطة الأصل.

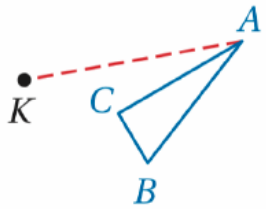
مثال 2 صفحة 73

رسم الشكل الناتج من الدوران

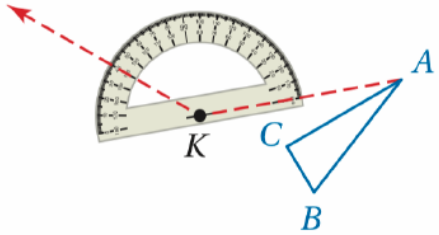
استعمل منقلة ومسطرة لرسم صورة $\triangle ABC$ الناتجة عن دوران بزاوية $140°$ حول النقطة K.



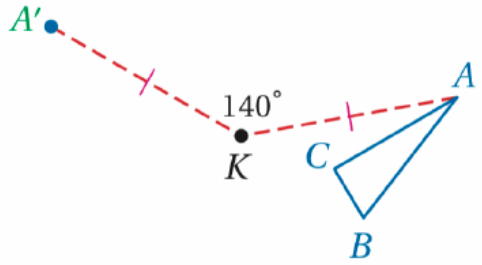
الخطوة 1: ارسم قطعةً مستقيمةً من الرأس A إلى النقطة K.



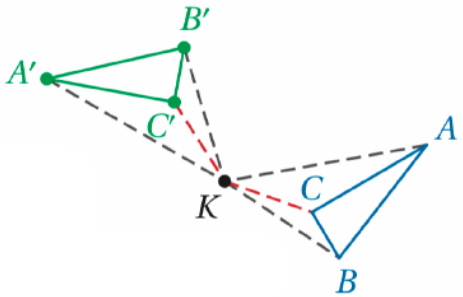
الخطوة 2: ارسم زاويةً قياسها $140°$ تكون $\overline{KA}$ أحد ضلعَيها .



الخطوة 3: استعمل مسطرةً لتعيين A' على الضلع الثاني، بحيث يكون $KA' = KA$.



الخطوة 4: كرِّر الخطوات 3–1 للرأسين B و C ثم ارسم $\triangle A'B'C'$.



إرشادات للدراسة

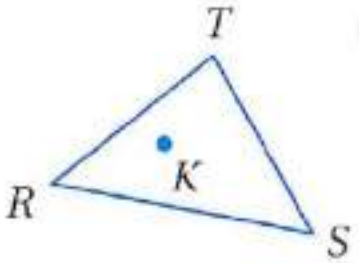
تحويلات التطابق:
الدوران هو تحويل تطابق أيضًا، فهو يحافظ على الأبعاد وقياسات الزوايا وترتيب مواقع النقاط والاستقامة، حيث تكون فيه الصورة مطابقة للشكل الأصلي.



(1) تحقق من فهمك صفحة 74

استعمل منقلة ومسطرة لرسم صورة الشكل الناتجة عن الدوران حول النقطة K بالزاوية المحددة في كل من السؤالين الآتيين:

1A) $65°$



إرشادات للدراسة

تحويلات التطابق:

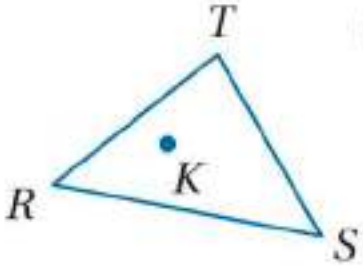
الدوران هو تحويل تطابق أيضًا، فهو يحافظ على الأبعاد وقياسات الزوايا وترتيب مواقع النقاط والاستقامة، حيث تكون فيه الصورة مطابقة للشكل الأصلي.

الموضوع/ الدوران

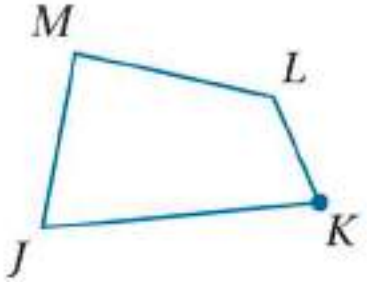
تحقق من فهمك 1 صفحة ٧٤

استعمل منقلةً ومسطرةً؛ لرسم صورة الشكل الناتجة عن الدوران حول النقطة K بالزاوية المحددة في كل من السؤالين الآتيين:

1A) $65°$



1B) $170°$



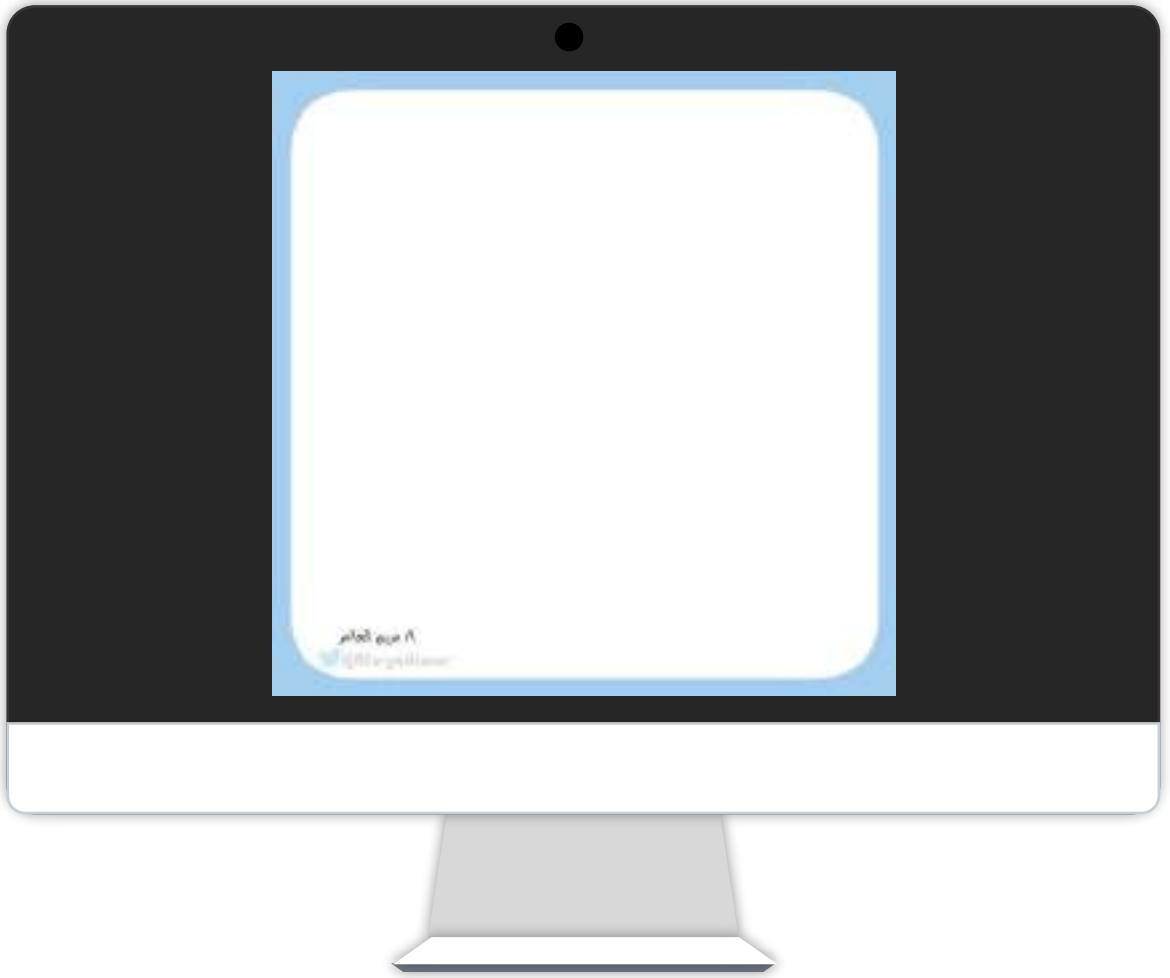
@MarymAlamer

اليوم/
التاريخ/

الموضوع/ الدوران

الدوران في المستوى الاحداثي:

عرض بصري



@MarymAlamer





الدوران في المستوى الاحداثي:

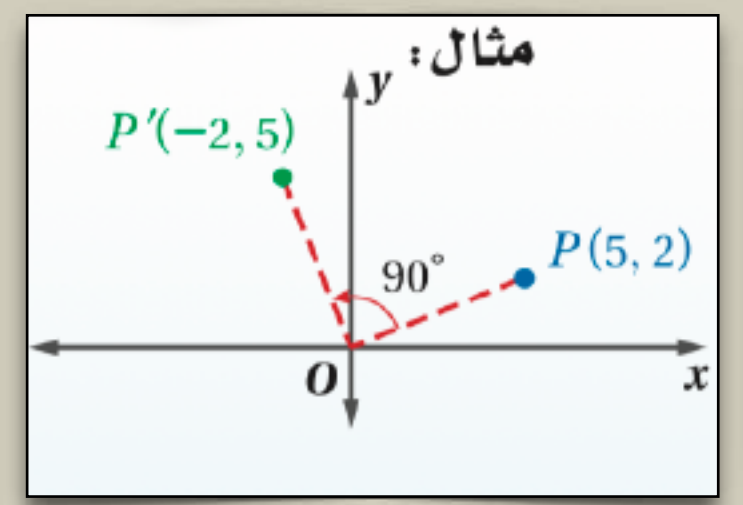
الدوران بزاوية $90°$

GeoGebra

عند تدوير نقطة بزاوية $90°$ عكس اتجاه حركة عقارب الساعة حول نقطة الأصل، اضرب الإحداثي y في -1 ، ثم بدّل موقِعَي الإحداثيَّين x, y .

الرموز: $(x, y) \rightarrow (-y, x)$

مثال:







اليوم/
التاريخ/

الموضوع/ الدوران

الدوران في المستوى الاحداثي:

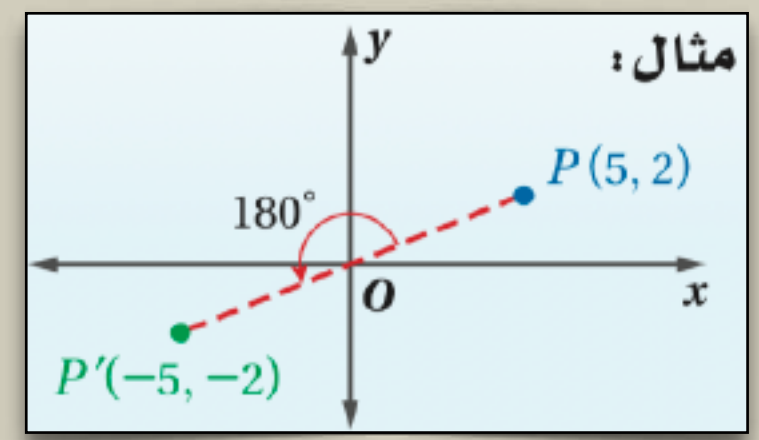
الدوران بزاوية $180°$

GeoGebra

عند تدوير نقطة بزاوية $180°$ عكس اتجاه حركة عقارب الساعة حول نقطة الأصل، اضرب كلًّا من الإحداثيَّين x, y في -1

الرموز: $(x, y) \rightarrow (-x, -y)$

مثال:



@MarymAlamer



الدوران في المستوى الاحداثي:

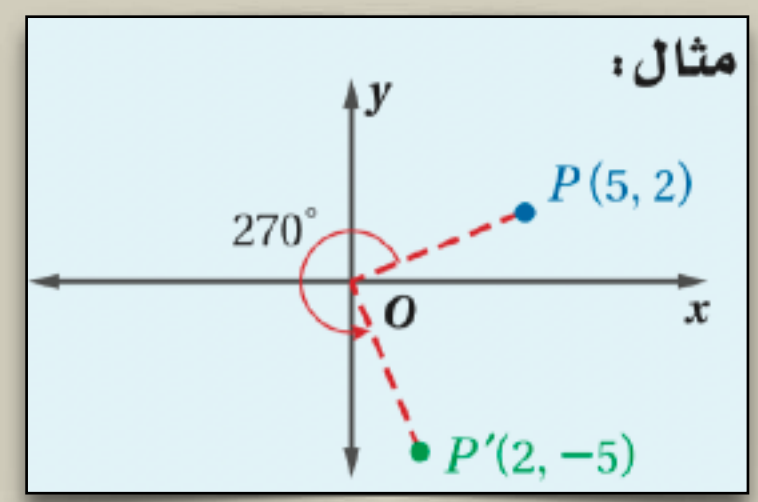
الدوران بزاوية 270°

GeoGebra

عند تدوير نقطة بزاوية 270° عكس اتجاه حركة عقارب الساعة حول نقطة الأصل، اضرب الإحداثي x في -1 ثم بدّل موقِعَي الإحداثيَّين x, y .

الرموز: $(x, y) \rightarrow (y, -x)$

مثال:





اليوم/
التاريخ/

الموضوع/ الدوران

الدوران حول نقطة الأصل وباتجاه عكس حركة عقارب الساعة

بزاوية 90°

$(x, y) \rightarrow (-y, x)$

نغير اشارة y ونبدل الاحداثيات

بزاوية 180°

$(x, y) \rightarrow (-x, -y)$

نغير اشارة كل من x و y فقط

بزاوية 270°

$(x, y) \rightarrow (y, -x)$

نغير اشارة x ونبدل الاحداثيات

@MarymAlamer

الموضوع/ الدوران

إرشادات للدراسة

الدوران في اتجاه حركة عقارب الساعة:

يُشير قياس زاوية الدوران السالب إلى أن الدوران في اتجاه حركة عقارب الساعة. فالدوران بزاوية $-90°$ حول نقطة الأصل هو دوران بزاوية $90°$ في اتجاه حركة عقارب الساعة حول نقطة الأصل.

ماذا لو كانت زاوية الدوران

$360°$



أوجد صورة النقطة $A(-4,-1)$ الناتجة عن دوران حول نقطة الأصل بزاوية 270° .

D	$A'(-1,4)$	C	$A'(-4,1)$	B	$A'(1,-4)$	A	$A'(4,-1)$

@MarymAlamer

مثال 2 صفحة ٧٦ الدوران في المستوى الاحداثي

إحداثيات رؤوس المثلث PQR هي: $P(1, 1), Q(4, 5), R(5, 1)$، مثِّل بيانيًّا $\triangle PQR$ وصورته الناتجة عن دوران بزاوية $90°$ حول نقطة الأصل.

اضرب الإحداثي y لكل رأس في -1 ثم بدّل الإحداثيَّين .

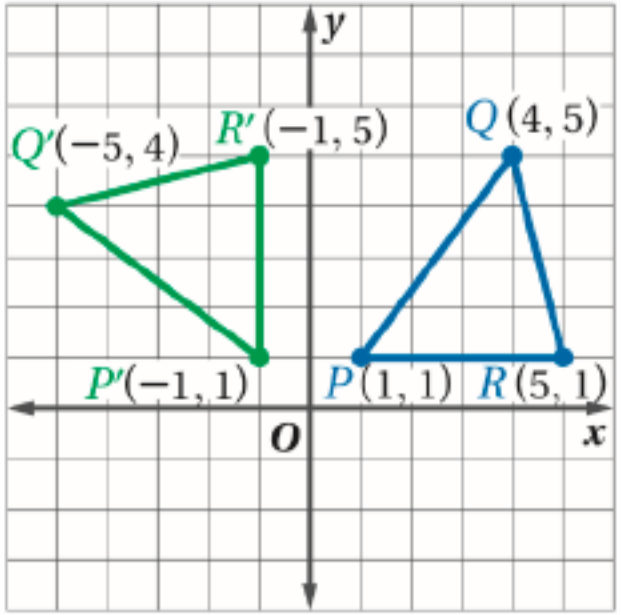
$(x, y) \rightarrow (-y, x)$

$P(1, 1) \rightarrow P'(-1, 1)$

$Q(4, 5) \rightarrow Q'(-5, 4)$

$R(5, 1) \rightarrow R'(-1, 5)$

ثم مثِّل $\triangle PQR$ وصورته $\triangle P'Q'R'$ في المستوى الإحداثي.



@MarymAlamer

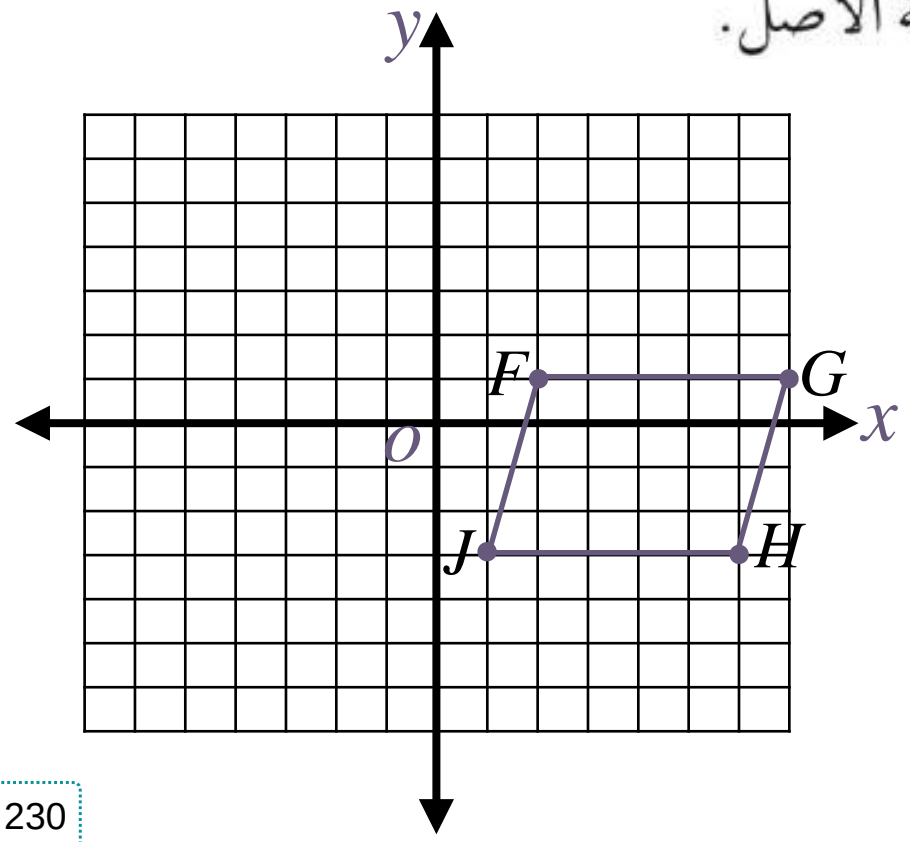


اليوم/
التاريخ/

الموضوع/ الدوران

تحقق من فهمك 2 صفحة ٦٤

2) إحداثيات رؤوس متوازي الأضلاع $FGHJ$ هي: $F(2, 1), G(7, 1), H(6, -3), J(1, -3)$.
مثِّل بيانيًّا $FGHJ$ وصورته الناتجة عن دوران بزاوية $180°$ حول نقطة الأصل.



$F(2, 1)$ ⟶

$G(7, 1)$ ⟶

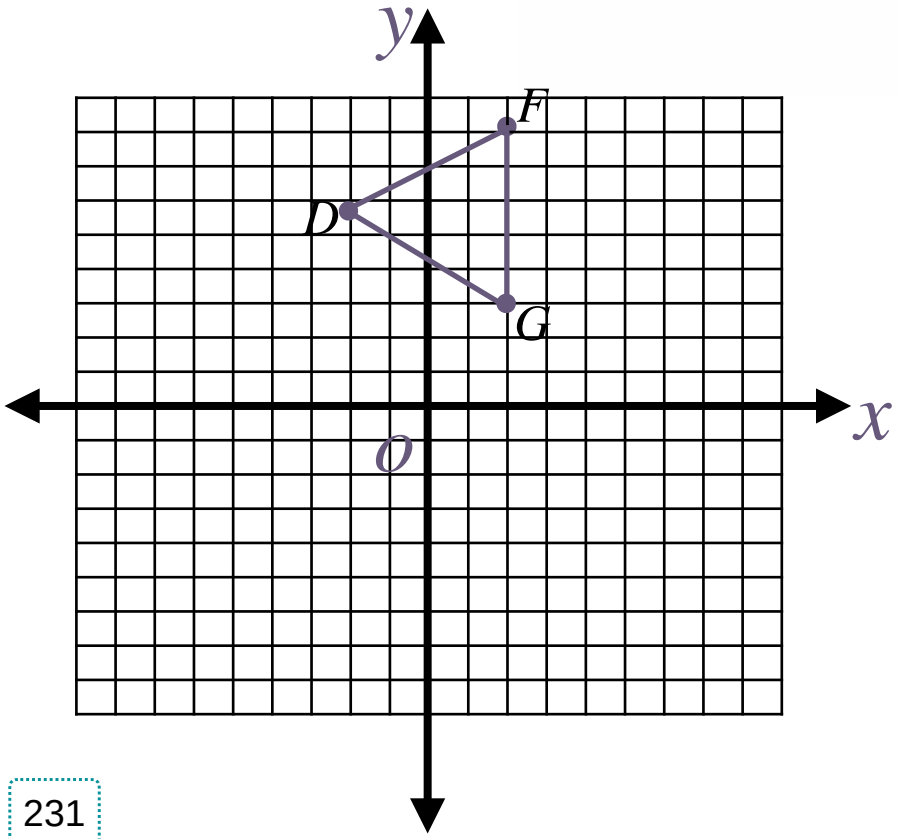
$H(6, -3)$ ⟶

$J(1, -3)$ ⟶

الموضوع/ الدوران

تأكد صفحة 76

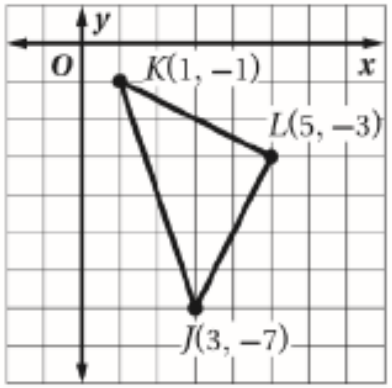
3) إحداثيات رؤوس المثلث DFG هي: $D(-2, 6)$, $F(2, 8)$, $G(2, 3)$ ، مثّل بيانيًّا $\triangle DFG$ وصورته الناتجة عن دوران بزاوية $270°$ حول نقطة الأصل .



- $D(-2, 6)$ ⟶
- $F(2, 8)$ ⟶
- $G(2, 3)$ ⟶

مثال 3 صفحة 75 من اختبار

ما صورة النقطة J الناتجة عن دوران $\triangle JKL$ بزاوية $270°$ حول نقطة الأصل؟



A $(-3, -7)$

B $(-7, 3)$

C $(-7, -3)$

D $(7, -3)$

حُل سؤال الاختبار

لإيجاد إحداثيَّي صورة النقطة J الناتجة عن الدوران بزاوية $270°$ عكس اتجاه حركة عقارب الساعة حول نقطة الأصل، اضرب الإحداثي x في -1 ، ثم بدّل الإحداثيَّين y , x

$(x, y) \rightarrow (y, -x)$ $\quad$ $(3, -7) \rightarrow (-7, -3)$

فالإجابة الصحيحة هي C.

إرشادات للدراسة

الدوران $270°$:

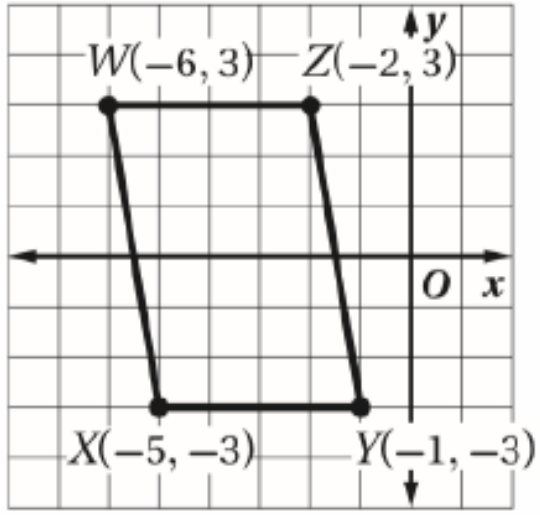
يمكن إجراء دوران بزاوية $270°$ بعمل دورانين متعاقبين؛ أحدهما بزاوية $90°$ والآخر بزاوية $180°$، كما يمكن إجراء هذا الدوران أيضًا بعمل دوران بزاوية $90°$ في اتجاه عقارب الساعة.



اليوم/
التاريخ/

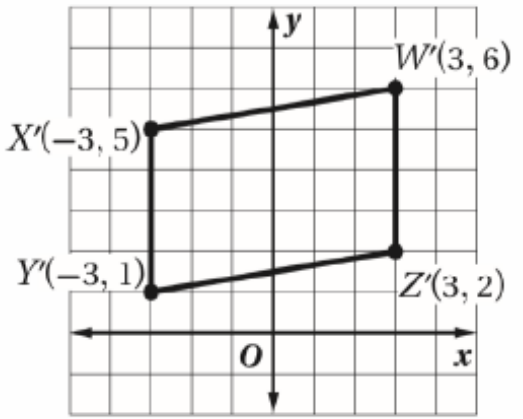
الموضوع/ الدوران

تحقق من فهمك 3 صفحة 74

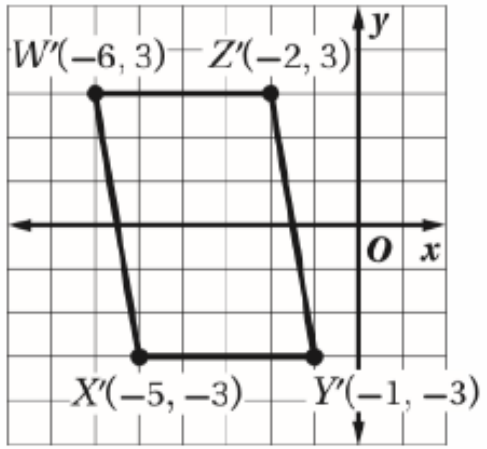


3) تمّ تدوير متوازي الأضلاع $WXYZ$ في الشكل المجاور بزاوية $180°$ عكس اتجاه حركة عقارب الساعة حول نقطة الأصل، أيُّ الأشكال الآتية يمثل صورة متوازي الأضلاع الناتجة عن الدوران؟

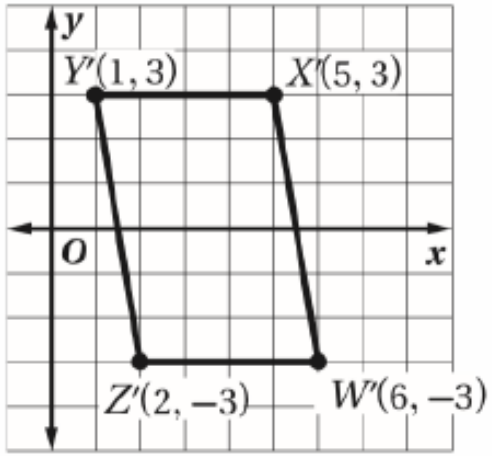
A



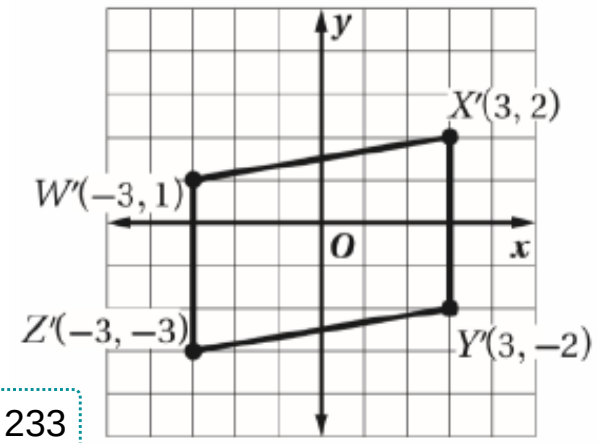
B



C



D



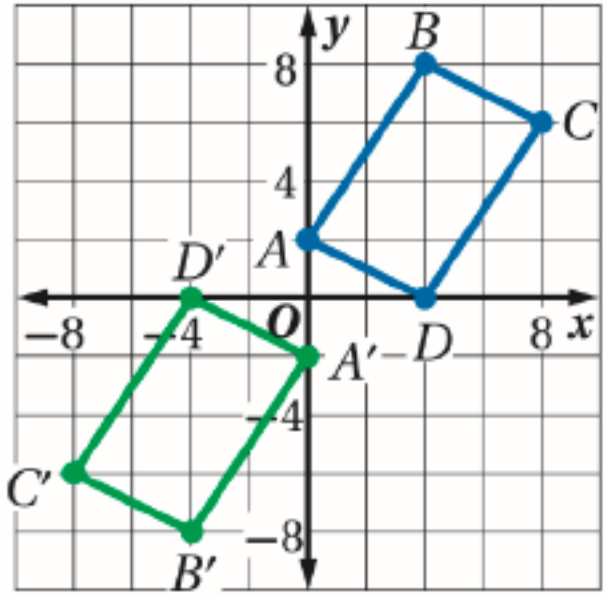
تأكد صفحة 76

4) اختيار من متعدد: الشكل المجاور يبيّن الشكل الرباعي $ABCD$ وصورته $A'B'C'D'$ الناتجة عن دوران حول نقطة الأصل.

ما قياس زاوية الدوران؟

A $90°$ **C** $270°$

B $180°$ **D** $360°$





اليوم/
التاريخ/

الموضوع/ الدوران

مهارات التفكير العليا صفحة 78

24) **تبرير:** هل يكافئ انعكاس شكل حول المحور x دورانًا حول نقطة الأصل للشكل نفسه بزاوية $180°$ ؟ وضِّح إجابتك.

.....

.....

25) **اكتب:** هل تبقى نقاط ثابتة في الدوران دائمًا أو أحيانًا أو لا تبقى أي نقاطٍ ثابتةٍ أبدًا؟

.....

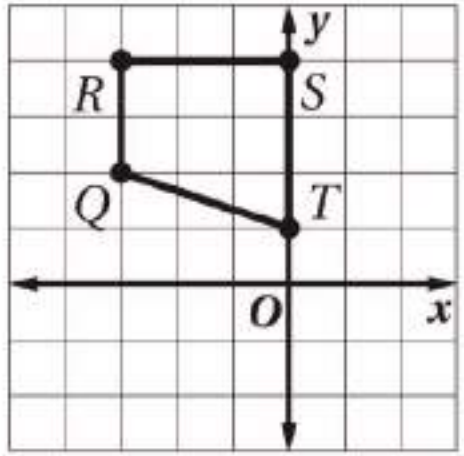
.....

@MarymAlamer

تدرب على اختبار صفحة 70

تحصيلي

26) ما الدوران الذي يُجرى على شبه المنحرف $QRST$ لينقل الرأس R إلى $R'(4, 3)$؟



A $270°$ عكس اتجاه حركة عقارب الساعة حول النقطة T.

B $185°$ عكس اتجاه حركة عقارب الساعة حول النقطة T.

C $180°$ في اتجاه حركة عقارب الساعة حول نقطة الأصل.

D $90°$ في اتجاه حركة عقارب الساعة حول نقطة الأصل.

@MarymAlamer

الموضوع/ الدوران

تحصيلي

صورة النقطة $(4,3)$ بالدوران بزاوية $90°$ عكس عقارب الساعة حول نقطة الأصل

A $(-3,4)$

B $(-4,-3)$

C $(3,-4)$

D $(-3,-4)$

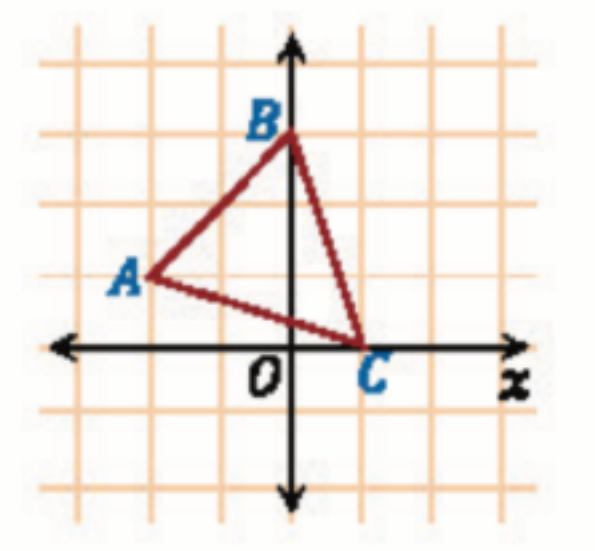
@MarymAlamer



اليوم/
التاريخ/

الموضوع/ الدوران

تحصيلي



ما الدوران حول نقطة الأصل الذي يُجرى على المثلث ABC الن
لينقل الرأس A إلى النقطة $(1,2)$ ؟

A $90°$

B $180°$

C $270°$

D $360°$

@MarymAlamer



اليوم/
التاريخ/

الموضوع/ الدوران

تحصيلي

صورة النقطة $(0,4)$ بالدوران بزاوية $270°$ حول نقطة الأصل

A $(0,4)$

B $(0,-4)$

C $(-4,0)$

D $(4,0)$

@MarymAlamer

تعلمنا في هذا الدرس:

رسم صورة تشكل بالدوران في المستوى

- مركز الدوران
- زاوية الدوران
- إتجاه الدوران

رسم صورة تشكل بالدوران حول نقطة الأصل في المستوى الاحداثي

- بزاوية 90°
- بزاوية 180°
- بزاوية 270°



الفصل السابع

التحويلات الهندسية والتماثل



7-6

تركيب التحويلات الهندسية

اللهم علمنا ما ينفعنا وانفعنا بما علمتنا وزدنا علما

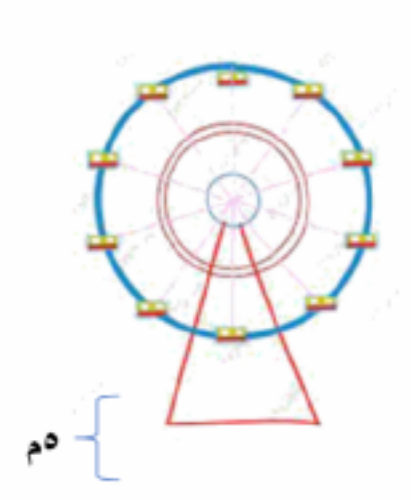
@MarymAlamer
مجموعة رفعة الرياضيات

اختبار بيزا

المجال : الهندسة و القياس

أثناء زيارة حنين لمدينة الألعاب أرادت تجربة لعبة العجلة الدوارة، عندما قرأت إرشادات اللعبة وجدت أن ارتفاعها عن الأرض 5م، ونصف قطر العجلة 60م، وتدور دورة كاملة في 2,5 دقيقة





المهارة : إيجاد طول القوس

ركبت حنين لعبة العجلة من مكان الصعود في الأسفل، إذا تحرك الغرفة الخاصة بها بزاوية 90°من سطح الأرض، فكم المسافة التي قطعتها حنين

أ	تقريبًا ٤٠ م	ب	تقريبًا ٥٠ م	ج	تقريبًا ٦٣ م	د	تقريبًا ٨٠ م

المهارة : حساب الزمن المنقضي

إذا دارت اللعبة ثلاث دورات وربع فكم الزمن الذي استغرقته حنين في اللعبة ؟

أ	٤٧٨.٥ ثانية	ب	٤٨٧.٥ ثانية	ج	٤٩٠.٥ ثانية	د	٥٠٠ ثانية



اليوم/

التاريخ/

الموضوع/ تركيب التحويلات الهندسية

ماذا أعرف ؟	ماذا أريد أن أعرف ؟	ماذا تعلمت ؟
.....	.....	.....
.....	.....	.....
.....	.....	.....

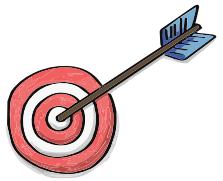
اليوم/
التاريخ/

الموضوع/ تركيب التحويلات الهندسية



فيما سبق تعلمنا

رسم صورة شكل هندسي ناتجة عن انعكاس و ازاحة ودوران



أهداف الدرس

- ارسم صورة شكل هندسي ناتجة عن تركيب تحويلين هندسيين أحدهما هو الانعكاس.
- ارسم صورة شكل هندسي ناتجة عن تركيب انعكاسين حول مستقيمين متواريين وحول مستقيمين متقاطعين.



المفردات

- التحويل الهندسي المركب
- تركيب إزاحة انعكاس

اليوم/
التاريخ/

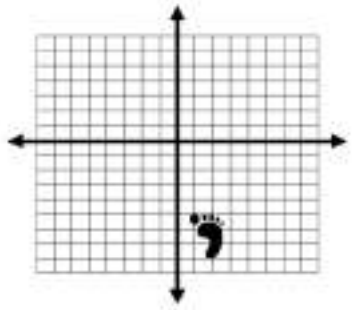
الموضوع/ تركيب التحويلات الهندسية

لماذا؟

يوضح نمط آثار الأقدام على رمال الشاطئ في الصورة المجاورة إجراء تحويلين هندسيين مختلفين هما الإزاحة والانعكاس.



تركيب التحويلات الهندسية



1. لماذا لا يمكن اعتبار اثار الأقدام أنها تحويل هندسي واحد هو الازاحة ؟

2. صف تركيب التحويلين الهندسيين اللذين ينتجان نمط آثار الأقدام ؟

3. اذكر نمطاً آخر يمكن أن ينتج عن التركيب التحويلين الهندسيين نفسيهما ؟

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توزيع

التحويل الهندسي المركب

هو التحويل الهندسي الذي ينقل الشكل الأصلي إلى الصورة النهائية عن إجراء تحويل هندسي علي شكل ما ثم إجراء تحويل هندسي آخر على صورته

@MarymAlamer



اليوم/
التاريخ/

الموضوع/ تركيب التحويلات الهندسية



مفهوم أساسي

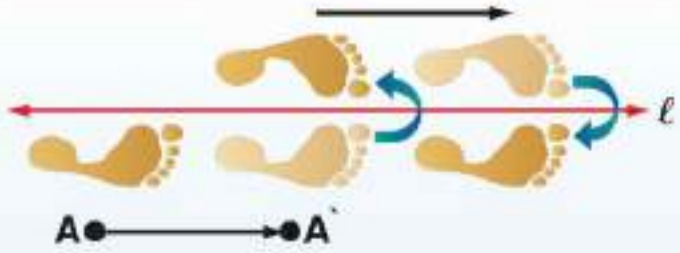
أضف إلى مطويتك

تركيب إزاحة انعكاس

تركيب إزاحة انعكاس هو تحويل هندسي مركب ينتج عن إزاحة يليها انعكاس في خطٍّ مستقيمٍ مواز لخط اتجاه الإزاحة.

مثالٌ:

تركيب إزاحة انعكاس المجاور هو تحويل هندسي مركب ينقل الشكل في اتجاه الإزاحة التي تنقل النقطة A إلى النقطة A′ مع انعكاسٍ حول المستقيم ℓ.



إرشادات للدراسة

تمييز التحويلات الهندسية:

يستخدم السهم ← للدلالة على الانسحاب، بينما يستخدم السهم ↩ للدلالة على الانعكاس.

أما صورة الصورة فستكون باللون البنيّ.

الموضوع/ تركيب التحويلات الهندسية

المناقشة النشطة



مثال 1 صفحة 81 تمثيل تركيب الإزاحة والانعكاس بيانياً

إحداثيات رؤوس المثلث JKL هي: $J(6, -1), K(10, -2), L(5, -3)$، مثِّل بيانيًّا $\triangle JKL$ وصورته الناتجة عن إزاحةٍ مقدارها 4 وحداتٍ إلى أعلى ثم انعكاس حول المحور y.

الخطوة 1: الإزاحة 4 وحدات إلى أعلى

$(x, y) \rightarrow (x, y+4)$

$J(6, -1) \rightarrow J'(6, 3)$

$K(10, -2) \rightarrow K'(10, 2)$

$L(5, -3) \rightarrow L'(5, 1)$

الخطوة 2: الانعكاس حول المحور y

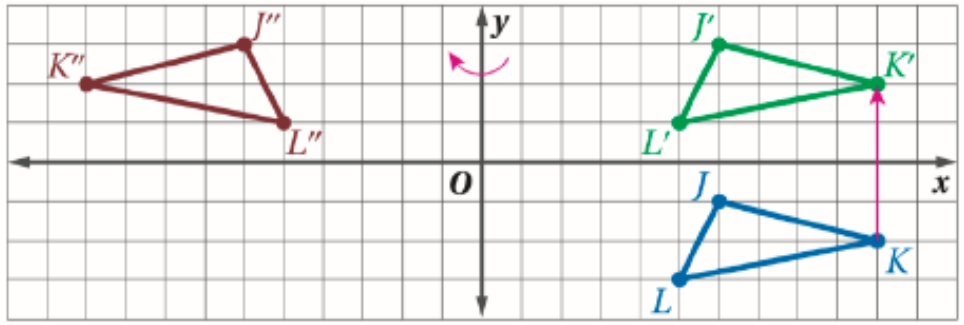
$(x, y) \rightarrow (-x, y)$

$J'(6, 3) \rightarrow J''(-6, 3)$

$K'(10, 2) \rightarrow K''(-10, 2)$

$L'(5, 1) \rightarrow L''(-5, 1)$

الخطوة 3: مثِّل بيانيًّا $\triangle JKL$ وصورته $\triangle J''K''L''$.



@MarymAlamer



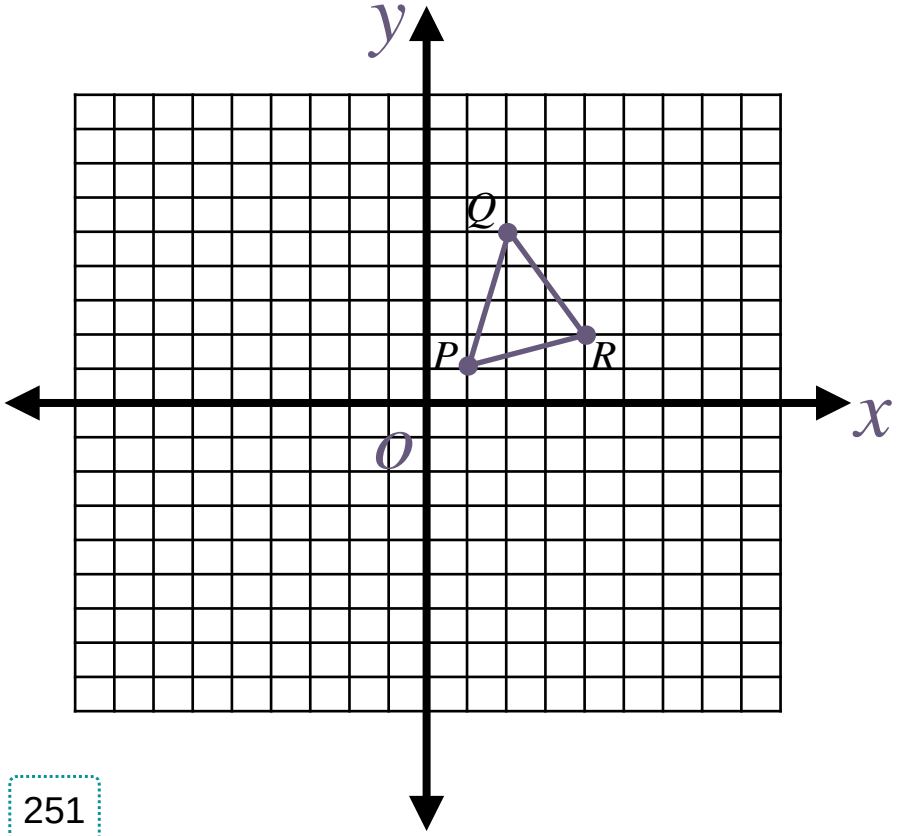
اليوم/
التاريخ/

الموضوع/ تركيب التحويلات الهندسية

تحقق من فهمك 1 صفحة 82

إحداثيات رؤوس المثلث PQR هي: $P(1, 1), Q(2, 5), R(4, 2)$، مثِّل بيانيًّا $\triangle PQR$ وصورته الناتجة عن التحويل الهندسي المركب المحدّد في كلٍّ من السؤالين الآتيين:

1A) إزاحة مقدارها وحدتين إلى اليسار، ثم انعكاس حول المحور x.



$P(1, 1) \longrightarrow$

$Q(2, 5) \longrightarrow$

$R(4, 2) \longrightarrow$

مجموعة رفعة الرياضيات
@MarymAlamer



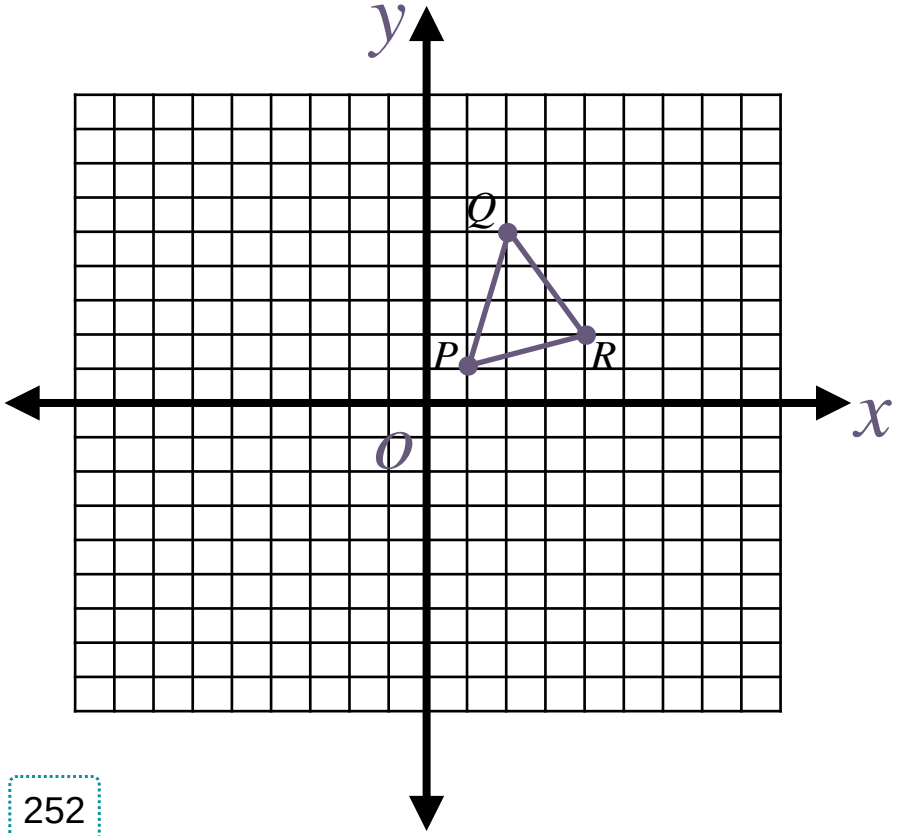
اليوم/
التاريخ/

الموضوع/ تركيب التحويلات الهندسية

تحقق من فهمك 1 صفحة 82

إحداثيات رؤوس المثلث PQR هي: $P(1, 1), Q(2, 5), R(4, 2)$ ، مثِّل بيانيًّا $\triangle PQR$ وصورته الناتجة عن التحويل الهندسي المركب المحدّد في كلٍّ من السؤالين الآتيين:

1B) إزاحة مقدارها 3 وحدات إلى أسفل
و3 وحدات إلى اليسار، ثم
انعكاس حول المستقيم $y = x$.



$P(1, 1)$ ⟶

$Q(2, 5)$ ⟶

$R(4, 2)$ ⟶

@MarymAlamer



اليوم/
التاريخ/

الموضوع/ تركيب التحويلات الهندسية

في المثال 1 تلاحظ أنّ: $\triangle JKL \cong \triangle J'K'L'$، و كذلك: $\triangle J'K'L' \cong \triangle J''K''L''$ ، وبحسب خاصية التعدي للتطابق فإن: $\triangle JKL \cong \triangle J''K''L''$. وهذا يقود إلى النظرية الآتية:

تركيب تحويلات التطابق

تركيب تحويلي تطابق أو أكثر هو تحويل تطابق أيضاً

ارشادات الدراسة

تحويلات التطابق:
إنّ الانعكاس والإزاحة والدوران والتحويلات المركبة منها، هي تحويلات تطابق أيضًا.

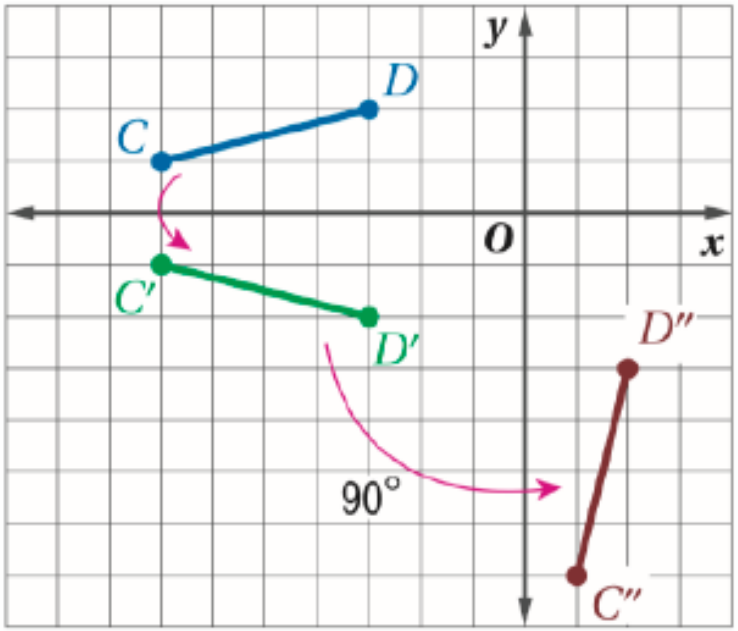
قراءة الرياضيات

الشرطتان:
تستعمل الشرطتان للدلالة على أن هذا الرأس صورة ناتجة من تحويل هندسي ثان.



مثال 2 صفحة 82 تمثيل تركيب تحويلي تطابق بيانياً

إحداثيات طرفَي $\overline{CD}$ هما $C(-7, 1), D(-3, 2)$، مثِّل بيانيًّا $\overline{CD}$ وصورتها الناتجة عن انعكاس حول المحور x ثم دوران بزاوية $90°$ حول نقطة الأصل.



الخطوة 1: الانعكاس حول المحور x

$$(x, y) \rightarrow (x, -y)$$
$$C(-7, 1) \rightarrow C'(-7, -1)$$
$$D(-3, 2) \rightarrow D'(-3, -2)$$

الخطوة 2: الدوران حول نقطة الأصل بزاوية $90°$

$$(x, y) \rightarrow (-y, x)$$
$$C'(-7, -1) \rightarrow C''(1, -7)$$
$$D'(-3, -2) \rightarrow D''(2, -3)$$



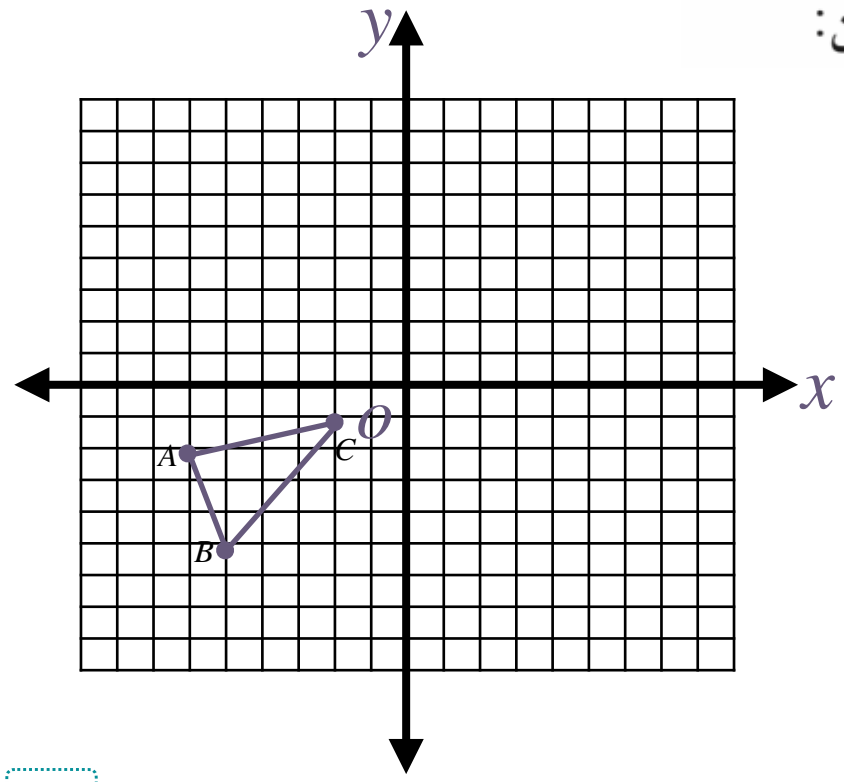
اليوم/
التاريخ/

الموضوع/ تركيب التحويلات الهندسية

تحقق من فهمك 2 صفحة 82

إحداثيات رؤوس المثلث ABC هي: $A(-6, -2), B(-5, -5), C(-2, -1)$، مثّل بيانيًّا $\triangle ABC$ وصورته الناتجة عن تركيب التحويلين الهندسيين بالترتيب المحدّد في كلٍّ من السؤالين الآتيين:

2B) دوران بزاوية $180°$ حول نقطة الأصل ثم إزاحة مقدارها وحدتين إلى اليسار و4 وحدات إلى أعلى.



$A(-6, -2)$ ⟶

$B(-5, -5)$ ⟶

$C(-2, -1)$ ⟶

مجموعة رفعة الرياضيات
@MarymAlamer

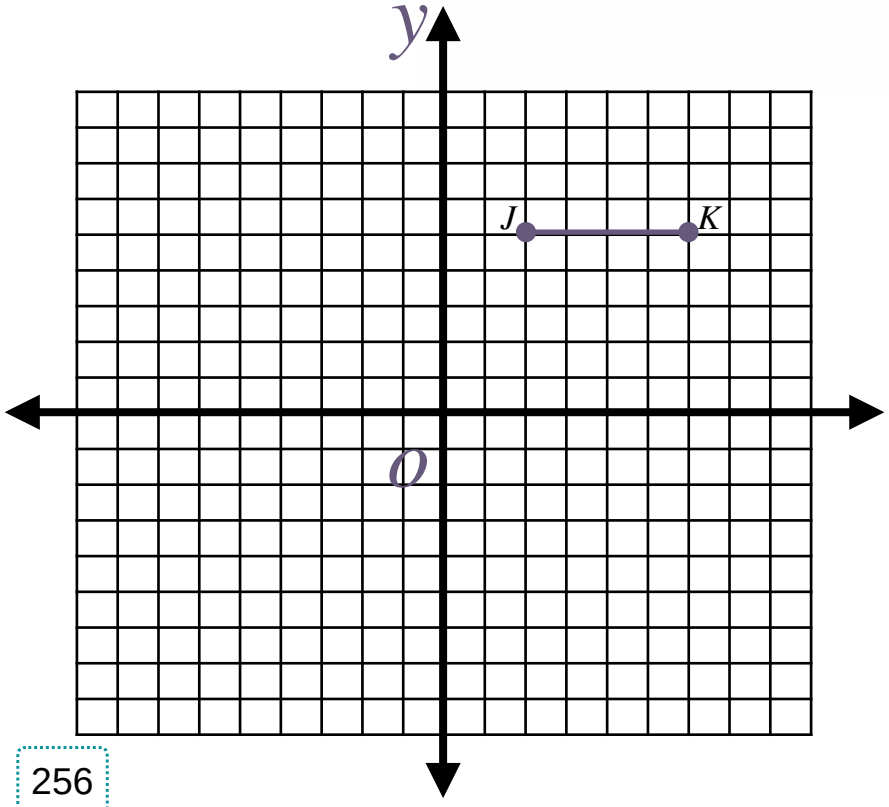
الموضوع/ تركيب التحويلات الهندسية



السبورات البيضاء

تأكد صفحة 85

3) إحداثيات طرفَي $\overline{JK}$ هما $J(2, 5), K(6, 5)$، مثِّل بيانيًّا $\overline{JK}$ وصورتها الناتجة عن انعكاس حول المحور x، ثم دوران بزاوية $90°$ حول نقطة الأصل.



$J(2, 5)$ ⟶ .....

$K(6, 5)$ ⟶ .....

@MarymAlamer



اليوم/
التاريخ/

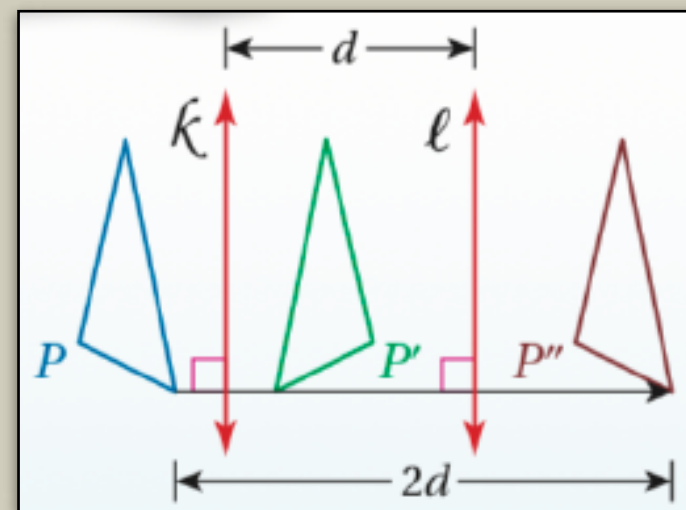
الموضوع/ تركيب التحويلات الهندسية

GeoGebra

تركيب انعكاسين حول مستقيمين متوازيين

يمكن وصف تركيب انعكاسين حول مستقيمين متوازيين بأنه إزاحة، ويكون:

- اتجاهها عموديًا على كلٍّ من المستقيمين.
- مقدارها يساوي ضعف المسافة بين المستقيمين المتوازيين.



@MarymAlamer



اليوم/
التاريخ/

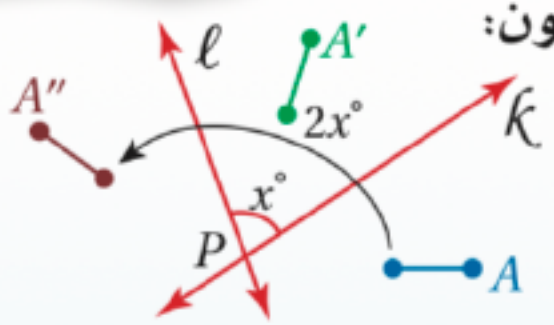
الموضوع/ تركيب التحويلات الهندسية

GeoGebra

تركيب انعكاسين حول مستقيمين متقاطعين

يمكن وصف تركيب انعكاسين حول مستقيمين متقاطعين بأنه دوران، ويكون:

- مركزه هو نقطة تقاطع المستقيمين.
- قياس زاويته يساوي ضعف قياس الزاوية التي يشكّلها تقاطع هذين المستقيمين.



@MarymAlamer

اليوم/
التاريخ/

الموضوع/ تركيب التحويلات الهندسية

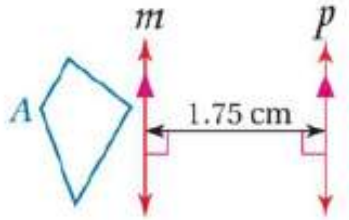
المناقشة النشطة



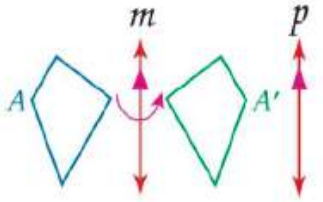
مثال 3 صفحة 83 رسم الصورة الناتجة عن انعكاسين حول مستقيمين

ارسم صورة الشكل A الناتجة عن انعكاسٍ حول المستقيم m ثم حول المستقيم p ، ثم صف تحويلًا هندسيًّا واحدًا ينقل A إلى A'' في كلٍّ ممَّا يأتي:

(a

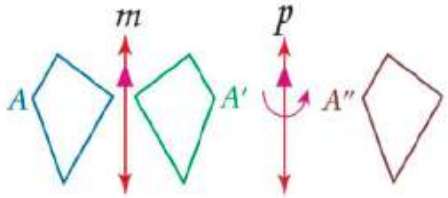


الخطوة 1: ارسم صورة الشكل A الناتجة عن انعكاسٍ حول المستقيم m .

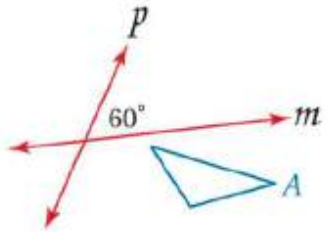


بناءً على النظرية 3.2، فإن تركيب هذين الانعكاسين حول المستقيمين المتوازيين m, p يكافئ إزاحةً أفقيةً إلى اليمين مقدارها $2 \times 1.75 = 3.5$ cm

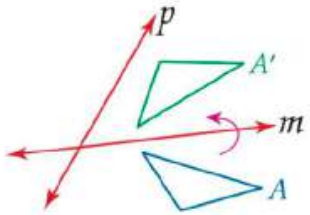
الخطوة 2: ارسم صورة الشكل A' الناتجة عن انعكاسٍ حول المستقيم p .



(b

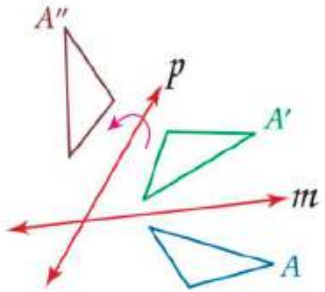


الخطوة 1:



بناءً على النظرية 7.3، فإن تركيب هذين الانعكاسين حول المستقيمين المتقاطعين m, p يكافئ دورانًا بزاوية تساوي $2 \times 60°$ أي $120°$ عكس اتجاه حركة عقارب الساعة حول نقطة تقاطع المستقيمين m, p

الخطوة 2:

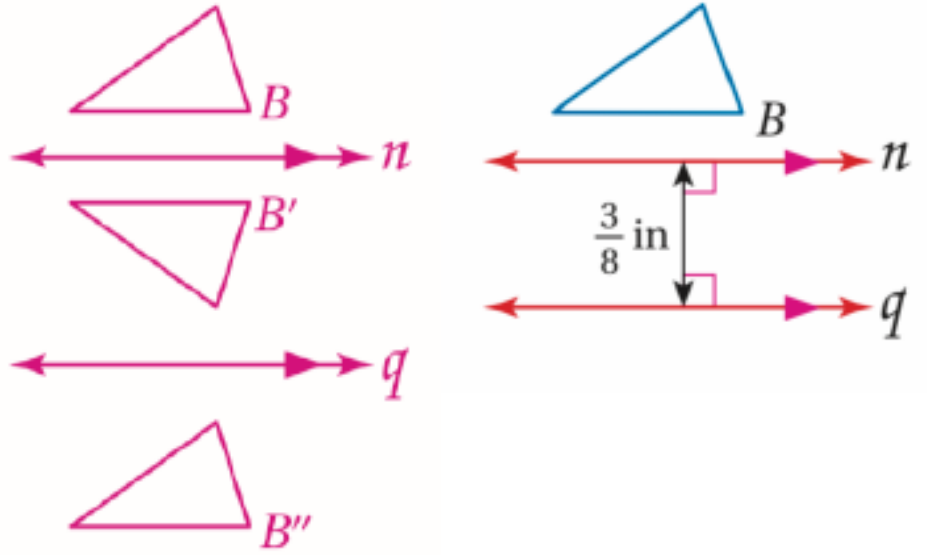


الموضوع/ تركيب التحويلات الهندسية

تحقق من فهمك 3 صفحة 84

ارسم صورة الشكل B الناتجة عن انعكاس حول المستقيم n ثم حول المستقيم q، ثم صِفْ تحويلًا هندسيًّا واحدًا ينقل B إلى B'' .

(3A

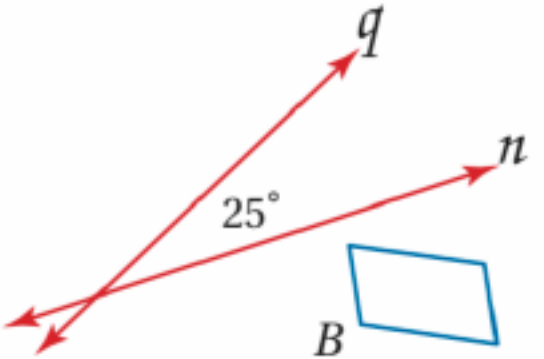


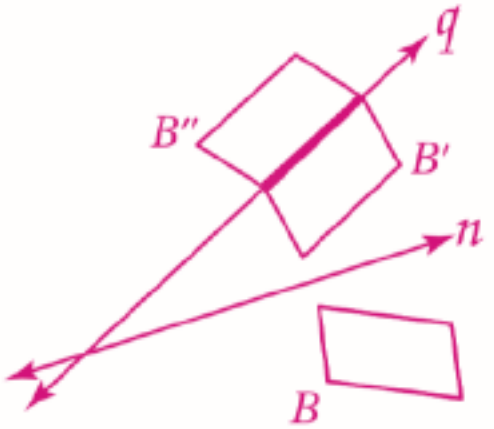
@MarymAlamer

الموضوع/ تركيب التحويلات الهندسية

تحقق من فهمك 3 صفحة 84

(3B ارسم صورة الشكل B الناتجة عن انعكاس حول المستقيم n ثم حول المستقيم q، ثم صِفْ تحويلًا هندسيًّا واحدًا ينقل B إلى B'' .





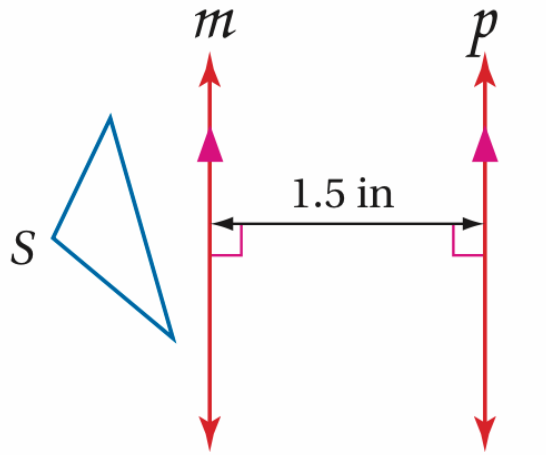
@MarymAlamer



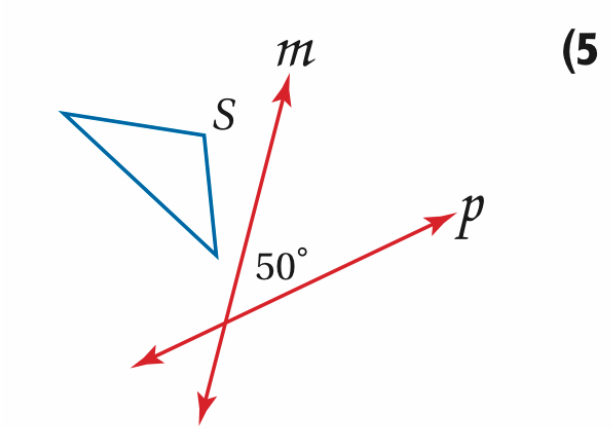
تأكد صفحة 85

ارسم صورة الشكل S الناتجة عن انعكاسٍ حول المستقيم m ثم حول المستقيم p، ثم صِفْ تحويلًا هندسيًّا واحدًا ينقل S إلى S''.

4)



5)



الموضوع/ تركيب التحويلات الهندسية

المناقشة النشطة



مثال ٦ صفحة ٨٦ وصف التحويلات الهندسية

أنماط: صِفْ تحويلًا هندسيًّا مركبًا، يمكن استعماله لتكوين النمط في كلٍّ ممَّا يأتي:

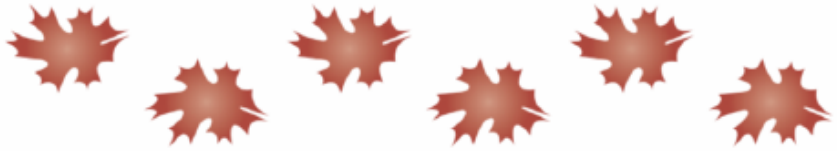
(a



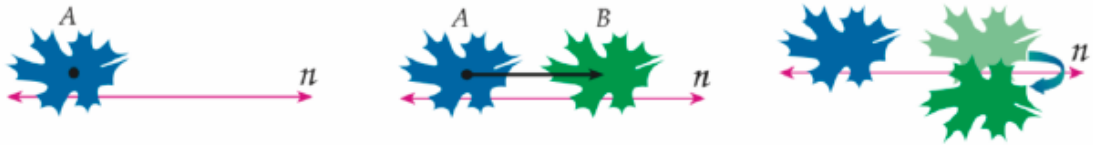
يمكن تكوين هذا النمط بتركيب انعكاس وإزاحة الشكلين المتقابلين (وحدة النمط)، بتركيب انعكاس حول المستقيم m، ثم إزاحة إلى اليمين موازية للمستقيم m كما في الشكل أدناه. لاحظ أن المستقيم m يمرُّ في منتصف الشكل الأصلي (وحدة النمط).



(b



تمَّ تكوين هذا النمط بتركيب إزاحة وانعكاس؛ أي أنه يمكن تكوينه بتركيب إزاحة إلى اليمين موازية للمستقيم n تنقل A إلى B متبوعةً بانعكاسٍ حول المستقيم n كما في الشكل الآتي.



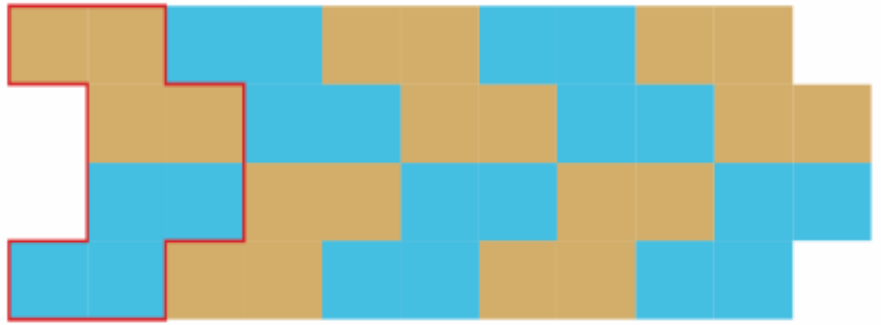
@MarymAlamer
مجموعة رفعة الرياضيات

الموضوع/ تركيب التحويلات الهندسية

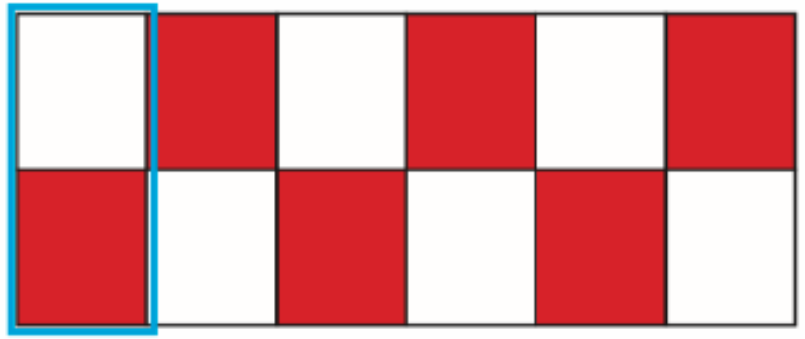
تحقق من فهمك ٦ صفحة ٨٤

4) **سجاد:** صِفْ تحويلًا هندسيًّا مركبًا يمكن استعماله لتكوين النمط في كل مِّمَّا يأتي:

(A



(B



.....

.....

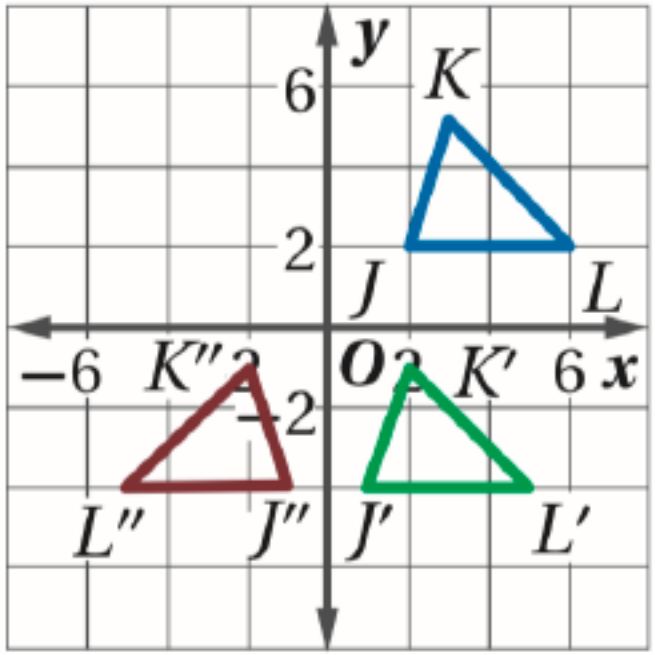
.....

.....

@MarymAlamer

صِفِ التحويل الهندسي المركب الذي ينقل الشكل الأزرق إلى البني في كلٍّ من السؤالين الآتيين:

(24



@MarymAlamer

تدرب على اختبار صفحة 88

تحصيلي

33) ما صورة النقطة $A(4, 1)$ الناتجة عن انعكاس حول المستقيم $y = x$ ؟

A $(1, -4)$

B $(1, 4)$

C $(-1, 4)$

D $(-1, -4)$

تدرب على اختبار صفحة 88

تحصيلي

34) **إجابة قصيرة:** إحداثيات طرفَي $\overline{CD}$ هما $C(2, 4)$ و $D(8, 7)$، إذا أُزيحت هذه القطعة المستقيمة بمقدار 6 وحدات إلى اليسار ووحدتين إلى أعلى، ثم عكست الصورة حول المحور y، فما إحداثيات D''؟

@MarymAlamer

الموضوع/ تركيب التحويلات الهندسية

تحصيلي

عُكس مثلث حول مستقيمين أفقيين متوازيين المسافة بينهما $4\,cm$، أيٌّ ممّا يأتي يُعدّ أفضل وصف للتحويل الهندسي الناتج؟

A	إزاحة بمقدار $8\,cm$ إلى اليمين	**B**	إزاحة بمقدار $4\,cm$ إلى اليمين	**C**	إزاحة بمقدار $8\,cm$ إلى أعلى	**D**	إزاحة بمقدار $4\,cm$ إلى أعلى

@MarymAlamer

اليوم/
التاريخ/

الموضوع/ تركيب التحويلات الهندسية

تعلمنا في هذا الدرس:



تمثيل تركيبي تحويل تطابق بيانياً

- تركيب تحويلي تطابق أو أكثر هو تحويل تطابق أيضاً



تركيب انعكاسين حول مستقيمين

متوازيين

يكافئ إزاحة اتجاها عمودي على المستقيم
ومقدارها ضعف المسافة بينهما

متقاطعين

يكافئ دوران مركزه نقطة تقاطعهما و زاويته
ضعف الزاوية المتكونة من تقاطعهما



الفصل السابع

التحويلات الهندسية والتماثل



7-5

التماثل



اليوم/

التاريخ/

الموضوع/ التماثل

اللهم علمنا ما ينفعنا وانفعنا بما علمتنا وزدنا علما

@MarymAlamer

مجموعة رفعة الرياضيات

تعزيز المهارات

درجة الحرارة أثناء الطيران : القاعدة العامة التي يستخدمها الطيارون هي لكل 1000 قدم من الارتفاع تنخفض درجة الحرارة بمقدار 3,5 فهرنهايت إذا كانت درجة الحرارة عند مستوى سطح البحر 78 فهرنهايت



المهارة : إيجاد درجة الحرارة بالفهرنهايت

كم ستكون درجة الحرارة عند ارتفاع ٣٣٠٠٠ قدم ؟

أ	٣٧,٥	ب	٣٧,٥-	ج	١١٥,٥	د	١١٥,٥-

المهارة : التحويل بين درجة الحرارة من فهرنهايت إلى السلسيوس.

إذا كانت درجة الحرارة السلسيوس =[درجة الحرارة بالفهرنهايت -٣٢] ÷ ١,٨

فكم تساوي درجة الحرارة عند ارتفاع ٣٣٠٠٠ قدم بالدرجة السيليزية ؟

أ	٣,١	ب	٣٨,٦-	ج	٤٦,٤	د	٨١,٩-

المهارة : تحديد العلاقة بين متغيرين

العلاقة بين درجات الحرارة وارتفاع الطائرة ؟

أ	طردية	ب	عكسية	ج	لا يوجد علاقة	د	

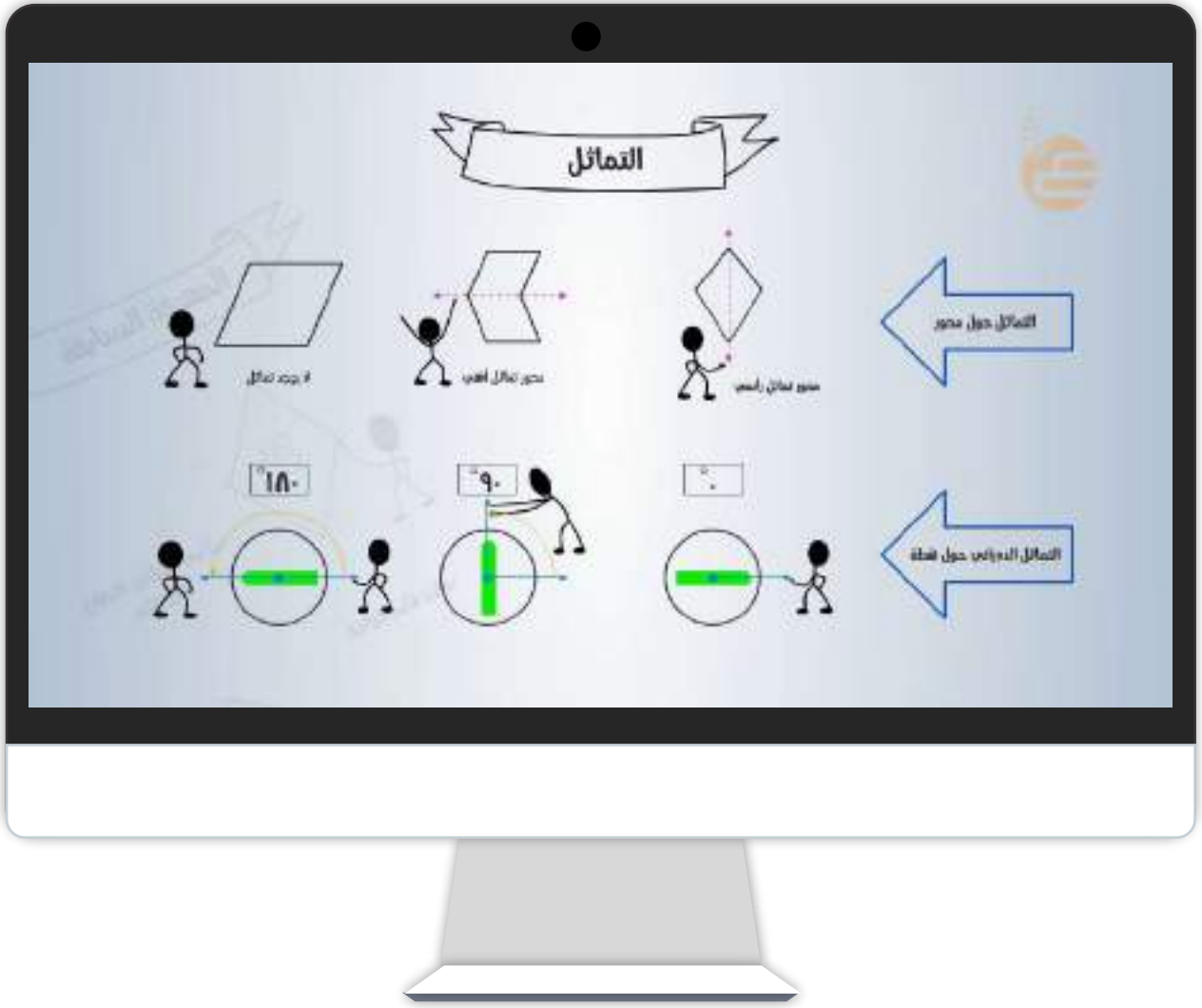
اليوم/
التاريخ/

الموضوع/ التماثل

شاهد - دون - شارك



تشويقة



@MarymAlamer



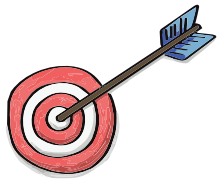
اليوم/
التاريخ/

الموضوع/ التماثل



فيما سبق تعلمنا

رسم الصورة الناتجة عن الانعكاس والدوران



أهداف الدرس

- أحدد محاور التماثل و التماثل الدوراني للأشكال الثنائية الأبعاد.
- أحدد مستويات التماثل و التماثل الدوراني للأشكال الثلاثية الأبعاد



المفردات

- التماثل
- التماثل حول محور
- محور التماثل
- التماثل الدوراني
- مركز التماثل
- رتبة التماثل
- مقدار التماثل
- التماثل حول مستوى

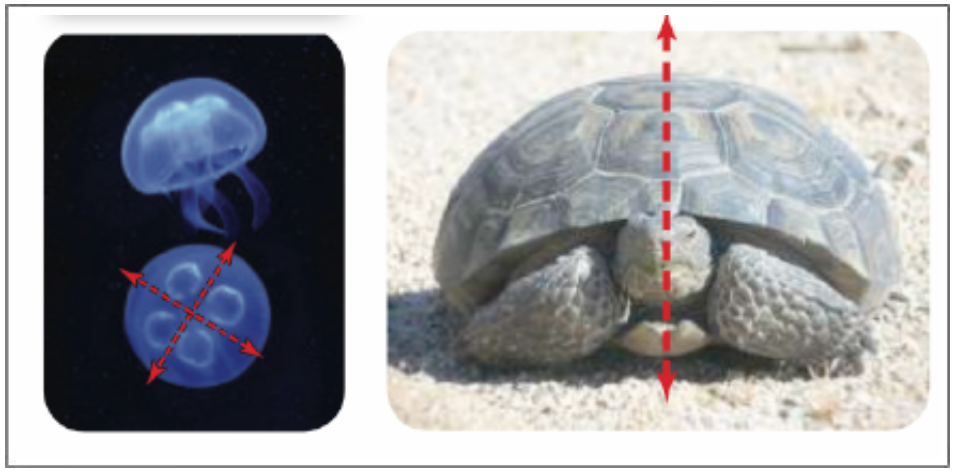




اليوم/
التاريخ/

الموضوع/ التماثل

لماذا؟



صورة السلحفاة المجاورة توضح تماثلًا لجزأي جسمها الأيمن والأيسر، حيث يُعد التماثل خاصيةً يمكن أن نصف بها العديد من الأشياء، مثل الأشكال الهندسية والمعادلات الرياضية وغيرها. فالمخلوقات التي تبدو صور أجسامها متماثلة حول مستقيم تظهر أنماط عيش أكثر تعقيدًا من المخلوقات ذاتً الأجسام المتماثلة دورانيًّا مثل قنديل البحر.

1 اذا كانت السلحفاة متماثلة حول محور فاطقصود بالتماثل حول محور؟

2 أعطي أمثلة لكائنات أخرى متماثلة حول محور؟

الموضوع/ التماثل

التماثل في الأشكال ثنائية الأبعاد

يكون الشكل متماثلاً إذا وجد انعكاس أو إزاحة أو دوران أو تركيب إزاحة و انعكاس ينتج عنه صورة منطبقة على الشكل نفسه



التماثل حول محور

يكون الشكل الثنائي الأبعاد **متماثلًا حول محور**، إذا كانت صورته الناتجة عن انعكاسٍ حول مستقيمٍ ما هي الشكل نفسه، ويسمى هذا المستقيم **محور تماثلٍ**.



الموضوع/ التماثل

ما نوع التماثل في جسم الإنسان؟

قال الله تعالى (وفي أنفسكم أفلا تبصرون)



التشق الأيمن في الإنسان يماثل التشق الأيسر وهذا التماثل يضفي جمالاً على التشكل كما أنه يجعل الجسم يؤدي وظائفه باتزان



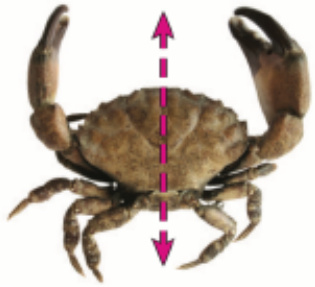
مثال 1 صفحة ٩٦ تعيين محاور التماثل

مخلوقات بحرية : بيِّن ما إذا كان يبدو لصورة المخلوق البحري محور تماثلٍ أم لا. وإذا كان كذلك، فارسم محاور التماثل جميعها، وحدّد عددها في كلٍّ ممَّا يأتي:

(a



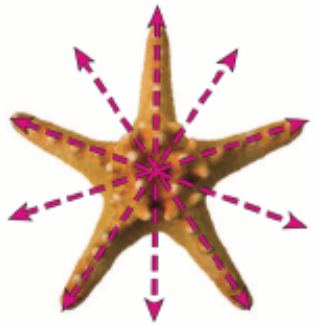
نعم، لصورة هذا المخلوق محور تماثل واحد .



(b



نعم؛ لصورة هذا المخلوق 5 محاور تماثل .



(c



لا؛ لا يوجد لصورة هذا المخلوق محاور تماثل .

مجموعة رفعة الرياضيات
@MarymAlamer



اليوم/
التاريخ/

الموضوع/ التماثل

تحقق من فهمك 1 صفحة ٩٦

بيِّن ما إذا كان للشكل محور تماثل أم لا، وإذا كان كذلك فارسم محاور التماثل جميعها، وحدّد عددها في كلٍّ ممَّا يأتي:

(1A



(1B



(1C





اليوم/
التاريخ/

الموضوع/ التماثل

تأكد صفحة 97

بيِّن ما إذا كان للشكل محور تماثل أم لا، وإذا كان كذلك، فارسم محاور التماثل جميعها، وحدّد عددها في كلٍّ مما يأتي:

1)



2)



3)



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

الموضوع/ التماثل



صمم شعار رؤية المملكة العربية السعودية 2030 كما في الشكل أعلاه ،

كم عدد محاور التماثل في الشكل الهندسي في الشعار؟



الموضوع/ التماثل

التماثل الدوراني

عرض بصري



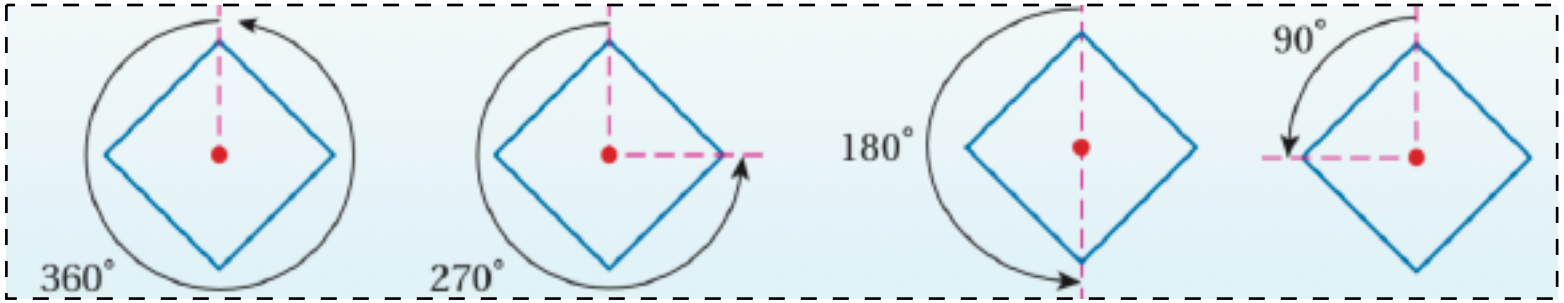
الموضوع/ التماثل

GeoGebra

التماثل الدوراني في الأشكال ثنائية الأبعاد

يكون للشكل ثنائي الأبعاد تماثل دوراني أو (تماثل نصف قطري) اذا كانت صورته الناتجة عن دوران بين 0° و 360° حول مركزه الشكل نفسه ويسمى مركز الدوران في هذه الحالة مركز التماثل (أو نقطة التماثل)

مثال

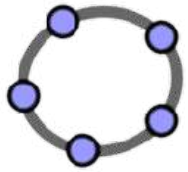




اليوم/

التاريخ/

الموضوع/ التماثل



مركز التماثل هو مركز دوران الشكل الذي له تماثل دوراني

رتبة التماثل عدد المرات التي تنطبق فيها صورة الشكل على نفسه في أثناء دورانه من 0° إلى 360°

مقدار التماثل قياس أصغر زاوية يدورها الشكل الذي له تماثل دوراني حتى ينطبق على نفسه

$$\text{مقدار التماثل} = \frac{360^\circ}{\text{رتبة التماثل}}$$

الموضوع/ التماثل

المناقشة النشطة



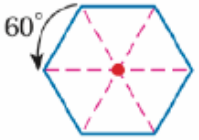
مثال 2 صفحة 95 تعيين التماثل الدوراني

بيِّن ما إذا كان للشكل تماثل دوراني أم لا، وإذا كان كذلك، فعيّن مركز التماثل، وحدد رتبته ومقداره في كلٍّ ممّا يأتي:

(a



نعم؛ للسداسي المنتظم تماثل دوراني.
مركز التماثل هو نقطة تقاطع أقطاره.
رتبة التماثل = 6
مقدار التماثل =
$360° \div 6 = 60°$



(b

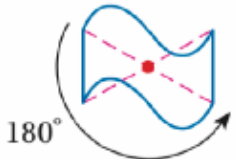


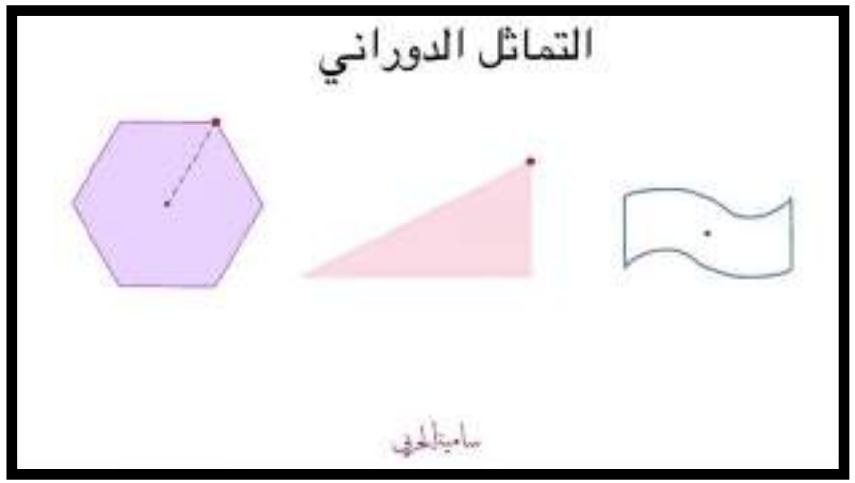
لا؛ لا يوجد دوران بزاوية بين $0°$ و $360°$ تنطبق فيه صورة المثلث القائم الزاوية على نفسه.

(c



نعم؛ لهذا الشكل تماثل دوراني.
مركز التماثل هو نقطة تقاطع قطريه.
رتبة التماثل =2
مقدار التماثل =
$360° \div 2 = 180°$





@MarymAlamer

الموضوع/ التماثل

GeoGebra

تحقق من فهمك 2 صفحة 95

أزهار: بيِّن ما إذا كان يبدو لصورة الزهرة تماثل دوراني أم لا، وإذا كان كذلك، فعيّن مركز التماثل، وحدّد رتبته ومقداره في كلٍّ ممَّا يأتي:

(2A



(2B



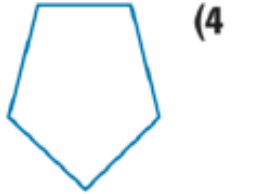


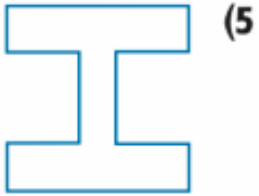
اليوم/
التاريخ/

الموضوع/ التماثل

تأكد صفحة 97

بيِّن ما إذا كان للشكل تماثل دوراني أم لا، وإذا كان كذلك، فعيّن مركز التماثل، وحدد رتبته ومقداره في كلٍّ مما يأتي:

4) 

5) 

6) 

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

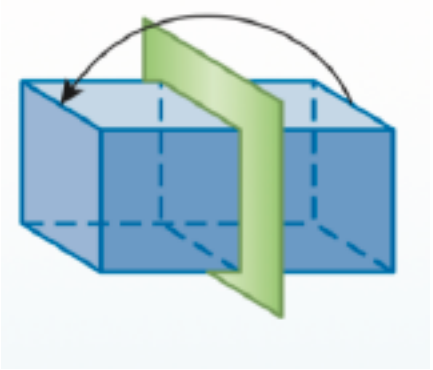
.....

.....

التماثل في الأشكال ثلاثية الأبعاد

التماثل حول مستوى

يكون الشكل الثلاثي الأبعاد متماثلاً حول مستوى إذا أمكن تقسيمه إلى شكلين متطابقين وفي هذه الحالة يسمى هذا المستوى مستوى التماثل



إرشادات للدراسة

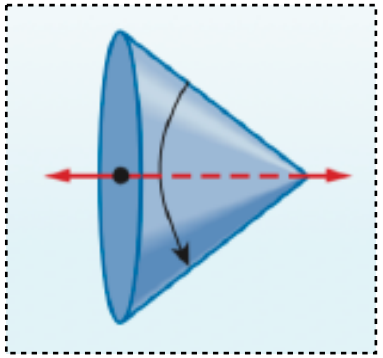
مستوى التماثل:
هو المستوى الذي يقسم الشكل إلى نصفين متطابقين تمامًا، بحيث يكون كلٌّ منهما صورة للآخر .

@MarymAlamer

التماثل في الأشكال ثلاثية الأبعاد

التماثل حول محور

يكون الشكل الثلاثي الأبعاد متماثلاً حول محور إذا أمكن تدويره حول هذا المحور بزاوية بين $0°$ و $360°$ ليصبح كما في وضعه الأصلي



الموضوع/ التماثل

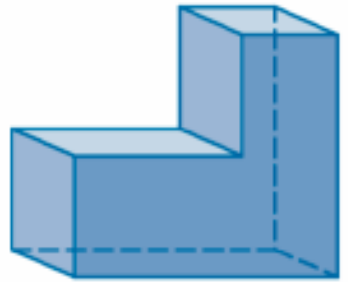
المناقشة النشطة



مثال 3 صفحة 96 التماثل في الأشكال ثلاثية الأبعاد

بيِّن ما إذا كان الشكل متماثلًا حول مستوى أو متماثلًا حول محور أو كلاهما أو غير ذلك في كلّ ممَّا يأتي

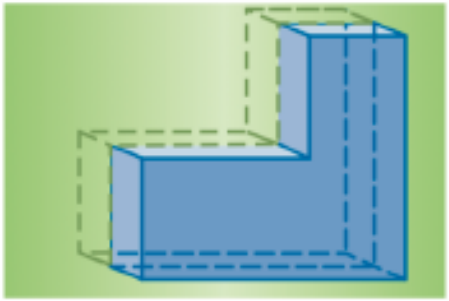
a) مجسَّم على شكل حرف L



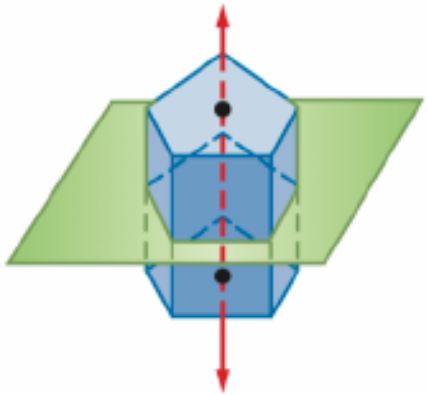
b) منشور خماسي منتظم



متماثل حول مستوى



متماثل حول مستوى، ومتماثل حول محور





مراجعة المفردات

المنشور: مجسم متعدد السطوح له قاعدتان متطابقتان وأوجهه على شكل متوازي أضلاع.

@MarymAlamer

اليوم/
التاريخ/

الموضوع/ التماثل

تحقق من فهمك 3 صفحة 96

بيِّن ما إذا كان الشكل متماثلًا حول مستوى، أو متماثلًا حول محور، أو كلاهما، أو غير ذلك في كلٍّ ممَّا يأتي:

(3A



(3B



(3C



(3D

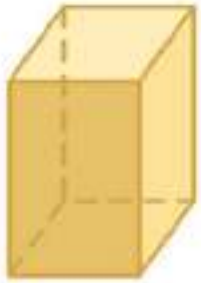




اليوم/
التاريخ/

الموضوع/ التماثل

تأكد صفحة 97



7) بيِّن ما إذا كان الشكل المجاور متماثلًا حول مستوى أو حول محور أو كلاهما أو غير ذلك.

.....

.....

.....



اليوم/
التاريخ/

الموضوع/ التماثل

مهارات التفكير العليا صفحة 99



الشكل A

36) **اكتشف الخطأ:** يقول جمال: إن للشكل A تماثلًا حول محور فقط، في حين يقول ناصر: إن للشكل A تماثلًا دورانيًّا فقط. فهل أيٌّ منهما على صواب؟ برر إجابتك.

.....

.....

.....

الموضوع/ التماثل

تدرب على اختبار صفحة 99

تحصيلي

40) إجابة قصيرة: ما عدد محاور التماثل التي يمكن رسمها في صورة علم مملكة البحرين؟



.....

.....

.....

الموضوع/ التماثل

تدرب على اختبار صفحة 99

تحصيلي

41) ما رتبة التماثل للشكل الآتي؟



.....

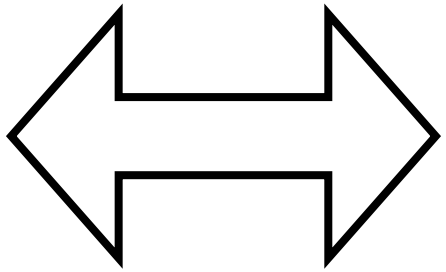
.....

.....

الموضوع/ التماثل

تحصيلي

عدد محاور التماثل للشكل المجاور ..



A) 0

B) 1

C) 2

D) 3

تحصيلي

ما رتبة التماثل الدوراني لمضلع منتظم مقدار تماثله الدوراني حول مركزه يساوي 36° ؟

A) 36

B) 12

C) 10

D) 8



الموضوع/ التماثل

تحصيلي

ما مقدار التماثل الدوراني للثماني المنتظم؟

A 72°

B 32°

C 45°

D 8°

@MarymAlamer

اليوم/
التاريخ/

الموضوع/ التماثل

تعلمنا في هذا الدرس:



التماثل في الاشكال ثنائية الأبعاد

- تماثل حول محور
- تماثل دوراني

مركز التماثل ، رتبة التماثل ،مقدار التماثل



التماثل في الأشكال ثلاثية الأبعاد

- تماثل حول مستوى
- تماثل حول محور



@MarymAlamer

الفصل السابع

التحويلات الهندسية والتماثل



7-6

التمدد



اليوم/

التاريخ/

الموضوع/ التمدد

اللهم علمنا ما ينفعنا وانفعنا بما علمتنا وزدنا علما

@MarymAlamer

مجموعة رفعة الرياضيات

تعزيز المهارات

المهارة: حل مسائل باستخدام الضرب مقدمة في سياق من واقع الحياة.

مصنع السيارات : إذا كان معدل الوقت اللازم لإنتاج سيارة واحدة في مصنع أمريكي هو ٢٤ ساعة بينما يزيد بمعدل ٨ ساعات لصناعة سيارة مشابهه في مصنع ياباني.

عمل المصنع الأمريكي على مدار الساعة ولستة أيام في الأسبوع، ويعمل المصنع الياباني ١٦ ساعة في اليوم على مدار الأسبوع.



كم عدد السيارات التي ينتجها المصنع الأمريكي خلال أربع أسابيع ؟							
أ	٨ سيارات	ب	١٦ سيارة	ج	٢٠ سيارة	د	٢٤ سيارة

@MarymAlamer

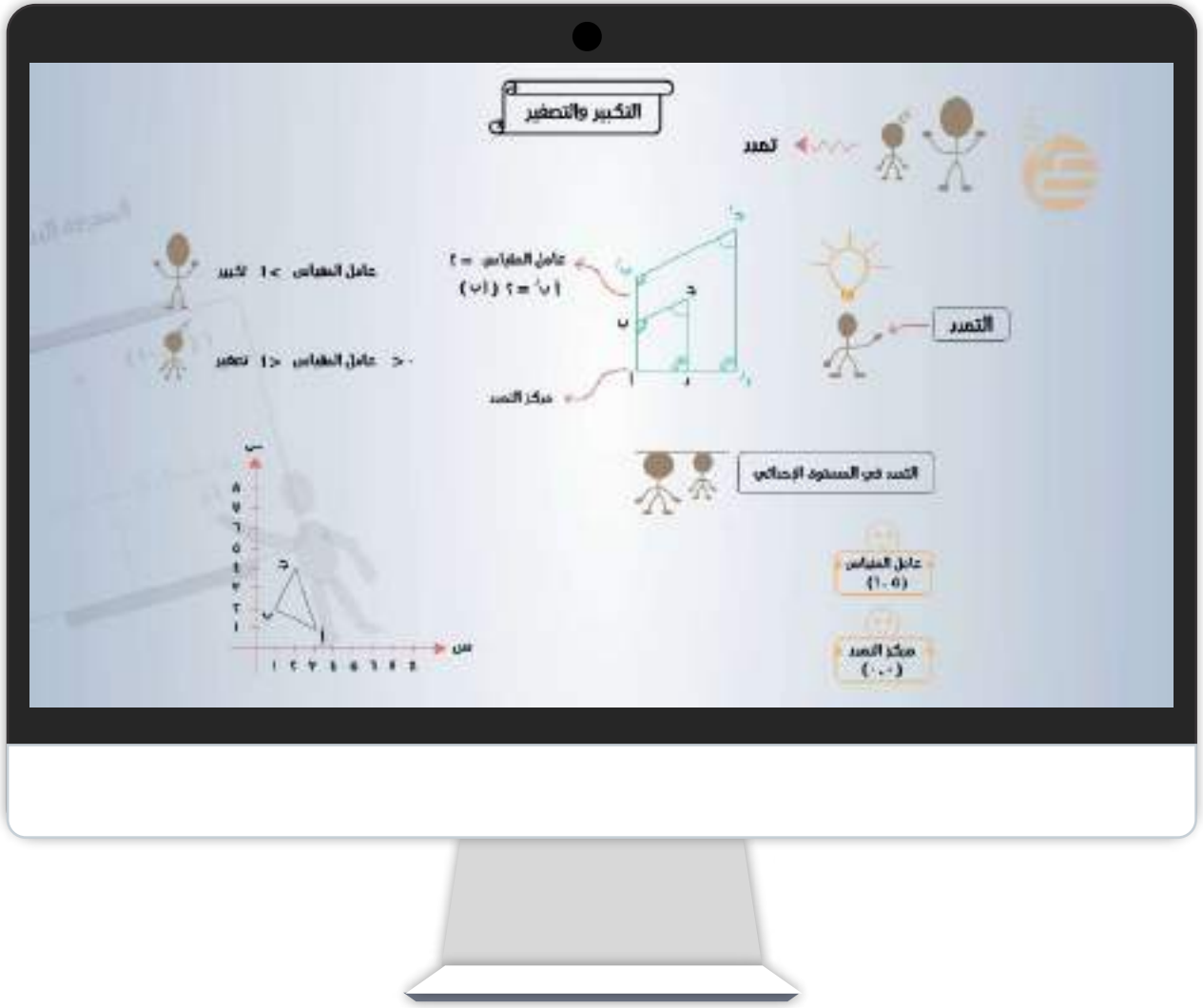
اليوم/

التاريخ/

الموضوع/ التمدد

شاهد - دون - شارك

تشويقة



مجموعة رفعة الرياضيات
@MarymAlamer

اليوم/
التاريخ/

الموضوع/ التمدد

فيما سبق تعلمنا

رسم الصورة الناتجة عن تكبير الشكل أو تصغيره

أهداف الدرس

- رسم الصورة الناتجة عن التمدد باستعمال المسطرة.
- رسم الصورة الناتجة عن تمدد في المستوى الاحداثي.

المفردات

- التمدد
- تحويل تشابه
- معامل مقياس
- التمدد



اليوم/
التاريخ/

الموضوع/ التمدد

لماذا؟

بينما يستعمل كثيرون آلات التصوير الرقمية، إلا أنه لا زال بعض المصوِّرين يفضلون استعمال الفيلم وآلات التصوير التقليدية لإنتاج مسودات الصور، ومن هذه المسودات يكوّن المصوِّرون صورًا بقياساتٍ مختلفةٍ.



1 ما العلاقة بين المسودة وصورة مكبرة أو مصغرة عنها؟

2 كيف نثبت أن الصورة مشابهة للمسودة ؟

اليوم/
التاريخ/

الموضوع/ التمدد

التمدد

هو تحويل هندسي يكبر الشكل أو يصغره بنسبه محددة.

معامل مقياس التمدد

هو نسبة أحد أطوال الصورة إلى الطول المناظر لها في الشكل الأصلي



هل يعد تحويل التمدد تحويل تطابق ؟ لماذا؟

ماذا يمكن أن يعد نوع تحويل التمدد ولماذا؟

الموضوع/ التمدد

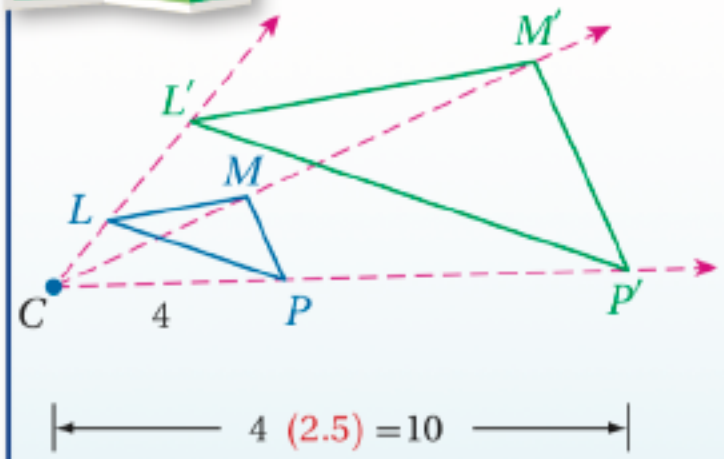
مفهوم أساسي

أضف إلى مطويتك

التمدد

التمدد الذي مركزه C ومعامله هو العدد الموجب k ، حيث $k \neq 1$ ، ينقل النقطة P في شكلٍ ما إلى صورتها P' ، بحيث:

- إذا انطبقت النقطة P على مركز التمدد C ، فإن صورتها هي النقطة P نفسها.
- إذا لم تنطبق النقطة P على مركز التمدد C ، فإن صورتها P' تقع على $\overrightarrow{CP}$ ، ويكون $CP' = k(CP)$.



$\triangle L'M'P'$ هو صورة $\triangle LMP$ الناتجة عن التمدد الذي مركزه C ومعامله 2.5

@MarymAlamer

الموضوع/ التمدد

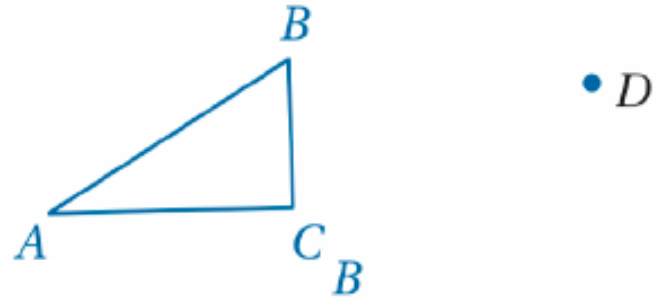
المناقشة النشطة



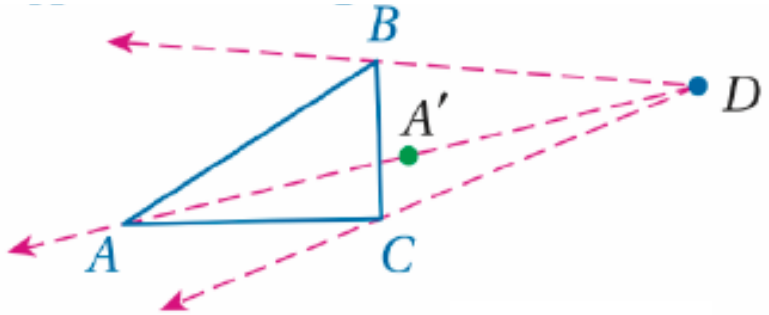
مثال 1 صفحة 100

رسم التمدد

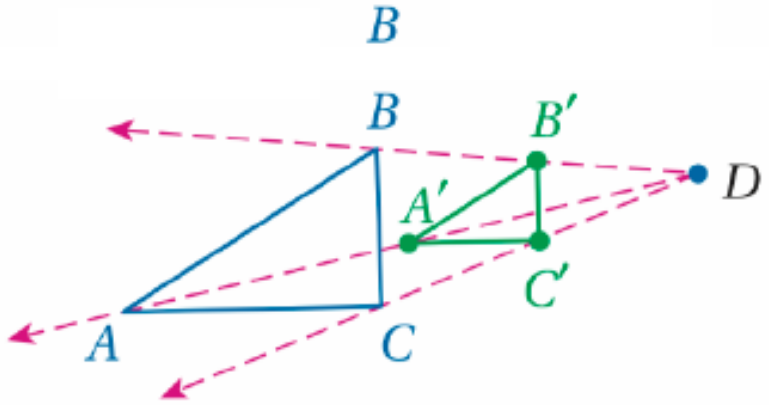
استعمل مسطرةً لرسم صورة $\triangle ABC$ الناتجة عن التمدد الذي مركزه النقطة D ، ومعامله $\frac{1}{2}$



الخطوة 1: ارسم من D أنصاف المستقيمات $\overrightarrow{DA}, \overrightarrow{DB}, \overrightarrow{DC}$.



الخطوة 2: عيّن A' على $\overrightarrow{DA}$ ، بحيث يكون $DA' = \frac{1}{2} DA$.



الخطوة 3: عيّن B' على $\overrightarrow{DB}$ و C' على $\overrightarrow{DC}$ بالطريقة نفسها ثم ارسم $\triangle A'B'C'$.

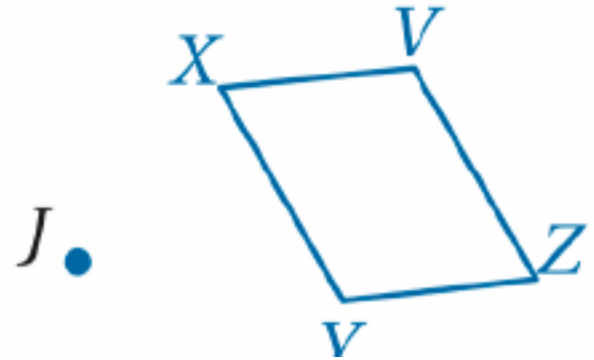
@MarymAlamer

الموضوع/ التمدد

GeoGebra

تحقق من فهمك 1 صفحة 100

استعمل مسطرةً لرسم صورة الشكل الناتجة عن التمدد الذي مركزه النقطة J، ومعامله العدد k المحدد في كلٍّ ممّا يأتي:



$k = \frac{3}{2}$ (1A

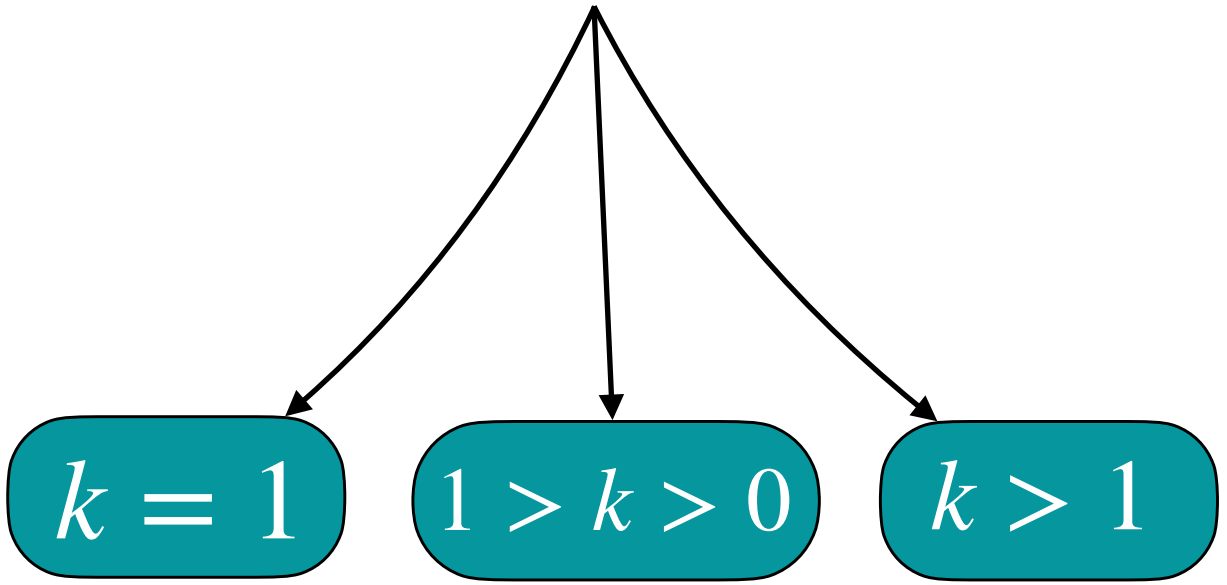
الموضوع/ التمدد

GeoGebra



ماذا لو كان معامل التمدد سالب؟

معامل التمدد



الموضوع/ التمدد

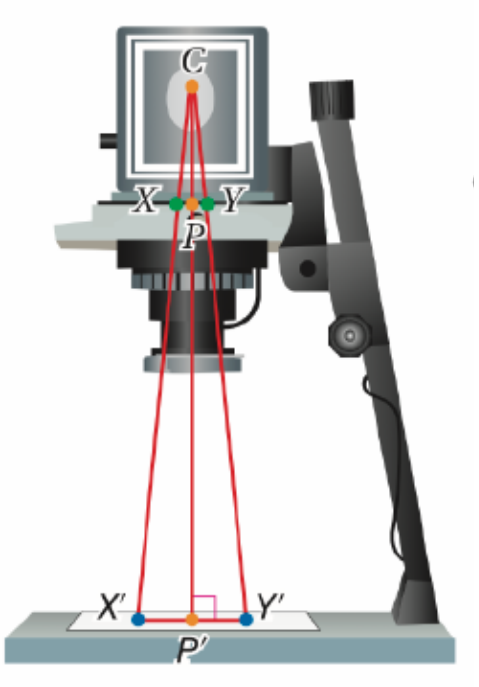
المناقشة النشطة



مثال 2 صفحة 101 إيجاد معامل مقياس التمدد

تصوير: لإنتاج صور مكبرة، يمكن أن تُعَدَّل المسافة بين مسودة الصورة والصورة المكبرة باستعمال جهاز تكبير الصور.

افترض أن المسافة CP بين مصدر الضوء C ومسودة الصورة تساوي **45 mm**، ما المسافة PP' التي يلزم أن يُعدَّل إليها جهاز تكبير الصور للحصول على صورة عرضها $X'Y' = 22.75\text{cm}$ من مسودة عرضها $XY = 35\text{ mm}$؟



افهم:

المعطيات: مركز التمدد C ، $XY = 35\text{ mm}$،

$X'Y' = 22.75\text{ cm} = 227.5\text{ mm}$،

$CP = 45\text{ mm}$.

المطلوب: إيجاد PP'.

@MarymAlamer



مثال 2 صفحة 101 إيجاد معامل مقياس التمدد

خطط: أوجد معامل مقياس التمدد من الشكل الأصلي $\overline{XY}$ إلى الصورة $\overline{X'Y'}$، واستعمله لإيجاد CP' ، ثم استعمل CP و CP' لإيجاد PP'.

حُلَّ: معامل مقياس التمدد هو نسبة أحد أطوال الصورة إلى الطول المناظر له في الشكل الأصلي .

$$k = \frac{\text{طول الصورة}}{\text{طول الأصل}}$$ معامل مقياس تمدد الصورة

$$= \frac{X'Y'}{XY}$$ طول الصورة يساوي $X'Y'$ ، وطول الأصل يساوي XY

$$= \frac{227.5}{35} = 6.5$$ بالتعويض والقسمة

استعمل معامل مقياس التمدد لإيجاد CP'.

@MarymAlamer



مثال 2 صفحة 101 إيجاد معامل مقياس التمدد

$CP' = k(CP)$	تعريف التمدد
$= 6.5(45)$	$k = 6.5 , CP = 45$
$= 292.5$	بالضرب

استعمل CP' و CP لإيجاد PP'.

$CP + PP' = CP'$	مسلّمة جمع القطع المستقيمة
$45 + PP' = 292.5$	$CP = 45 , CP' = 292.5$
$PP' = 247.5$	بطرح 45 من الطرفين

يجب أن يُعدل جهاز تكبير الصور، بحيث تكون المسافة PP' بين المسودة والصورة المكبرة 247.5 mm أو 24.75 cm

@MarymAlamer

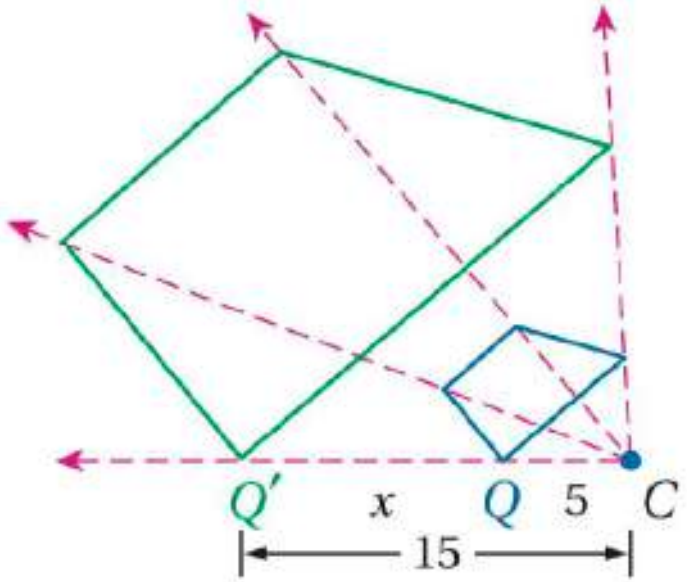


اليوم/
التاريخ/

الموضوع/ التمدد

تحقق من فهمك 2 صفحة 102

2) حدِّد ما إذا كان التمدد من الشكل Q إلى Q' تكبيرًا أم تصغيرًا، ثم أوجد معامل مقياس التمدد، وقيمة x.



@MarymAlamer

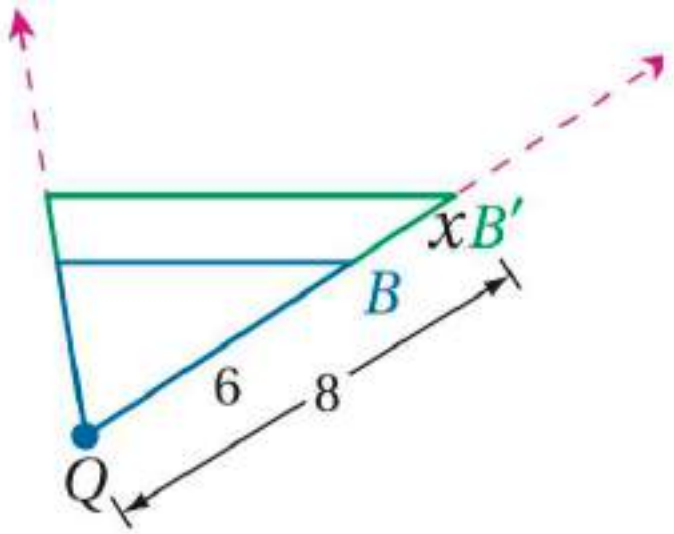


اليوم/
التاريخ/

الموضوع/ التمدد

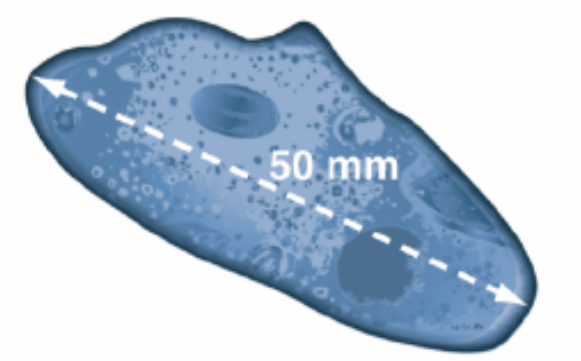
تأكد صفحة 103

3) حدّد ما إذا كان التمدد من الشكل B إلى الشكل B' تكبيرًا أم تصغيرًا، ثم أوجد معامله وقيمة x.



تدرب وحل المسائل صفحة 103

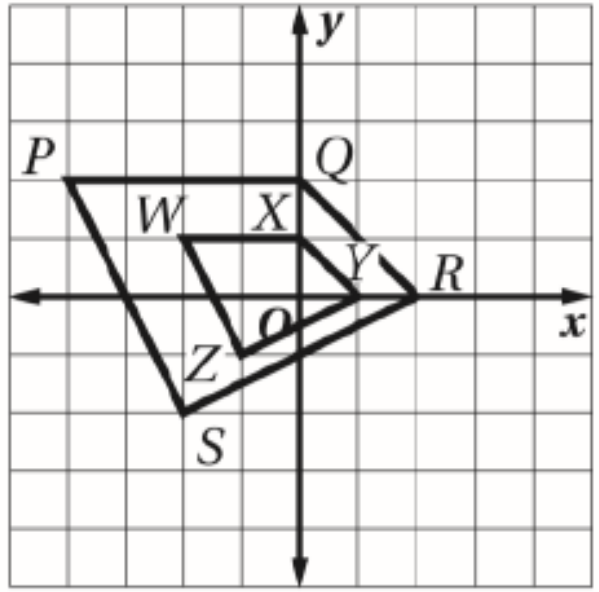
4) **أحياء:** طول مخلوق حيٍّ دقيق وحيد الخلية 200 ميكرون، ويظهر طوله تحت المجهر 50 mm، إذا كان 1000 ميكرون = 1 mm، فما قوة التكبير (معامل مقياس التمدد) المُستعملة؟ وضّح إجابتك.



تدرب على اختبار صفحة 106

تحصيلي

32) ما معامل مقياس التمدد من الشكل $PQRS$ إلى الشكل $WXYZ$؟



@MarymAlamer

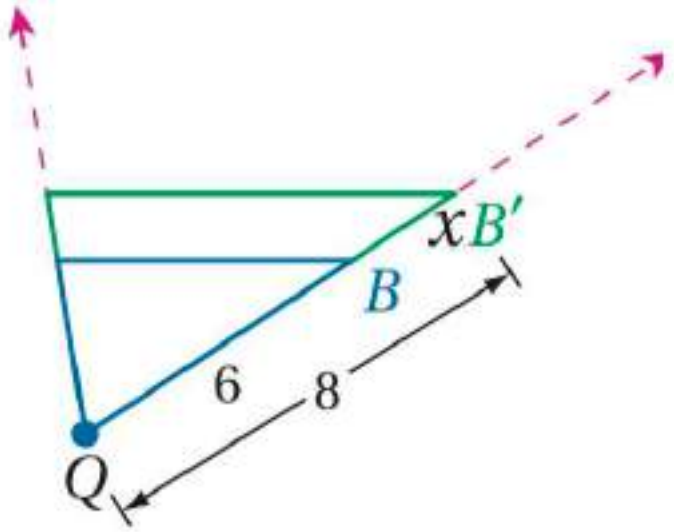


اليوم/
التاريخ/

الموضوع/ التمدد

تأكد صفحة 103

3) حدّد ما إذا كان التمدد من الشكل B إلى الشكل B' تكبيرًا أم تصغيرًا، ثم أوجد معامله وقيمة x.



@MarymAlamer

التمدد في المستوى الاحداثي

GeoGebra

مفهوم أساسي

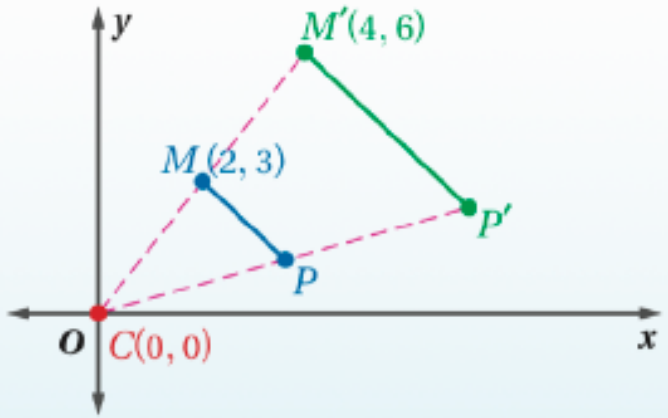
أضف إلى مطويتك

التمدد في المستوى الإحداثي

التعبير اللفظي: لإيجاد إحداثيات الصورة الناتجة عن تمدد مركزه نقطة الأصل، اضرب الإحداثيَّين x , y لكل نقطة في الشكل الأصلي في معامل مقياس التمدد k.

الرموز: $(x, y) \rightarrow (kx, ky)$

مثال:



معامل التمدد: 2

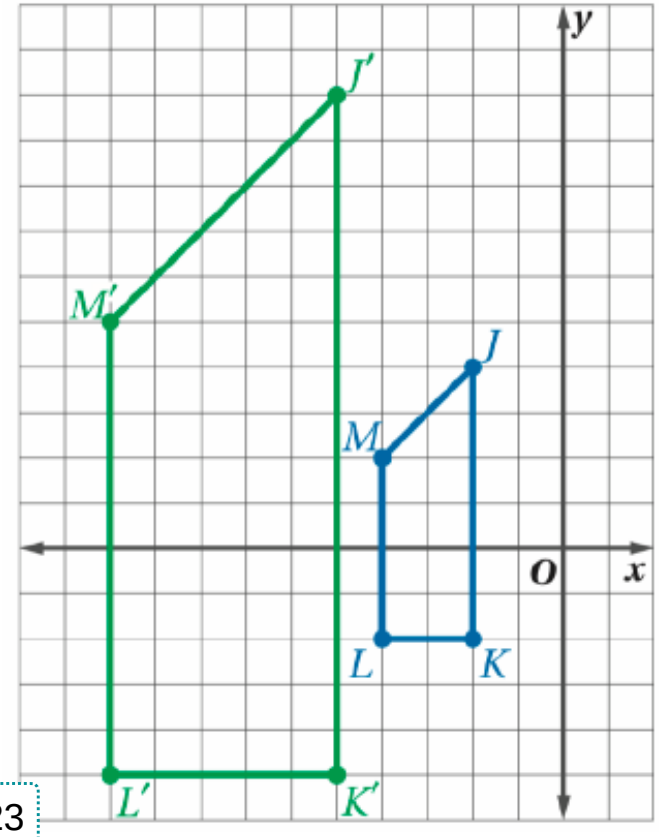
الموضوع/ التمدد

المناقشة النشطة



مثال 3 صفحة 102 التمدد في المستوى الاحداثي

إحداثيات رؤوس الشكل الرباعي $JKLM$ هي: $J(-2, 4), K(-2, -2), L(-4, -2), M(-4, 2)$. مثّل بيانيًّا $JKLM$ وصورته الناتجة عن تمدد مركزه نقطة الأصل، ومعامله 2.5



اضرب الإحداثيين x و y لكل رأس في معامل التمدد 2.5

(x, y)	$\rightarrow$	$(2.5x, 2.5y)$
$J(-2, 4)$	$\rightarrow$	$J'(-5, 10)$
$K(-2, -2)$	$\rightarrow$	$K'(-5, -5)$
$L(-4, -2)$	$\rightarrow$	$L'(-10, -5)$
$M(-4, 2)$	$\rightarrow$	$M'(-10, 5)$

مثِّل بيانيًّا $JKLM$ وصورته $J'K'L'M'$.



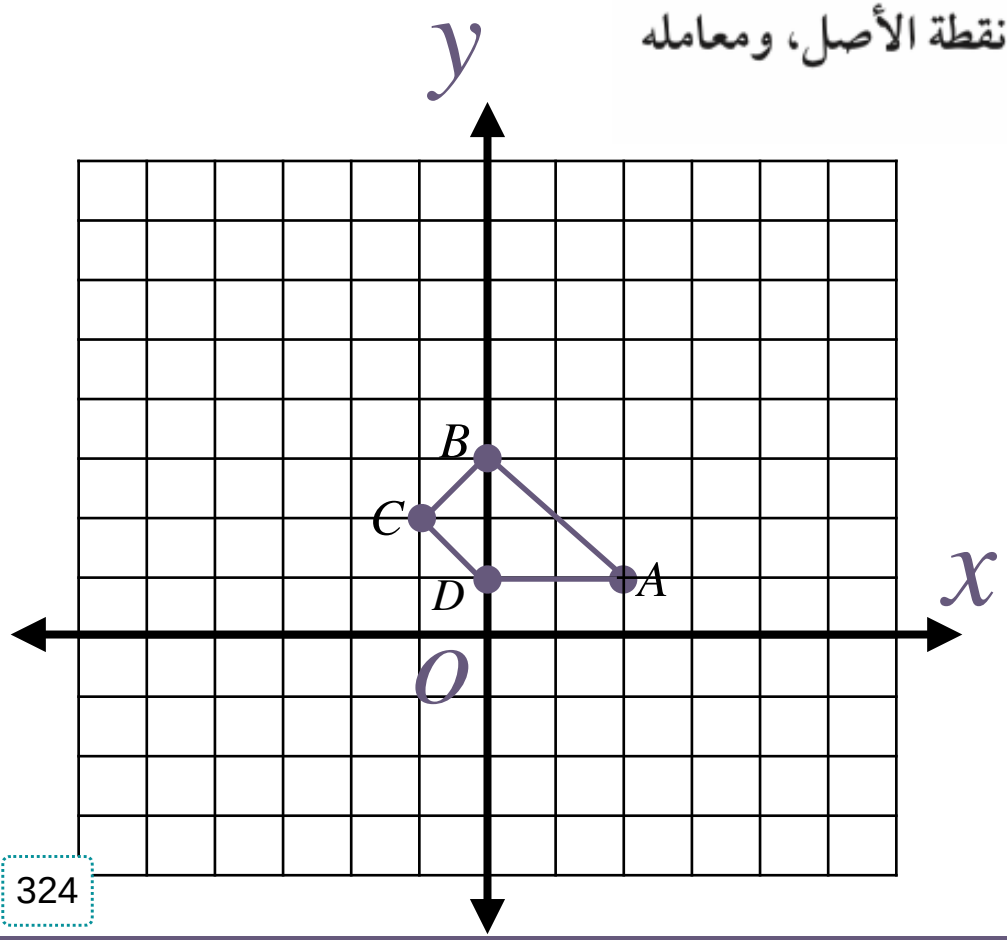
اليوم/
التاريخ/

الموضوع/ التمدد

تحقق من فهمك 3 صفحة 102

مثِّل المضلع المعطاة إحداثيات رؤوسه بيانيًّا، ثم مثِّل صورته الناتجة عن تمددٍ مركزه نقطة الأصل، ومعامله العدد k المحدد فى كلٍّ من السؤالين الآتيين:

(3B $k=2$؛ $A(2,1), B(0,3), C(-1,2), D(0,1)$





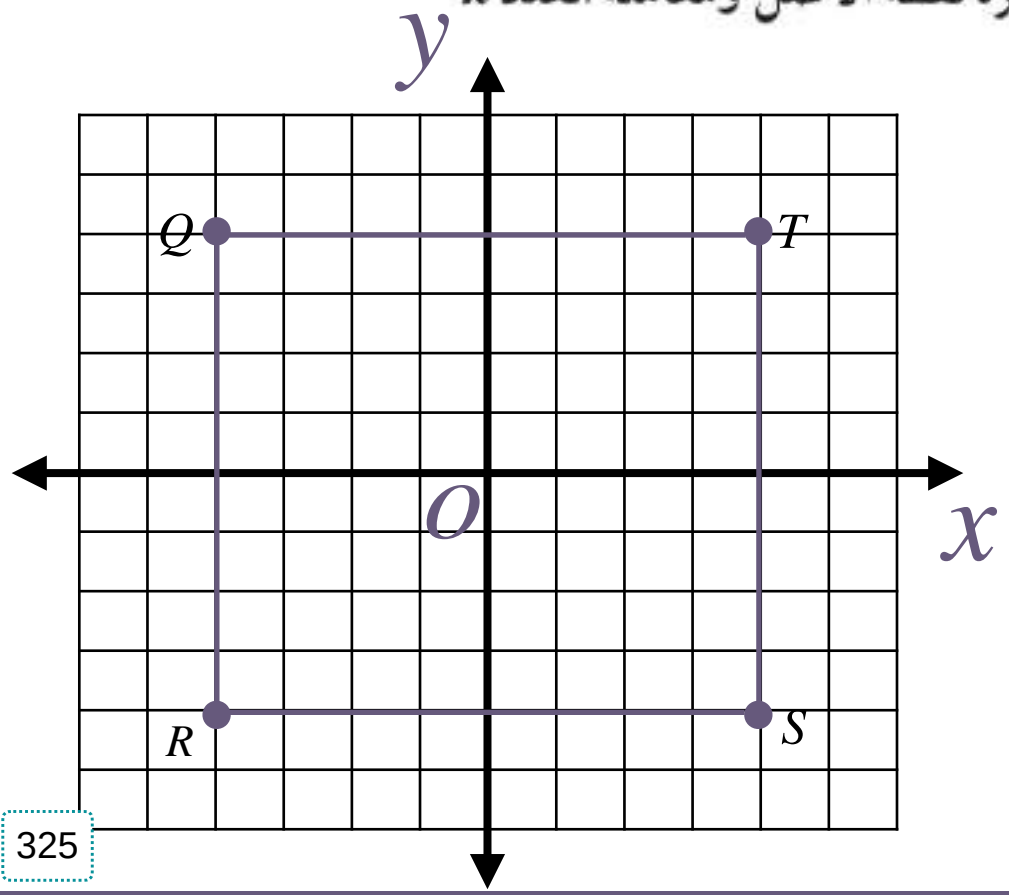
اليوم/
التاريخ/

الموضوع/ التمدد

تأكد صفحة 103

مثِّل المضلع المعطاة إحداثيات رؤوسه بيانيًّا، ثم مثِّل صورته الناتجة عن تمددٍ مركزه نقطة الأصل ومعامله العدد k المحدد فى كلٍّ من الأسئلة الآتية:

6) $Q(-4, 4), R(-4, -4), S(4, -4), T(4, 4)$ ؛ $k = \frac{1}{2}$



@MarymAlamer



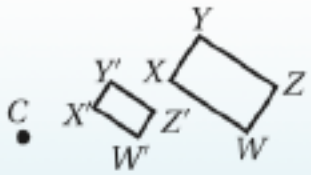
اليوم/
التاريخ/

الموضوع/ التمدد

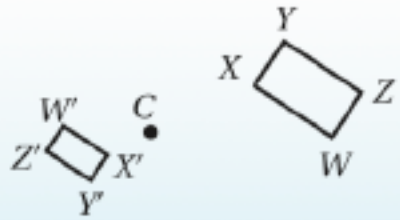
مهارات التفكير العليا صفحة 105

27) **اكتشف الخطأ:** يحاول كلٌّ من متعب وسعود أن يصف تأثير القيمة السالبة لمعامل مقياس التمدد في صورة الشكل الرباعي $WXYZ$، فأيهما تفسيره صحيح؟ اشرح تبريرك.

متعب



سعود



.....

.....

.....

@MarymAlamer

تدرب على اختبار صفحة 106

تحصيلي

33) يرسم توفيق نسخةً من لوحة فنية معروضة في متحف فني. إذا كان عرض اللوحة 3 ft ، وطولها 6 ft ، وقرر أن يستعمل معامل مقياس تمدد قدره 0.25 ، فما أبعاد ورقة الرسم بالبوصات المناسبة لإنجاز رسمه؟

A $4\text{ in} \times 8\text{ in}$

B $8\text{ in} \times 16\text{ in}$

C $6\text{ in} \times 12\text{ in}$

D $10\text{ in} \times 20\text{ in}$

الموضوع/ التمدد

تحصيلي

إذا كانت $\grave{A}\grave{B}$ صورة AB بتمدد معاملة k، وكان $\grave{A}\grave{B} = 6cm$ و $AB = 4cm$ فإن معامل التمدد k يساوي ؟

A) $\frac{2}{3}$

B) $\frac{3}{2}$

C) 4

D) 6



الموضوع/ التماثل

تحصيلي

إذا كانت $\grave{A}\grave{B}$ صورة AB بتمدد معاملة $\frac{1}{3}$، وكان $\grave{A}\grave{B} = 12cm$ فإن AB تساوي ؟

A) 4

B) 8

C) 12

D) 36



@MarymAlamer

تحصيلي

$\grave{A}\grave{B}$ صورة AB بتمدد معاملة k ، أي القيم التالية تجعل التمدد تصغيراً ؟

A) $\frac{3}{2}$

B) $\frac{1}{2}$

C) 1

D) 0



@MarymAlamer

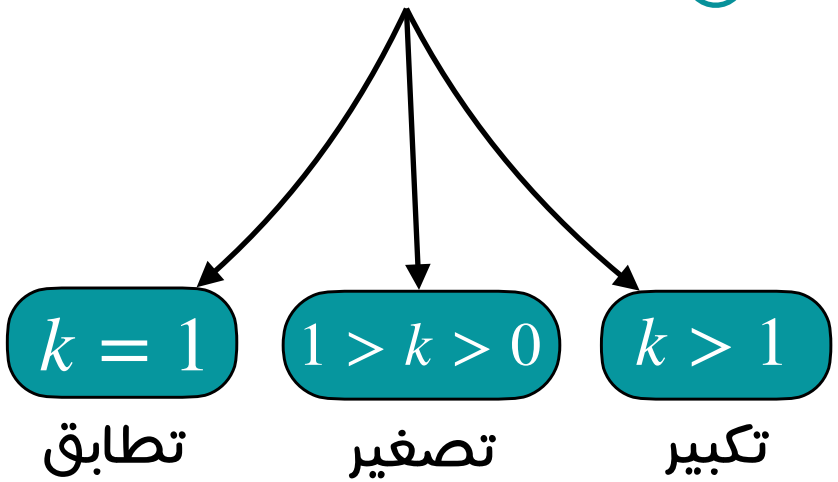
اليوم/
التاريخ/

الموضوع/ التمدد

تعلمنا في هذا الدرس:

التمدد في المستوى

- مركز التمدد
- معامل مقياس التمدد



التمدد في المستوى الاحداثي

- $(x, y) \rightarrow (kx, ky)$



@MarymAlamer

الفصل الثامن

الدائرة



الفصل الثامن

الدائرة

اليوم/
التاريخ/

الموضوع/ الدائرة

لماذا ؟

الشكل الحقيقي لقوس المطر دائرة كاملة ويسمى الجزء الذي يمكن رؤيته منها فوق الأفق قوساً

فيما سبق

درست أنواع من القطع المستقيمة الخاصة وعلاقات الزوايا في المثلث



الآن

- أتعرف العلاقة بين الزوايا المركزية و الأقواس والزوايا المحيطية في الدائرة.
- أعرف القاطع و المماس واستعملها.
- أعرف الدائرة و أصفها مستعملاً معادلتها.

@MarymAlamer

التهيئة

أوجد النسبة المئوية من العدد المعطى في كلّ ممّا يأتي:

1) 26% من 500

2) 79% من 623

التهيئة

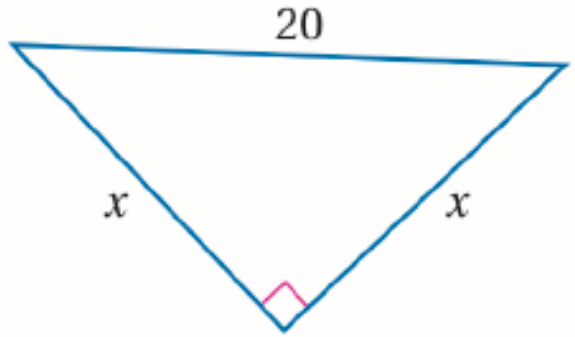
7) **مطاعم:** يُضيف مطعمٌ رسم توصيل قدره 5% على كل طلبٍ. ما رسم خدمة توصيل وجبة غداء سعرها 65 ريالًا؟

الموضوع/ الدائرة

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توزيع

التهيئة

8) أوجد قيمة x، مقرّبًا إجابتك إلى أقرب عُشر.



@MarymAlamer

8-1

الدائرة ومحيطها



الموضوع/ الدائرة ومحيطها

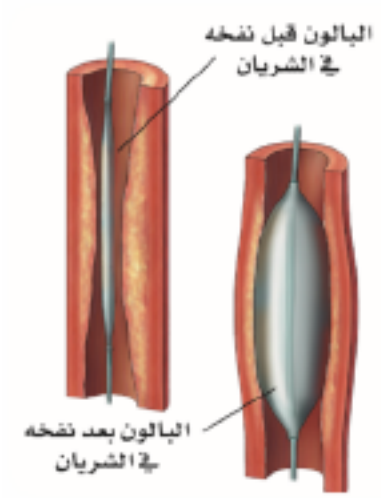
اللهم علمنا ما ينفعنا وانفعنا بما علمتنا وزدنا علما

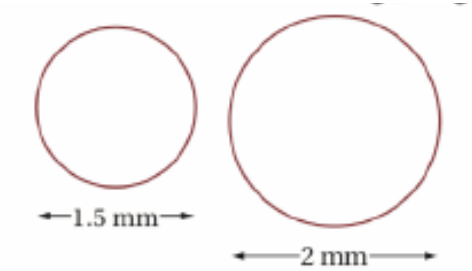
@MarymAlamer
مجموعة رفعة الرياضيات

تعزيز المهارات

المهارة: تطبيق قوانين المساحة في سياق من واقع الحياة

صحة: عندما يضيق الشريان التاجي الذي ينقل الدم إلى القلب يمكن توسيعه باستعمال أنبوب أجوف مرن في نهايته بالون وتسمى هذه العملية قسطرة البالون





ينفخ الطبيب بالون القسطرة في الشيان التاجي للمريض مكبراً البالون كما يتضح في الشكل المجاور ،، أوجد معامل التمدد .

.....

.....

أوجد مساحة المقطع العرضي للبالون قبل النفخ وبعده ؟

.....

.....

@MarymAlamer



اليوم/

التاريخ/

الموضوع/ الدائرة ومحيطها



المفردات

- الدائرة
- المركز
- نصف القطر
- الوتر
- القطر
- الدوائر المتطابقة
- الدوائر المتحدة المركز
- محيط الدائرة
- باي
- المضلع المحاط بدائرة
  الدائرة الخارجية



أهداف الدرس

- أتعرف عناصر الدائرة واستعملها .
- أحل مسائل تتضمن محيط دائرة.



فيما سبق تعلمنا

عناصر الأشكال الرباعية واستعمالها



اليوم/

التاريخ/

الموضوع/ الدائرة ومحيطها

العصف الذهني



لماذا؟

إذا ركبت لعبة العجلة الدوارة فإن بعدك عن مركز دورانها يكون ثابتاً ، فإذا كانت المسافة بين موقعك و مركزها ٦٦ft فيمكنك أن تجد المسافة التي تقطعها في دورة واحدة .



1. ماهي العلاقة بين المسافة بين كل مركبة ومركز العجلة ؟
2. ما ذا تمثل المسافة التي يقطعها راكب العجلة في الدورة الواحدة ؟
3. كيف يمكننا استعمال العجلة الدوارة لقياس المسافة التي قطعها راكب بعد عدد من الدورات ؟
4. كيف يمكن أن تستعمل فكرة قياس المسافة باستعمال العجلة الدوارة في الحياة ؟

@MarymAlamer

اليوم/

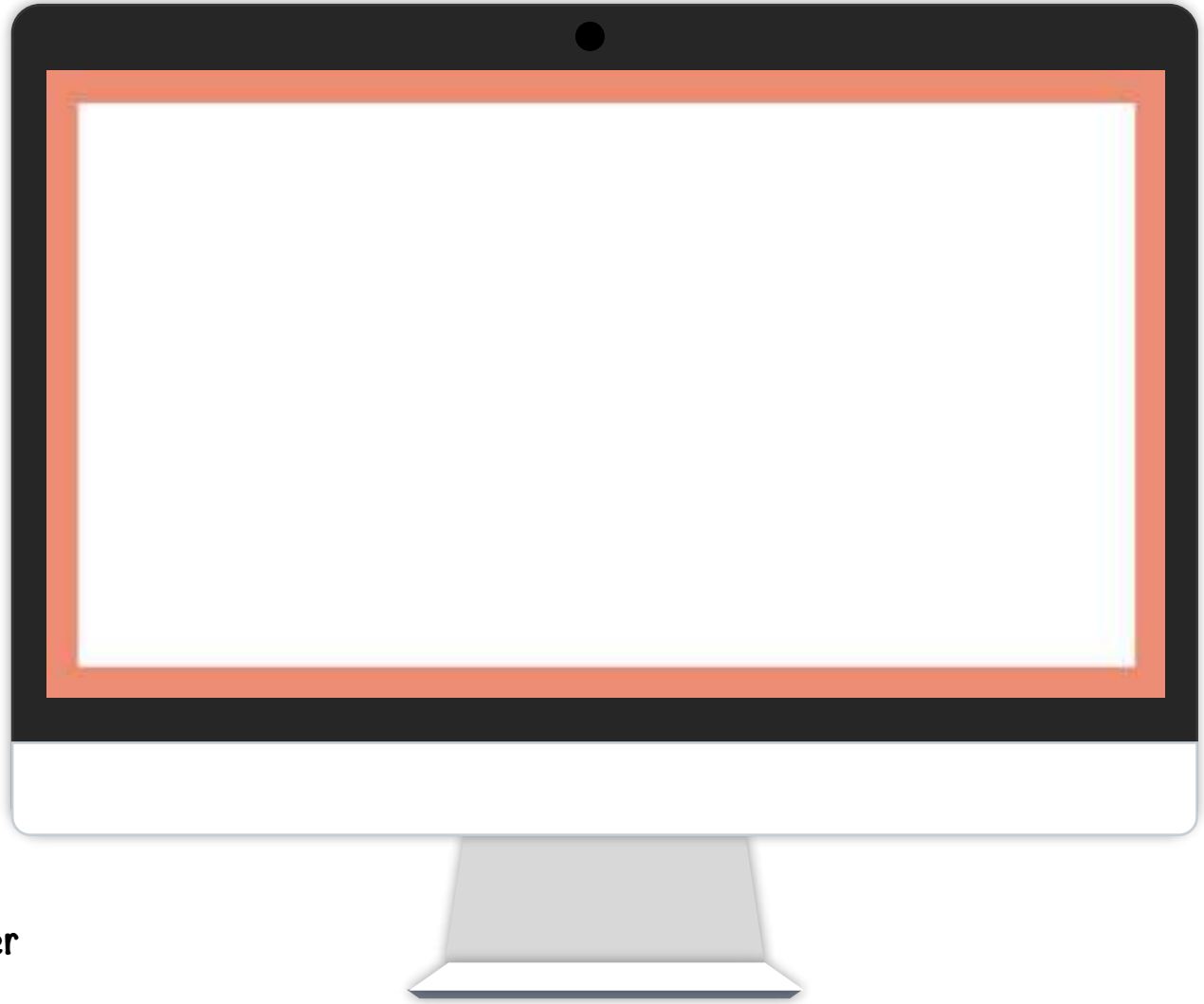
التاريخ/

الموضوع/ الدائرة ومحيطها

شاهد - دون - شارك



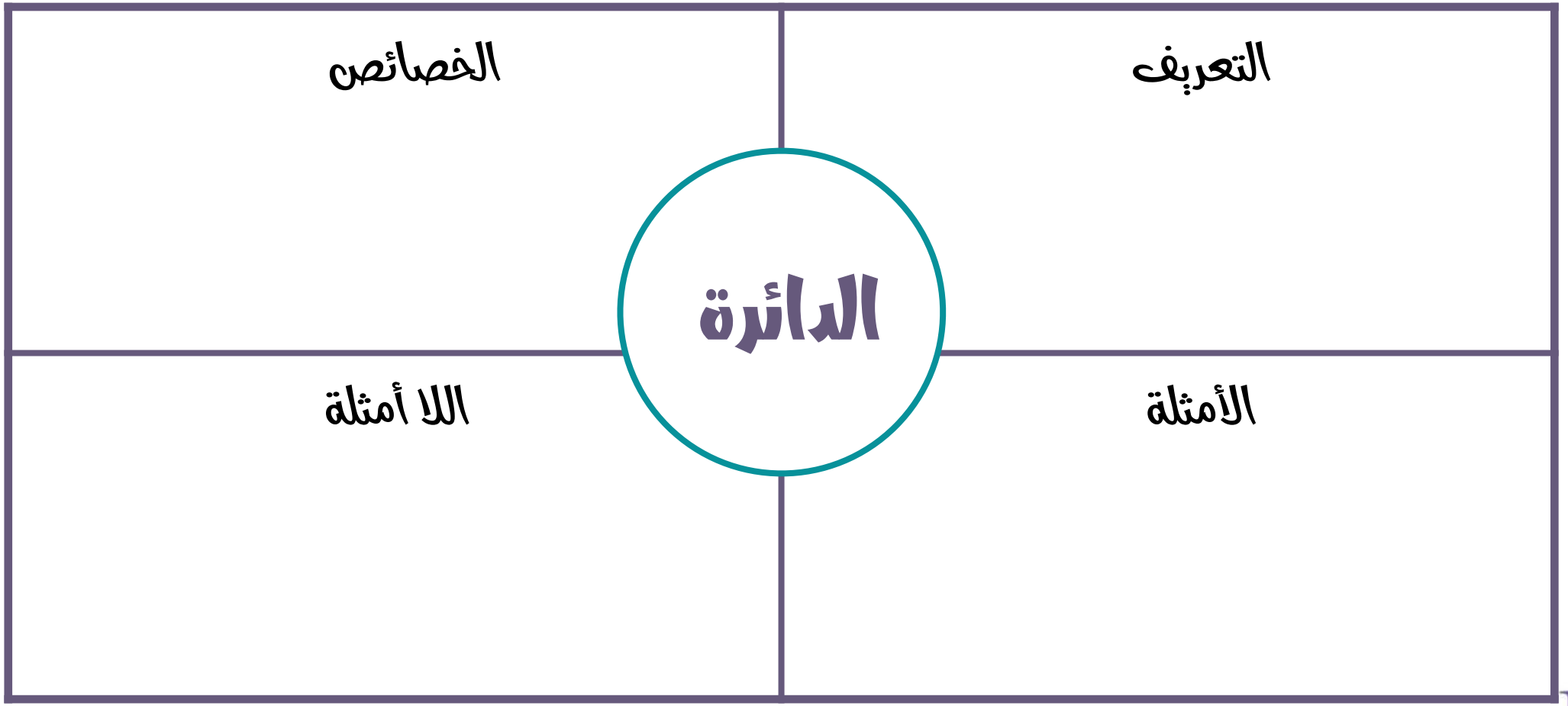
عرض بصري



اليوم/
التاريخ/

الموضوع/ الدائرة ومحيطها

نموذج فراير



@MarymAlamer

الموضوع/ الدائرة ومحيطها

GeoGebra

الدائرة

المحل الهندسي لجميع النقاط في المستوى والتي تبعد بعداً ثابتاً عن نقطة معلومة تسمى مركز الدائرة وتسمى الدائرة بمركزها



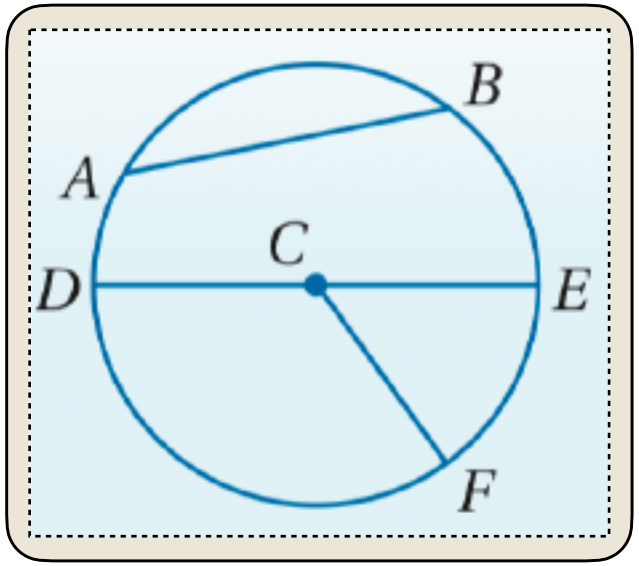
@MarymAlamer

مجموعة رفعة الرياضيات

الموضوع/ الدائرة ومحيطها

GeoGebra

قطع مستقيمة خاصة في الدائرة



نصف القطر

قطعة مستقيمة يقع أحد طرفاها على المركز والطرف الآخر على الدائرة.

أمثلة : $\overline{CF}$, $\overline{CE}$, $\overline{CD}$ أنصاف أقطار في $\odot C$.

الوتر

قطعة مستقيمة يقع طرفاها على الدائرة.

أمثلة : $\overline{DE}$, $\overline{AB}$ وتران في $\odot C$.

القطر

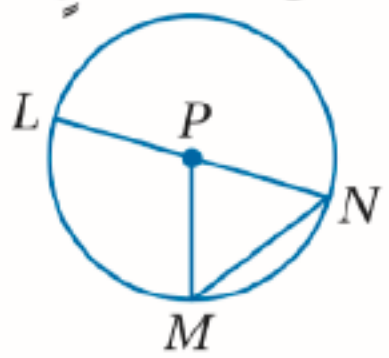
هو وتر يمر بمركز الدائرة

مثال: $\overline{DE}$ قطر في $\odot C$ ، ويتكون القطر $\overline{DE}$ من نصفي القطرين $\overline{CE}$, $\overline{CD}$ الواقعين على استقامة واحدة .

مثال 1 صفحة 118

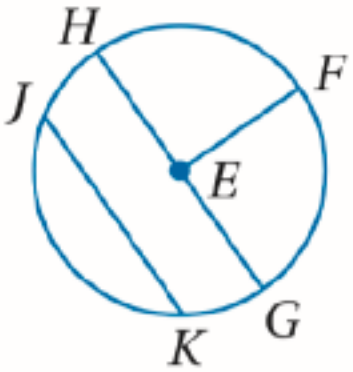
تعيين القطع المستقيمة في الدائرة

a) سمِّ الدائرة، وعيّن نصف قطرٍ فيها.



مركز الدائرة هو P؛ إذن يمكن تسميتها الدائرة P ، أو $\odot P$. تظهر في الشكل ثلاثة أنصاف أقطار هي: $\overline{PL}, \overline{PN}, \overline{PM}$.

b) عيّن وترًا وقطرًا في الدائرة.



يظهر في هذه الدائرة وتران هما: $\overline{HG}, \overline{JK}$ ، ويمر $\overline{HG}$ بالمركز؛ إذن $\overline{HG}$ قطر.

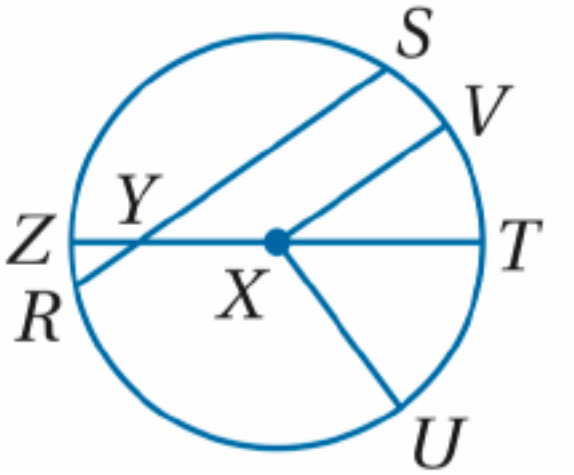


اليوم/
التاريخ/

الموضوع/ الدائرة ومحيطها

تحقق من فهمك 1 صفحة 118

1) سمِّ الدائرة، ونصف قطر، ووترًا، وقطرًا فيها.



اسم الدائرة	
نصف قطر	
وتر	
قطر	

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توزيع
@MarymAlamer

الموضوع/ الدائرة ومحيطها

GeoGebra



أنصاف أقطار الدائرة جميعها متطابقة لماذا؟

الأقطار جميعها متطابقة لماذا؟

العلاقة بين القطر و نصف القطر

إذا كان نصف قطر الدائرة r وقطرها d فإن:

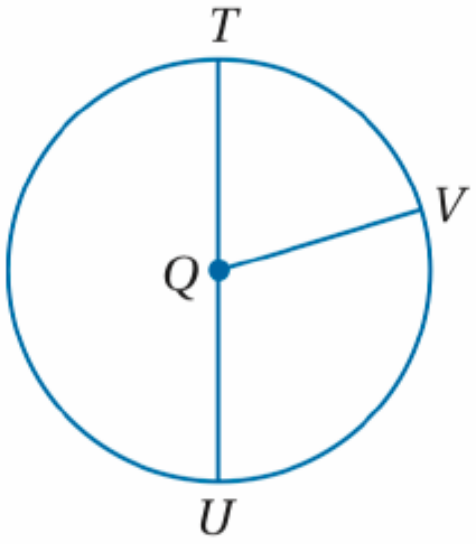
صيغة نصف القطر: $r = \frac{d}{2}$ أو $r = \frac{1}{2}d$ صيغة القطر: $d = 2r$

مجموعة رفعة الرياضيات
@MarymAlamer

الموضوع/ الدائرة ومحيطها

مثال 2 صفحة 119 إيجاد القطر ونصف القطر

في الشكل المجاور إذا كان $QV = 8\,\text{cm}$، فأوجد قطر $\odot Q$؟



صيغة القطر $d = 2r$

بالتعويض والتبسيط $= 2(8) = 16$

القطر في $\odot Q$ يساوي $16\,\text{cm}$.

تنبيه !

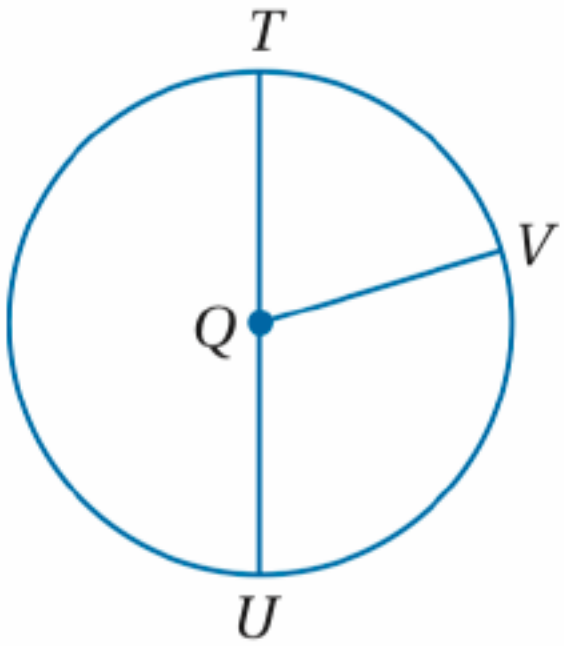
القطر أو نصف القطر:

في المسائل التي تتضمن الدوائر، انتبه جيدًا إلى ما إذا كانت المعطيات تتعلق بنصف قطر الدائرة أم بقطرها.

@MarymAlamer

الموضوع/ الدائرة ومحيطها

تحقق من فهمك 2 صفحة 119



2A) إذا كان $TU = 14$ ft، فأوجد نصف قطر $\odot Q$؟

.....

.....

2B) إذا كان $QT = 11$ m، فأوجد QU .

.....

.....

@MarymAlamer

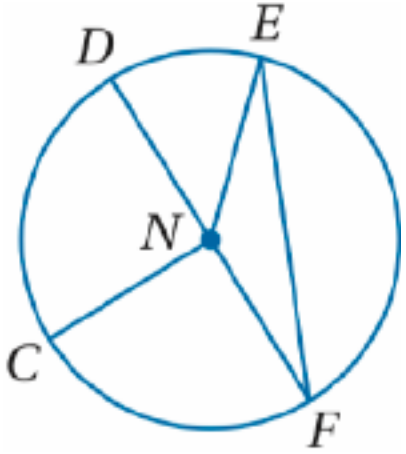


اليوم/
التاريخ/

الموضوع/ الدائرة ومحيطها

تأكد صفحة 103

استعمل الدائرة في الشكل المجاور؛ للإجابة عن الأسئلة الآتية:



1) سمِّ هذه الدائرة.

2) عيّن كلًّا ممّا يأتي:

a) وترًا b) قطرًا c) نصف قطر

اسم الدائرة	
نصف قطر	
وتر	
قطر	

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توزيع
@MarymAlamer

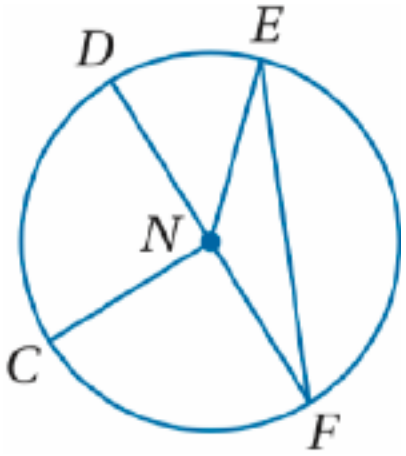


اليوم/
التاريخ/

الموضوع/ الدائرة ومحيطها

تأكد صفحة 103

استعمل الدائرة في الشكل المجاور؛ للإجابة عن الأسئلة الآتية:



3) إذا كان $CN = 8\text{ cm}$ ، فأوجد DN .

.....

.....

4) إذا كان $EN = 13\text{ ft}$ ، فما قطر الدائرة؟

.....

.....

مجموعة رفعة الرياضيات
@MarymAlamer

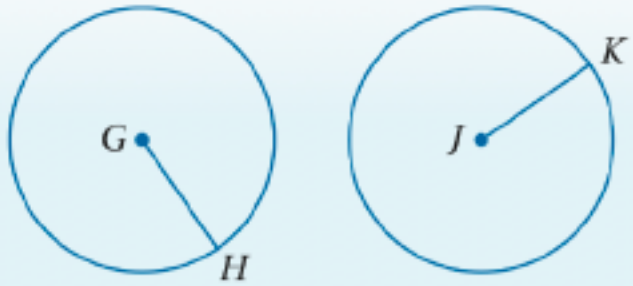
الموضوع/ الدائرة ومحيطها

GeoGebra

أزواج الدوائر

الدائرتان المتطابقتين

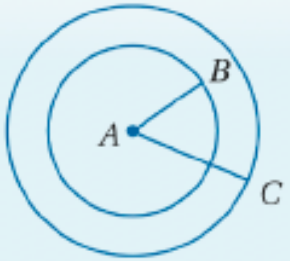
تكون **الدائرتان متطابقتين** إذا وفقط إذا كان نصفا قطريهما متطابقين.



مثال: $\overline{GH} \cong \overline{JK}$ ؛ إذن $\odot G \cong \odot J$

الدائرتان المتحدتين في المركز

هما الدائرتان اللتان تقعان في المستوى نفسه، ولهما المركز نفسه.



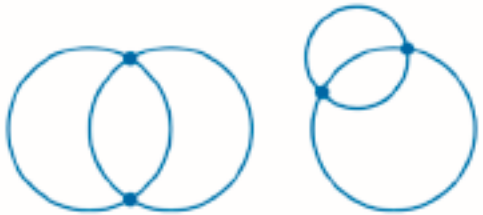
مثال: $\odot A$ التي نصف قطرها $\overline{AB}$ و $\odot A$ التي نصف قطرها $\overline{AC}$ دائرتان متحدتان في المركز.

الموضوع/ الدائرة ومحيطها

GeoGebra

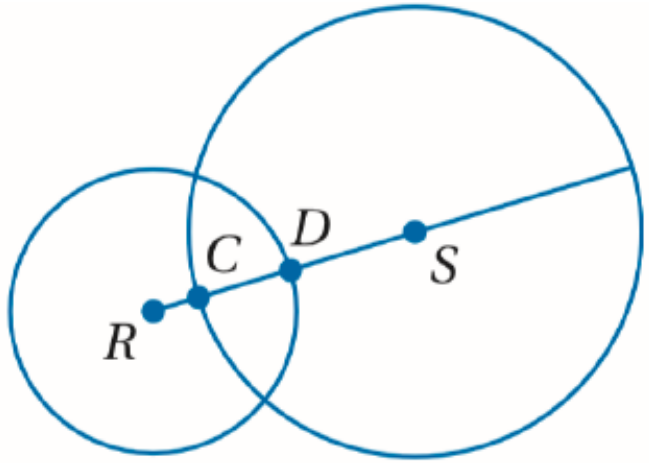
تقاطع الدائرتان

إذا تقاطع دائرتان فممكن أن تتقاطع بطريقتين مختلفتين

تقاطع في نقطتين	تقاطع في نقطة واحدة	لا يوجد تقاطع
		



مثال 3 صفحة 120 إيجاد قياسات في دائرتين مختلفتين



قطر $S\odot$ يساوي 30 وحدةً، وقطر $R\odot$ يساوي 20 وحدةً، و DS يساوي 9 وحداتٍ، أوجد CD.

بما أن قطر $S\odot$ يساوي 30 ، فإن $CS = 15$. و $\overline{CD}$ هو جزء من نصف القطر $\overline{CS}$.

$CD + DS = CS$ مسلّمة جمع القطع المستقيمة

$CD + 9 = 15$ بالتعويض

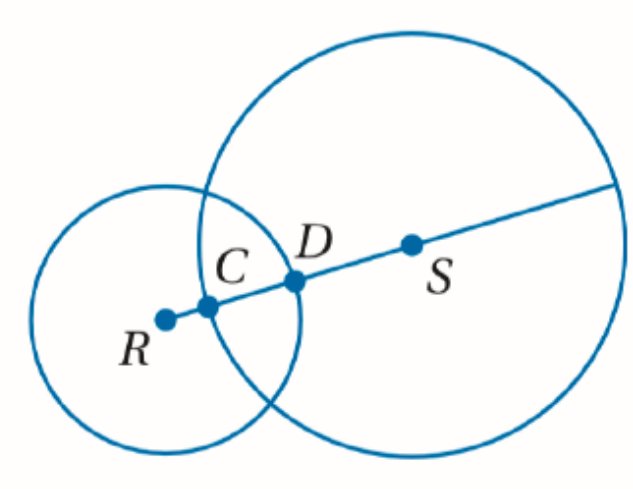
$CD = 6$ بطرح 9 من كلا الطرفين

اليوم/
التاريخ/

الموضوع/ الدائرة ومحيطها

تحقق من فهمك 3 صفحة 120

3) استعمل الشكل أعلاه لإيجاد RC.



@MarymAlamer



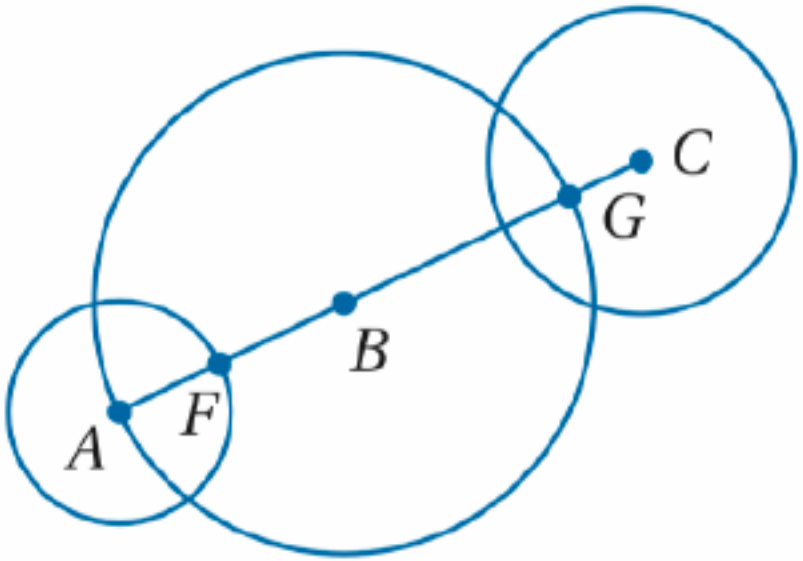
اليوم/
التاريخ/

الموضوع/ الدائرة ومحيطها

تأكد صفحة 103

قطر كلٍّ من $\odot C$ ، $\odot B$ ، $\odot A$ يساوي $8\,cm, 18\,cm, 11\,cm$ على الترتيب.
أوجد كلًّا من القياسين الآتيين:

5) FG



مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إبداع - توفيق
@MarymAlamer

الموضوع/ الدائرة ومحيطها

GeoGebra

محيط الدائرة

محيط الدائرة هو طول المنحنى المغلق الذي يمثل الدائرة ويرمز له بالرمز C

النسبة $\frac{c}{d}$ عدد غير نسبي يسمى باي [π]



ماذا تعرفين عن القيمة باي π ؟

محيط الدائرة

التعبير اللفظي: إذا كان قطر الدائرة يساوي d، أو نصف قطرها يساوي r ، فإن محيطها C يساوي حاصل ضرب القطر في π، أو مثلَي نصف القطر في π .

الرموز: $C = \pi d$ أو $C = 2\pi r$

@MarymAlamer

padlet

اليوم/

التاريخ/

الموضوع/ الدائرة ومحيطها

الوطن محاط بسواعد قوية

عبري بكلماتك الجميلة عن الصورة في الحائط الالكترونى ..



مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق
@MarymAlamer



مثال ٦ صفحة 120 إيجاد محيط الدائرة

تنس: أوجد محيط المهبط الدائري الموصوف في فقرة الربط مع الحياة المجاورة.



$C = \pi d$ صيغة محيط الدائرة

$= \pi(79)$ بالتعويض

$= 79\pi$ بالتبسيط

≈ 248.19 باستعمال الحاسبة

محيط المهبط الدائري يساوي 79π ft، أو 248.19 ft تقريبًا.

الموضوع/ الدائرة ومحيطها

تحقق من فهمك ٦ صفحة 120

أوجد محيط كلٍّ من الدائرتين الآتيتين مقرّبًا إجابتك إلى أقرب جزءٍ من مئةٍ.

4A) نصف القطر يساوي 2.5 cm

4B) القطر يساوي 16 ft

@MarymAlamer



اليوم/
التاريخ/

الموضوع/ الدائرة ومحيطها

مثال 5 صفحة 121 إيجاد قطر الدائرة ونصف قطرها إذا عُلم محيطها

أوجد القطر ونصف القطر مقرّبين إلى أقرب جزءٍ من مئة للدائرة التي محيطها $106.4\,\text{mm}$

صيغة محيط الدائرة	$C = \pi d$
بالتعويض	$106.4 = \pi d$
بقسمة كلا الطرفين على π	$\frac{106.4}{\pi} = d$
باستعمال الحاسبة	$33.87\ \text{mm} \approx d$

صيغة نصف القطر	$r = \frac{1}{2}d$
	$\approx \frac{1}{2}(33.87)$
	$\approx 16.94\ \text{mm}$
باستعمال الحاسبة	

إرشادات للدراسة

مستويات الدّقة :

بما أن π عدد غير نسبي، إذان لا يمكن كتابته على صورة كسر عشري منته. ولكن لأغراض الحصول على تقدير سريع في الحسابات، يمكن اعتبار قيمته 3، وإذا استعملت القيمة 3.14 أو $\frac{22}{7}$، فستحصل على تقريبٍ أكثر دقةٍ، وللحصول على القيمة الدقيقة، استعمل مفتاح π في الحاسبة.

مجموعة رفعة الرياضيات
@MarymAlamer

الموضوع/ الدائرة ومحيطها



تحقق من فهمك 5 صفحة 121

5) إذا كان محيط دائرة يساوي 77.8cm، فأوجد قطر الدائرة ونصف قطرها مقرّبين إلى أقرب جزء من مئة.

الموضوع/ الدائرة ومحيطها

تأكد صفحة 122

8) **بركة سباحة :** محيط بركة السباحة الدائرية في الشكل المجاور يساوي 56.5 ft تقريبًا، ما قطر هذه البركة؟ وما نصف قطرها؟ قرّب إجابتك إلى أقرب جزء من مئة.

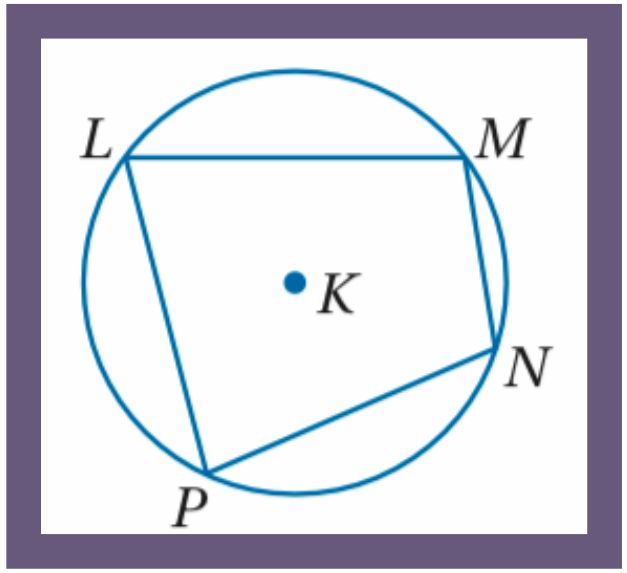


@MarymAlamer

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توزيع

المضلع المحاط بدائرة

يكون المضلع محاط بدائرة إذا وقعت جميع رؤوسه على الدائرة وتسمى هذه الدائرة **الدائرة الخارجية**



- الشكل الرباعي $LMNP$ مُحاط بـ $\odot K$.
- $\odot K$ دائرة خارجية للمضلع $LMNP$.

@MarymAlamer

الموضوع/ الدائرة ومحيطها

المناقشة النشطة



مثال 6 صفحة 121

المضلع المحاط بدائرة

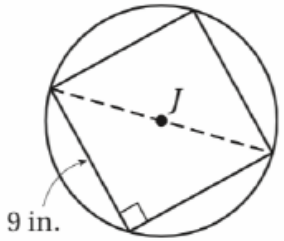
إجابة قصيرة: إذا كانت الدائرة J تحيط بمربعٍ طول ضلعه 9 in، وقطره يمثِّل قطرها، فما القيمة الدقيقة لمحيط $\odot J$.

اقرأ سؤال الاختبار

احسب قطر الدائرة، واستعمله لحساب محيطها.

حُلّ سؤال الاختبار

ارسم شكلًا توضيحيًّا فيه: قطر المربع يُمثّل قطرًا للدائرة أيضًا، ويكون وترًا لمثلث قائم الزاوية.



نظرية فيثاغورس $a^2 + b^2 = c^2$

بالتعويض $9^2 + 9^2 = c^2$

بالتبسيط $162 = c^2$

بأخذ الجذر التربيعي الموجب لكلا الطرفين $9\sqrt{2} = c$

قطر الدائرة يساوي $9\sqrt{2}\text{ in}$

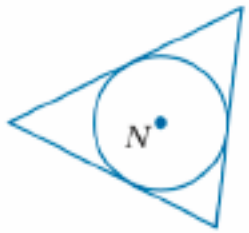
أوجد المحيط بدلالة π، بتعويض $9\sqrt{2}$ لقيمة d في الصيغة $C = \pi d$.

محيط الدائرة يساوي $9\pi\sqrt{2}\text{ in}$

إرشادات للدراسة

الدائرة الخارجية والدائرة الداخلية:

تسمى الدائرة التي تمرّ بجميع رؤوس المضلع الدائرة الخارجية، أما الدائرة التي تمسّ جميع أضلاع المضلع، فتسمّى الدائرة الداخلية، حيث تكون محاطة بالمضلع، كالدائرة في الشكل أدناه.



الموضوع/ الدائرة ومحيطها

تحقق من فهمك 6 صفحة 121

أوجد القيمة الدقيقة لمحيط الدائرة في كلٍّ ممَّا يأتي:

6B) إذا كانت مُحاطَة بمربعٍ طول ضلعه 10 ft

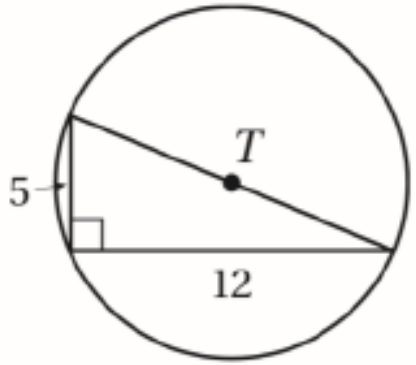
@MarymAlamer

الموضوع/ الدائرة ومحيطها

تدرب على اختبار صفحة 125

تحصيلي

41) ما محيط $\odot T$؟ قرّب إجابتك إلى أقرب عُشر.





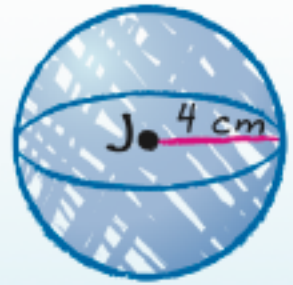
اليوم/
التاريخ/

الموضوع/ الدائرة ومحيطها

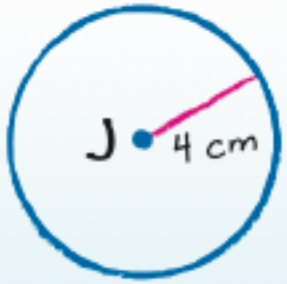
مهارات التفكير العليا صفحة 124

36) اكتشف الخطأ: رسم كلّ من حمود وسلمان شكلًا يُمثّل مجموعة النقاط التي تبعد 4 cm عن النقطة J، فهل إجابة أيٍّ منهما صحيحة؟ برِّر إجابتك.

حمود



سلمان



مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

@MarymAlamer

تدرب على اختبار صفحة 125

تحصيلي

42) **جبر:** أحاط إبراهيم حديقته الدائرية الشكل بسياج. إذا كان طول السياج 50 m ، فما نصف قطر الحديقة؟ قرّب إجابتك إلى أقرب عددٍ صحيحٍ.

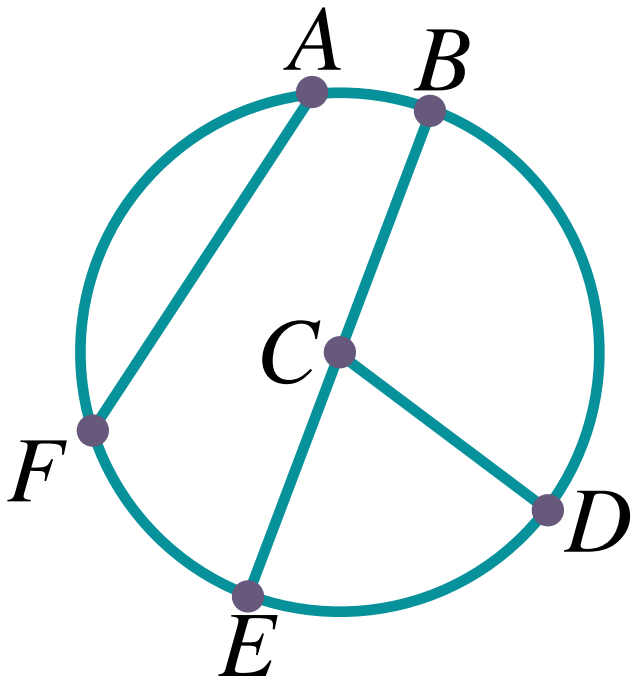
A 10 **C** 8

B 9 **D** 7

الموضوع/ الدائرة ومحيطها

تحصيلي

في الشكل المجاور : القطر هو القطعة المستقيمة..



A $\overline{FA}$

B $\overline{CA}$

C $\overline{CE}$

D $\overline{EB}$

الموضوع/ الدائرة ومحيطها

تعلمنا في هذا الدرس:

الدائرة وعناصرها

- الدائرة
- عناصر الدائرة

القطر - نصف القطر - الوتر

أزواج الدوائر

- الدائرتان المتطابقتان
- الدائرتان المتحدتين في المركز
- الدائرتان المتقاطعتان



محيط الدائرة

- $c = \pi d$
- $C = 2\pi r$

@MarymAlamer

الفصل الثامن

الدائرة



8-2

قياس الزوايا والأقواس

الموضوع/ قياس الزوايا والأقواس

اللهم علمنا ما ينفعنا وانفعنا بما علمتنا وزدنا علما

@MarymAlamer
مجموعة رفعة الرياضيات

اليوم/

التاريخ/

الموضوع/ قياس الزوايا والأقواس



أهداف الدرس

- أعين الزوايا المركزية والأقواس الكبرى والأقواس الصغرى ونصف الدائرة وأجد قياسها.
- أجد طول القوس.



فيما سبق تعلمنا

إيجاد قياسات الزوايا وتحديد الزوايا المتطابقة



المفردات

- الزاوية المركزية
- القوس
- القوس الأكبر
- القوس الأصغر
- الأقواس المتطابقة
- الأقواس المتجاورة
- طول القوس



اليوم/
التاريخ/

الموضوع/ قياس الزوايا والأقواس

لماذا؟



معظم الساعات في الأجهزة الإلكترونية عبارة عن ساعات رقمية، وهي الساعات التي تُظهر الوقت على شكل أرقام. وتستعمل الساعات العادية في تزيين المنازل ، أو استعمالها ساعات يدوية ، وهذه الساعات لها عقارب أو مؤشرات متحركة تُشير إلى الساعة والدقيقة ، وأحيانا هناك مؤشر أو عقرب للثواني.

ووجه هذه الساعة عبارة عن دائرة ، وتكون العقارب الثلاث زوايا مركزية فيها.

1 ما النقطة التي تبعد مسافات متساوية عن الأعداد من ١-12 ؟

2 ضع تخميناً حول سبب بقاء الزاوية المحصورة بين عقربي الساعات والدقائق واللذان يشيران لوقت ما . في الساعة ثابته بغض النظر عن كبر الساعة أو صغرها ؟

اليوم/
التاريخ/

الموضوع/ قياس الزوايا والأقواس

شاهد - دون - شارك

فيديو

من خلال مشاهدتك سجلي ملاحظاتك حول كل مما يلي

مفهوم الزاوية المركزية

مجموع قياسات الزوايا المركزية

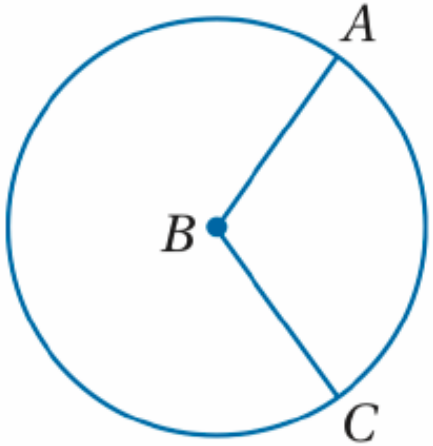
القوس





GeoGebra

الزاوية المركزية



الزاوية المركزية في الدائرة هي زاوية يقع رأسها في المركز وضلعاها نصفا قطرين في الدائرة.

في الشكل المجاور $\angle ABC$ هي زاوية مركزية في $\odot B$.

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توزيع

@MarymAlamer

اليوم/
التاريخ/

الموضوع/ قياس الزوايا والأقواس

المناقشة النشطة



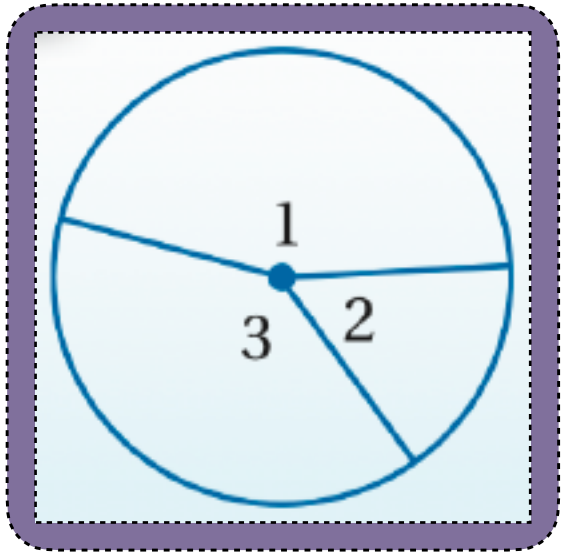
GeoGebra

مجموع قياسات الزاوية المركزية

التعبير اللفظي: مجموع قياسات الزوايا المركزية في الدائرة، والتي لا تحوي نقاطًا داخلية مشتركة يساوي $360°$.

مثال

$$m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 = 360°$$

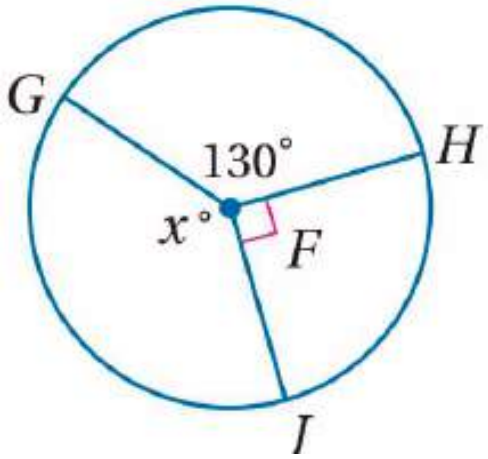


مجموعة رفعة الرياضيات
@MarymAlamer



مثال 1 صفحة 126 إيجاد قياس الزاوية المركزية

أوجد قيمة x في الشكل المجاور.



مجموع قياسات الزوايا المركزية $m\angle GFH + m\angle HFJ + m\angle GFJ = 360°$

بالتعويض $130° + 90° + x = 360°$

بالتبسيط $220° + x = 360°$

بطرح $220°$ من كلا الطرفين $x = 140°$

مجموعة رفعة الرياضيات
@MarymAlamer



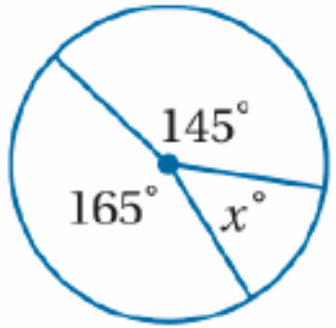
اليوم/
التاريخ/

الموضوع/ قياس الزوايا والأقواس

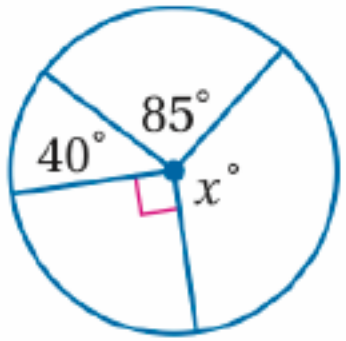
تحقق من فهمك 1 صفحة 126

أوجد قيمة x في الشكل المجاور.

(1A



(1B



مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

@MarymAlamer

الموضوع/ قياس الزوايا والأقواس

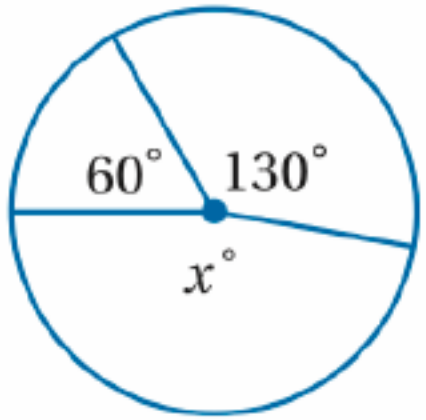
تعاقب الأدوار



تأكد صفحة 130

أوجد قيمة x في كلٍّ من الشكلين الآتيين:

1)



.....

.....

.....

.....

@MarymAlamer

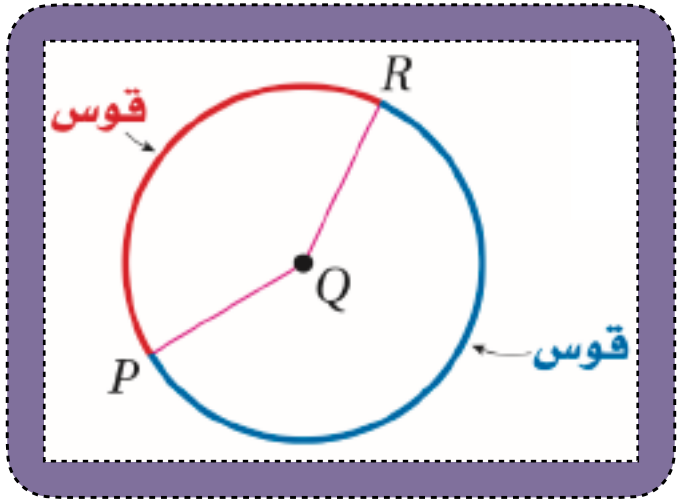
الموضوع/ قياس الزوايا والأقواس

المناقشة النشطة



القوس

القوس جزء من دائرة يحدد طرفيه ، وعند رسم زاوية مركزية ، تنقسم الدائرة إلى قوسين ، يرتبط كل منهما بقياس الزاوية المركزية المقابلة له.



مجموعة رفعة الرياضيات
@MarymAlamer

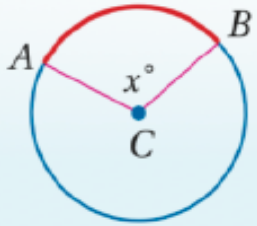
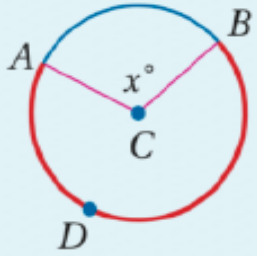
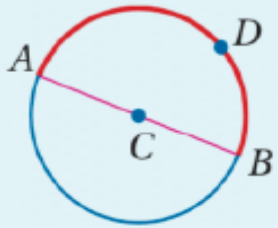


اليوم/
التاريخ/

الموضوع/ قياس الزوايا والأقواس

GeoGebra

الأقواس وقياسها

القوس	قياسه
القوس الأصغر هو القوس الأقصر الذي يصل بين نقطتين على الدائرة.	يقل قياس القوس الأصغر عن 180° ، ويساوي قياس الزاوية المركزية المقابلة له. $m\overset{\frown}{AB} = m\angle ACB = x^\circ$ 
القوس الأكبر هو القوس الأطول الذي يصل بين نقطتين على الدائرة.	يزيد قياس القوس الأكبر على 180°، ويساوي 360° مطروحًا منه قياس القوس الأصغر الذي يصل بين النقطتين نفسيهما. $m\overset{\frown}{ADB} = 360^\circ - m\overset{\frown}{AB} = 360^\circ - x^\circ$ 
نصف الدائرة هي قوس تقع نقطتا طرفيه على قطر الدائرة.	قياس نصف الدائرة يساوي 180° $m\overset{\frown}{ADB} = 180^\circ$ 



إرشادات الدراسة

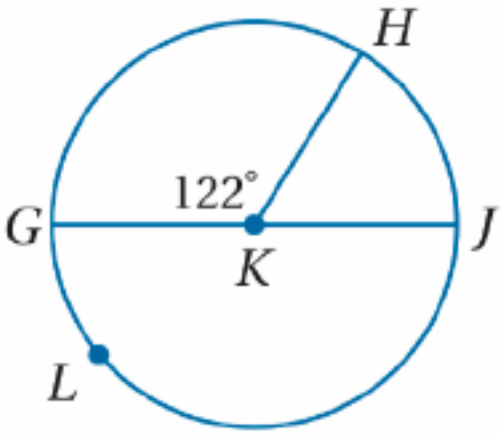
تسمية الأقواس:

يُسمّى القوس الأصغر بنقطتَي طرفيه ، أما القوس الأكبر ونصف الدائرة فيسميان بنقطتَي الطرفين بالإضافة إلى نقطةٍ على القوس بينهما.



مثال 2 صفحة 127 تصنيف الأقواس وإيجاد قياساتها

$\overline{GJ}$ قطر في $\odot K$، حدّد ما إذا كان كلٌّ من الأقواس الآتية قوسًا أكبر أو أصغر أو نصف دائرةٍ، ثم أوجد قياسه.



a) $\overset{\frown}{GH}$

$\overset{\frown}{GH}$ قوس أصغر، وقياسه: $m\overset{\frown}{GH} = m\angle GKH = 122°$.

b) $\overset{\frown}{GLH}$

$\overset{\frown}{GLH}$ هو القوس الأكبر الذي يشترك مع القوس الأصغر $\overset{\frown}{GH}$ في نقطتَي طرفيه.

$$m\overset{\frown}{GLH} = 360° - m\overset{\frown}{GH}$$
$$= 360° - 122° = 238°$$

c) $\overset{\frown}{GLJ}$

$\overset{\frown}{GLJ}$ هو نصف دائرة،

إذن: $m\overset{\frown}{GLJ} = 180°$.

قراءة الرياضيات



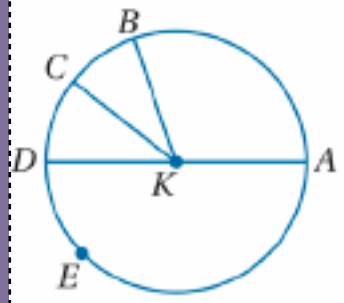
الرمز $\overset{\frown}{\ }$

يقرأ الرمز $\overset{\frown}{\ }$ القوس.

في الدائرة أدناه

$\overset{\frown}{AB}$ يقرأ القوس AB،

أما $\overset{\frown}{AEC}$ فيقرأ القوس AEC، وكذلك $\overset{\frown}{AED}$ فيقرأ القوس AED.

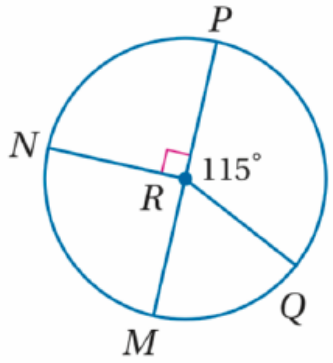




اليوم/
التاريخ/

الموضوع/ قياس الزوايا والأقواس

تحقق من فهمك 2 صفحة 127



$\overline{PM}$ قطر في $\odot R$، حدّد ما إذا كان كلٌّ من الأقواس الآتية قوسًا أكبر أو أصغر أو نصف دائرة، ثم أوجد قياسه.

2A $\overset{\frown}{MQ}$

2B $\overset{\frown}{MNP}$

2C $\overset{\frown}{MNQ}$

@MarymAlamer

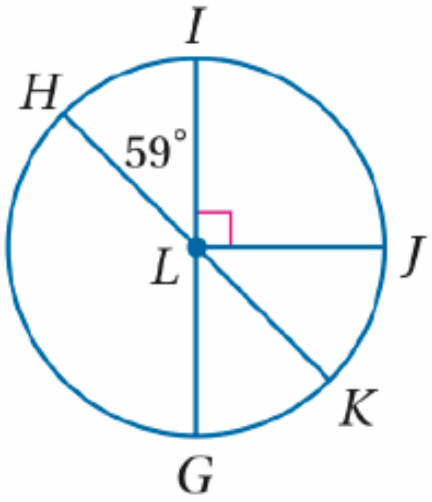


اليوم/
التاريخ/

الموضوع/ قياس الزوايا والأقواس

تأكد صفحة 130

$\overline{HK}$, $\overline{IG}$ قطران في $\odot L$، حدّد ما إذا كان كلّ قوس فيما يأتي قوسًا أكبر أو أصغر أو نصف دائرة، ثم أوجد قياسه.



3) $\overset{\frown}{IHJ}$

4) $\overset{\frown}{HI}$

5) $\overset{\frown}{HGK}$

@MarymAlamer

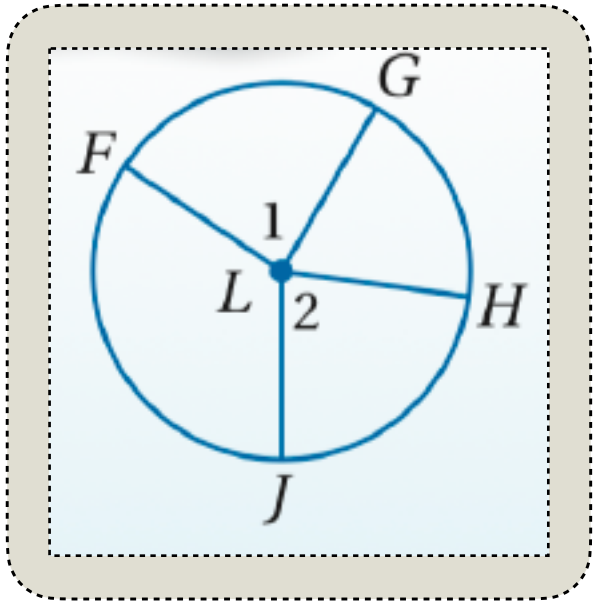
الموضوع/ قياس الزوايا والأقواس

المناقشة النشطة



الأقواس المتطابقة

هي الأقواس التي تقع في دائرة واحدة أو في دائرتين متطابقتين ويكون لها القياس نفسه.



التعبير اللفظي: في الدائرة نفسها أو في دائرتين متطابقتين، يكون القوسان متطابقين، إذا وفقط إذا كانت الزاويتان المركزيّتان المقابلتان لهما متطابقتين.

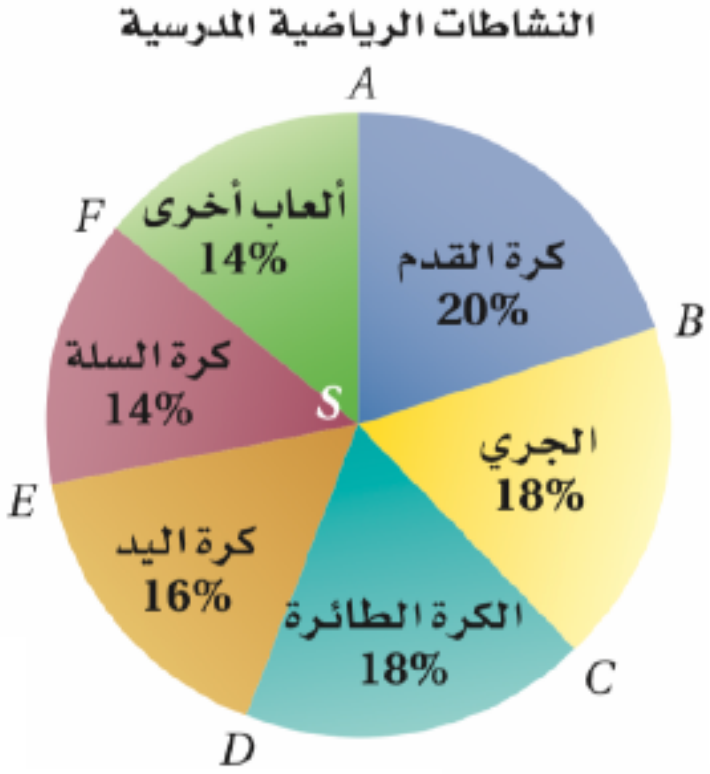
مثال: إذا كانت $\angle 2 \cong \angle 1$ ، فإن $\overset{\frown}{FG} \cong \overset{\frown}{HJ}$.

إذا كان $\overset{\frown}{HJ} \cong \overset{\frown}{FG}$، فإن $\angle 2 \cong \angle 1$.

@MarymAlamer

مثال 3 صفحة 128 إيجاد قياس القوس من القطاعات الدائرية

رياضة: استعمل التمثيل بالقطاعات الدائرية المجاور، لإيجاد كلّ من القياسات الآتية:



a) $m\widehat{CD}$

$\widehat{CD}$ هو قوس أصغر.

إذن $m\widehat{CD} = m\angle CSD$

$\angle CSD$ تُمثّل 18% من الكل أو 18% من الدائرة.

$m\angle CSD = 0.18(360°)$ إيجاد 18% من 360°

$= 64.8°$ بالتبسيط

b) $m\widehat{BC}$

النسبتان المئويتان للكرة الطائرة والجري متساويتان؛ إذن الزاويتان المركزيتان متطابقتان. والقوسان المقابلان لهما متطابقان.

$m\widehat{BC} = m\widehat{CD} = 64.8°$

@MarymAlame



اليوم/
التاريخ/

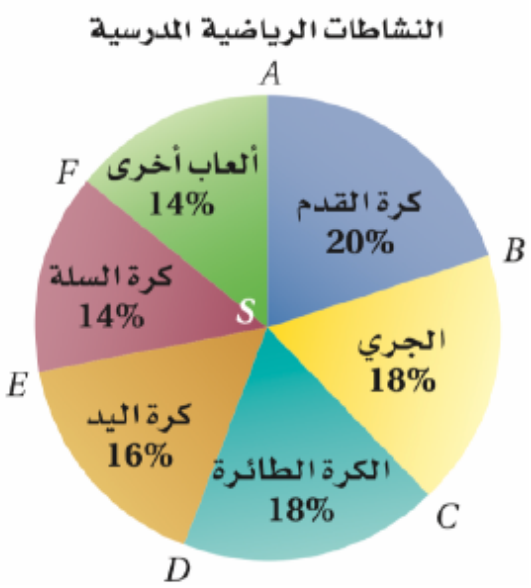
الموضوع/ قياس الزوايا والأقواس

تحقق من فهمك 3 صفحة 128

رياضة: استعمل التمثيل بالقطاعات الدائرية المجاور، لإيجاد كلٍّ من القياسات الآتية:

(3A $m\widehat{EF}$

(3B $m\widehat{FA}$



@MarymAlamer

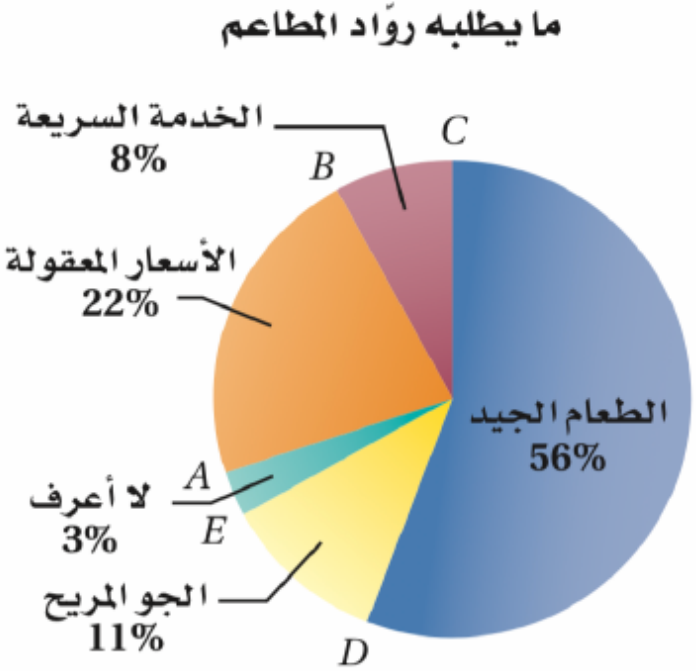
الموضوع/ قياس الزوايا والأقواس

تعاقب الأدوار



تأكد صفحة 130

6) **مطاعم:** يعرض الشكل المجاور نتائج استطلاع حول ما يطلبه روّاد المطاعم.



a) أوجد $m\widehat{AB}$.

.....

.....

b) أوجد $m\widehat{BC}$.

.....

.....

c) صف نوع قوس قطاع الطعام الجيد.

.....

.....

@MarymAlamer

الموضوع/ قياس الزوايا والأقواس

تعلمنا اليوم :



الزاوية المركزية

مجموع قياسات الزوايا المركزية 360°



الأقواس وقياساتها

- قوس أصغر قياسها أقل من 180°
- نصف دائرة قياسها يساوي 180°
- قوس أكبر قياسها أكبر من 180°

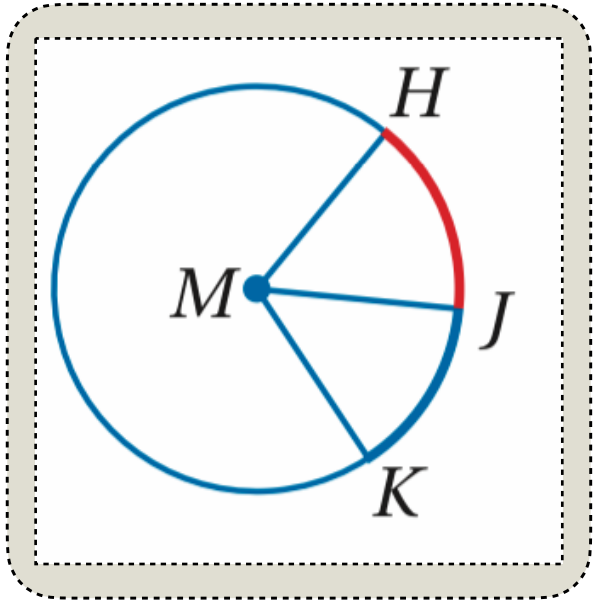
@MarymAlamer



الأقواس المتجاورة

GeoGebra

هي أقواس في الدائرة تشترك مع بعضها في نقطة واحدة فقط



$\overset{\frown}{JK}$, $\overset{\frown}{HJ}$ قوسان متجاوران في $\odot M$ ، وكما هي الحال في الزوايا المتجاورة، يمكنك جمع قياس الأقواس المتجاورة.

الموضوع/ قياس الزوايا والأقواس

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توزيع

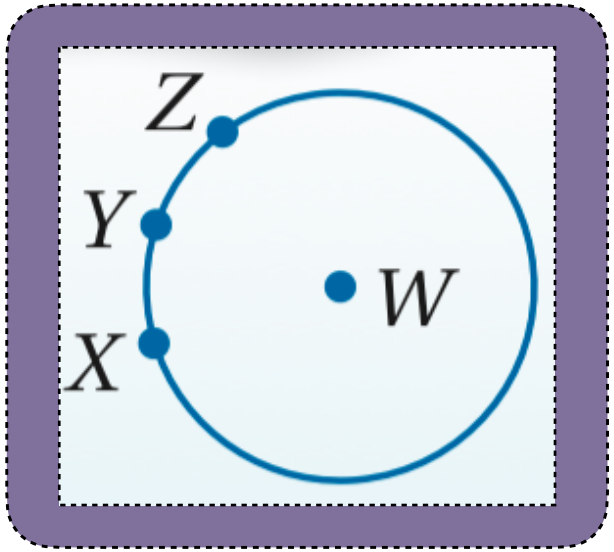
مسلمة جمع الأقواس

GeoGebra

التعبير اللفظي: قياس القوس المتكوّن من قوسين متجاورين يساوي مجموع قياسَي هذين القوسين.

مثال

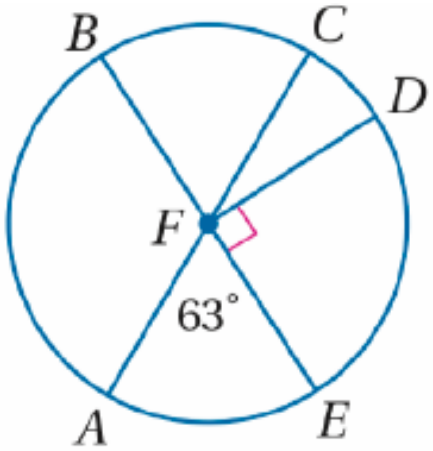
$$m\widehat{XZ} = m\widehat{XY} + m\widehat{YZ}$$



@MarymAlamer



مثال ٦ صفحة 128 إيجاد قياس القوس باستعمال مسلمة جمع الأقواس



أوجد كلاًّ من القياسات الآتية في $\odot F$:

a $m\widehat{AD}$

$m\widehat{AD} = m\widehat{AE} + m\widehat{ED}$ مسلّمة جمع الأقواس

$= m\angle AFE + m\angle EFD$ $m\widehat{AE} = m\angle AFE,\ m\widehat{ED} = m\angle EFD$

$= 63^\circ + 90^\circ = 153^\circ$ بالتعويض

b $m\widehat{ADB}$

$m\widehat{ADB} = m\widehat{AE} + m\widehat{EDB}$ مسلّمة جمع الأقواس

$= 63^\circ + 180^\circ = 243^\circ$ $\widehat{EDB}$ نصف دائرة؛ إذن: $m\widehat{EDB} = 180^\circ$



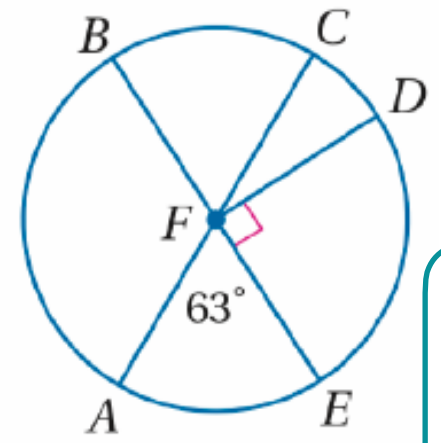
اليوم/
التاريخ/

الموضوع/ قياس الزوايا والأقواس

تحقق من فهمك ٦ صفحة 128

أوجد كلاًّ من القياسات الآتية في $\odot F$:

(4A $m\widehat{CE}$



(4B $m\widehat{ABD}$

@MarymAlamer

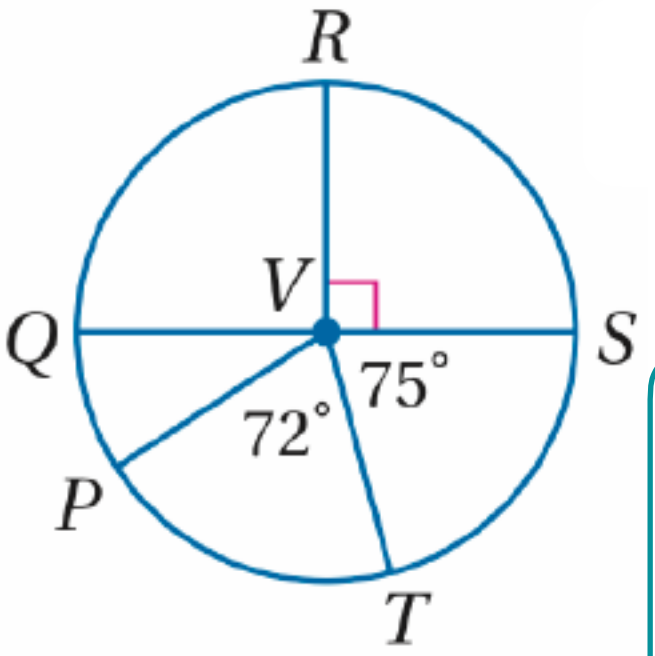


اليوم/
التاريخ/

الموضوع/ قياس الزوايا والأقواس

تأكد صفحة 130

$\overline{QS}$ قطر في $\odot V$، أوجد كلًّا من القياسات الآتية:



7) $m\widehat{STP}$

8) $m\widehat{QRT}$

@MarymAlamer



اليوم/

التاريخ/

الموضوع/ قياس الزوايا والأقواس

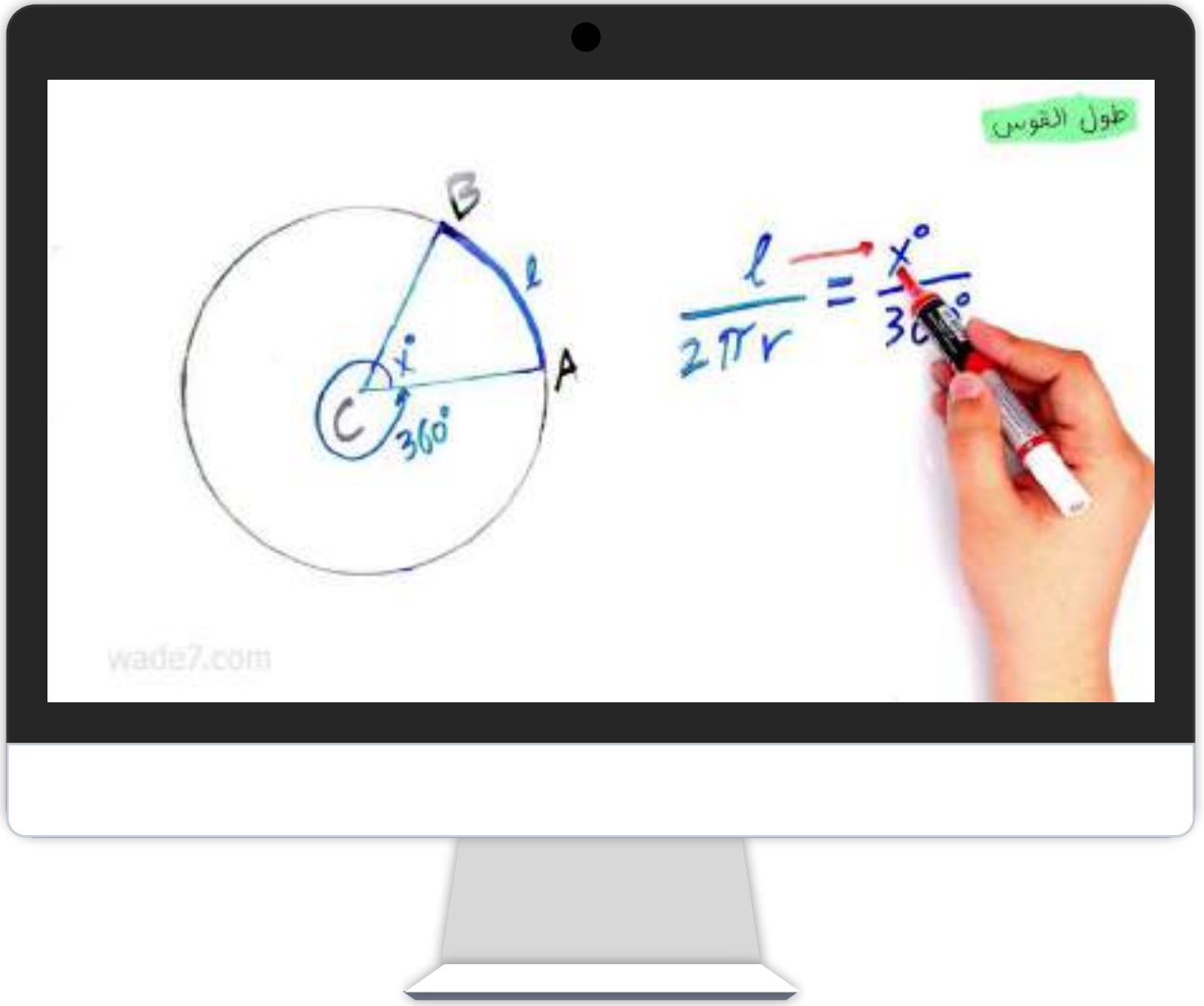
شاهد - دون - شارك



فيديو

من خلال مشاهدتك سجلي ملاحظاتك حول

الفرق بين قياس القوس وطول القوس



اليوم/
التاريخ/

الموضوع/ قياس الزوايا والأقواس

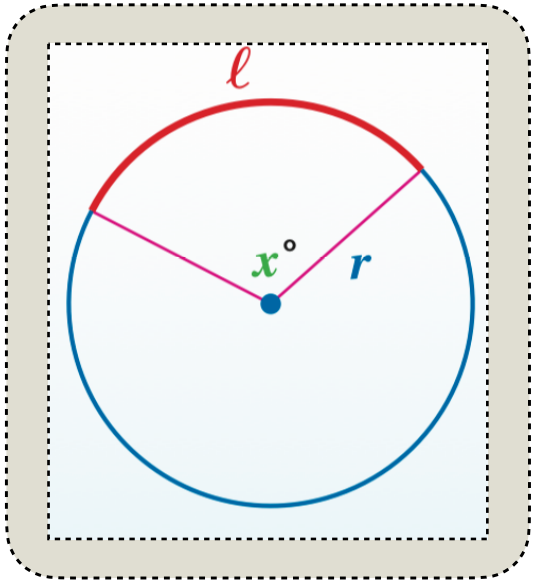
المناقشة النشطة



GeoGebra

طول القوس

هي المسافة على الدائرة بين نقطتي طرفيه ويقاس بوحدات الطول وبما أن جزء من الدائرة فإن طوله جزء من محيطها



التعبير اللفظي: إذا كان طول القوس يساوي ℓ ومحيط الدائرة يساوي $2\pi r$، وقياس القوس بالدرجات يساوي x° فإن نسبة طول القوس إلى محيط الدائرة يساوي نسبة قياس القوس بالدرجات إلى 360°

الرموز:

$$\frac{\ell}{2\pi r} = \frac{x^\circ}{360^\circ}$$

أي أن:

$$\ell = \frac{x^\circ}{360^\circ} \cdot 2\pi r$$

@MarymAlamer

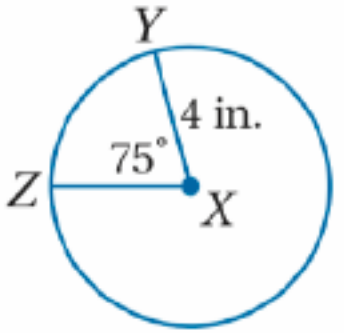
الموضوع/ قياس الزوايا والأقواس

المناقشة النشطة



مثال 5 صفحة 129 إيجاد طول القوس

(a

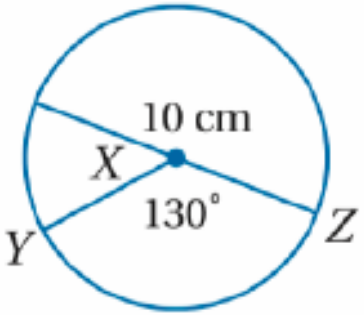


صيغة طول القوس $\ell = \frac{x^\circ}{360^\circ} \cdot 2\pi r$

بالتعويض $= \frac{75^\circ}{360^\circ} \cdot 2\pi(4)$

باستعمال الحاسبة ≈ 5.24 in

(b



صيغة طول القوس $\ell = \frac{x^\circ}{360^\circ} \cdot 2\pi r$

بالتعويض $= \frac{130^\circ}{360^\circ} \cdot 2\pi(5)$

باستعمال الحاسبة ≈ 11.34 cm

@MarymAlamer

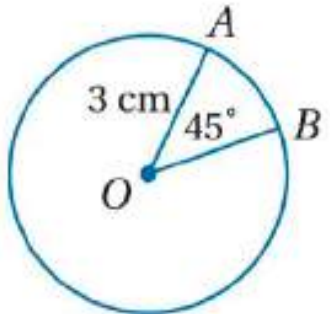
اليوم/
التاريخ/

الموضوع/ قياس الزوايا والأقواس

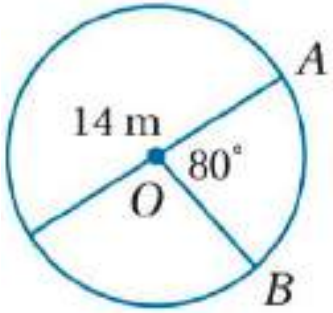
تحقق من فهمك 5 صفحة 129

أوجد طول $\overset{\frown}{AB}$ في كلٍّ ممَّا يأتي مقرّبًا إلى أقرب جزءٍ من مئةٍ:

(5A



(5B

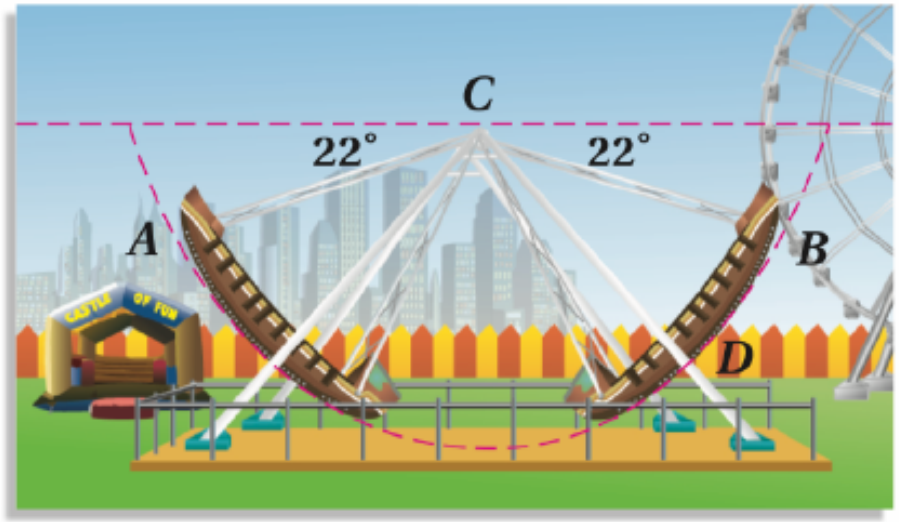


تنبيه !

طول القوس:
يُعطى طول القوس بوحدات الطول مثل السنتمترات، أما قياس القوس فيعطى بالدرجات.

تدرب وحل المسائل صفحة 132

43) ألعاب: يأخذ مسار لعبة السفينة في مدينة ألعاب شكل نصف دائرة كما في الشكل المجاور.



a) أوجد $m\widehat{AB}$

b) إذا كان $CD = 62$ ft، فما طول $\widehat{AB}$؟ قرّب إجابتك إلى أقرب جزء من مئة.

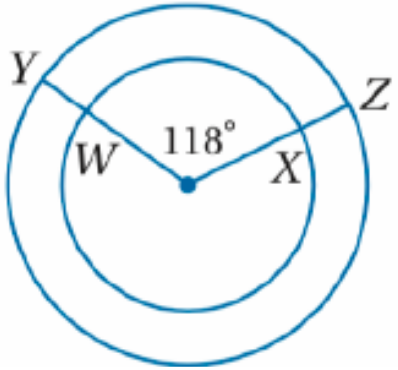


اليوم/
التاريخ/

الموضوع/ قياس الزوايا والأقواس

مهارات التفكير العليا صفحة 126

47) اكتشف الخطأ: يقول إبراهيم: إن $\overset{\frown}{YZ}$, $\overset{\frown}{WX}$ متطابقان؛ لأن زاويتَيهما المركزيتين متطابقتان، بينما يقول سالم: إنهما غير متطابقين. هل أيٌّ منهما على صواب؟ برِّر إجابتك.

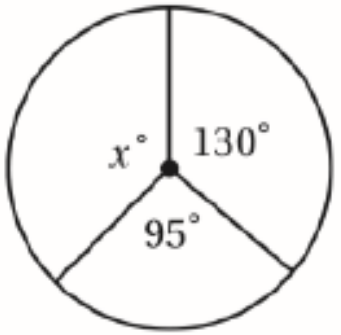


@MarymAlamer

تدرب على اختبار صفحة 125

تحصيلي

54) أوجد قيمة x؟



A 120

B 135

C 145

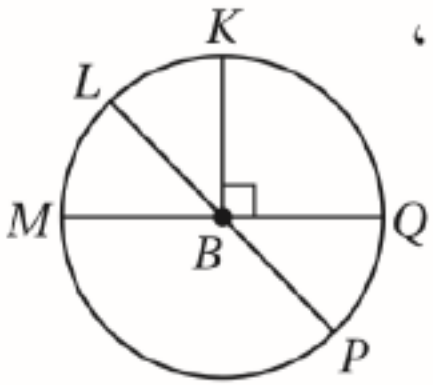
D 160

@MarymAlamer

تدرب على اختبار صفحة 125

تحصيلي

55) في $\odot B$ ، إذا كان: $m\angle LBM = (3x)^\circ$ ،
$m\angle LBQ = (4x + 61)^\circ$ ،
فما قياس $\angle PBQ$ ؟



@MarymAlamer

تعلمنا في هذا الدرس:

الزاوية المركزية

مجموع قياسات الزوايا المركزية 360°

الأقواس وقياساتها

- قوس أصغر قياسها أقل من 180°
- نصف دائرة قياسها يساوي 180°
- قوس أكبر قياسها أكبر من 180°

مسلمة جمع الأقواس

قياس القوس المتكون من قوسين متجاورين يساوي مجموع قياسي هذين القوسين

طول القوس

$$\ell = \frac{x^\circ}{360^\circ} \cdot 2\pi r$$

@MarymAlamer

الفصل الثامن

الدائرة



8-3

الزوايا المحيطية



اليوم/

التاريخ/

الموضوع/ الزوايا المحيطية

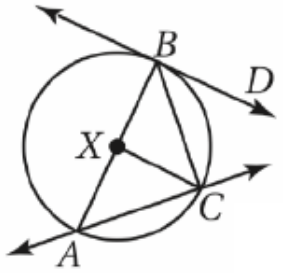
اللهم علمنا ما ينفعنا وانفعنا بما علمتنا وزدنا علما

@MarymAlamer

مجموعة رفعة الرياضيات

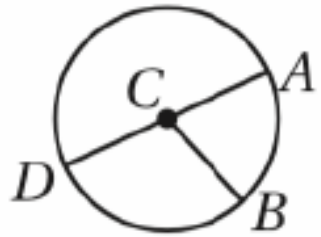
مراجعة تراكمية

في الشكل المجاور عيّن قطر $\odot X$



A	$\overline{XB}$	B	$\overline{AB}$	C	$\overline{BC}$	D	$\overleftrightarrow{AC}$

في $\odot C$ الموضحة في الشكل المجاور، $m\widehat{AB}=72^\circ$، أوجد $m\angle BCD$.



A	72°	B	108°	C	144°	D	180°

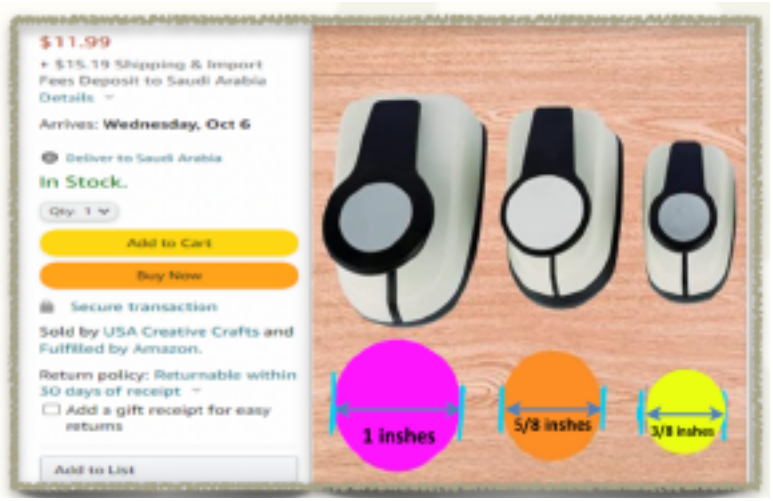
@MarymAlamer

الموضوع/ الزوايا المحيطية

اليوم/
التاريخ/

المهارة : التحويل بين العملات وإيجاد التكلفة الكلية

يباع طقم خرامات الورق لدى إحدى المواقع الالكترونية بسعر ١١,٩٩دولار بالإضافة إلى ١٥,١٩دولار رسوم الشحن والاستيراد للمملكة العربية السعودية .



١	قامت مها بإضافة المنتج السابق لسلة المشتريات الخاصة بها ولكنها ترغب بمعرفة التكاليف بالريال قبل إتمام عملية الشراء، استخدمت سعر الصرف ٣,٧٥ وحسبت التكاليف ٦٠,١٥٢٥ ريال ، وعند إتمام العملية تبين لها أن حسبتها غير صحيحة ، ماالخطأ الذي وقعت فيه أثناء الحسبة .
أ	حولت سعر الشحن لكنها لم تحول سعر المنتج لريالات وجمعته كما هو.
ب	حولت سعر المنتج لكنها لم تحول سعر الشحن لريالات وجمعته كما هو.
ج	أخطأت في سعر الصرف حيث لم تكتب الفاصلة وضربت في ٣٧٥
د	جمعت سعر الصرف مع سعر المنتج وتكاليف الشحن.

اليوم/
التاريخ/

الموضوع/ الزوايا المحيطية

فيما سبق تعلمنا

إيجاد قياس الزوايا الدخلية للمضلعات

أهداف الدرس

- أجد قياسات الزوايا المحيطية
- أجد قياس زوايا المضلعات المحاط بدائرة

المفردات

- الزاوية المحيطية
- القوس المقابل



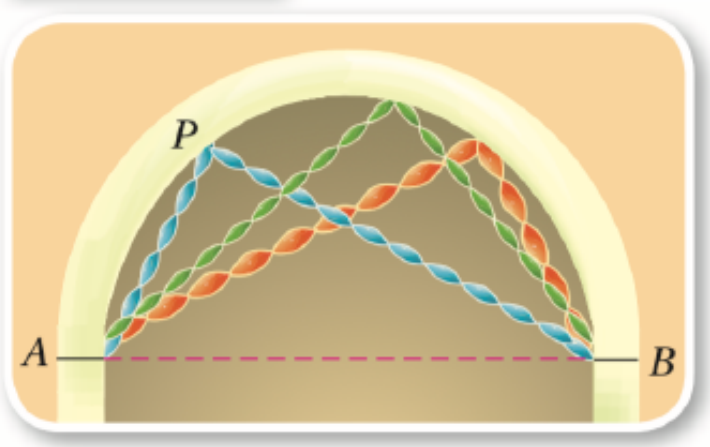
اليوم/

التاريخ/

الموضوع/ الزوايا المحيطية

لماذا؟

يعلو مدخل قاعد احتفالات قوس على شكل نصف دائرة .زُين هذا المدخل بأشرطة ملونة، بحيث ثُبت أحد طرفي كل شريط عن النقطة A والطرف الأخر عند النقطة B . ثم رفعت الأشرطة ، وتم تثبيت كل منها عند نقطة مختلفة على القوس مثل P كما في الشكل المجاور . لاحظ أن الزوايا المتكونة من هذه الأشرطة تبدو متطابقة بغض النظر عن موقع النقطة P.



1 ما قياس قوس القنطرة ؟

2 إذا كان قياس القوس من النقطة A إلى النقطة p المثبت عندها الشريط على القنطرة يساوي 60° فما قياس القوس من النقطة B إلى النقطة p المثبت عندها الشريط على القنطرة ؟



اليوم/

التاريخ/

الموضوع/ الزوايا المحيطية

شاهد - دون - شارك



فيديو



من خلال مشاهدتك سجلي ملاحظاتك حول كل مما يلي

مفهوم الزاوية المحيطية

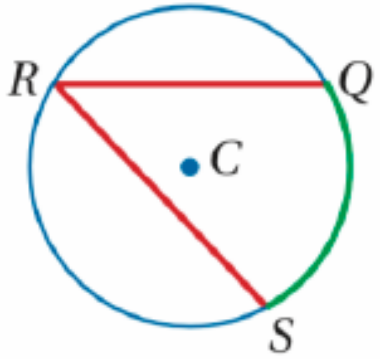
قياس الزوايا المحيطية

علاقة الزاوية المركزية بالزاوية المحيطية



الزاوية المحيطية

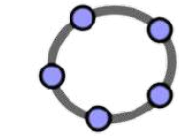
GeoGebra



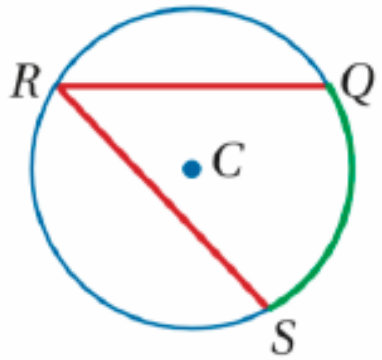
الزاوية المحيطية هي زاوية يقع رأسها على الدائرة ويحتوي ضلعاها وترين في الدائرة.

فالزاوية QRS هي زاوية محيطية في $\odot C$





القوس المقابل للزاوية المحيطية



القوس المقابل للزاوية المحيطية هو قوس يقع داخل الزاوية المحيطية ويقع طرفاه على ضلعيها.

مثال

القوس الأصغر $\overset{\frown}{QS}$ في $\odot C$ هو القوس المقابل للزاوية QRS .

@MarymAlamer

مجموعة رفعة الرياضيات

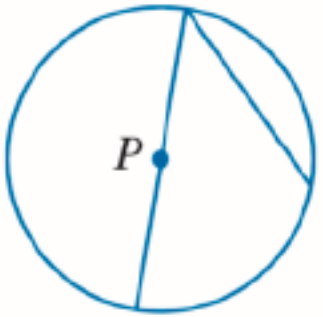
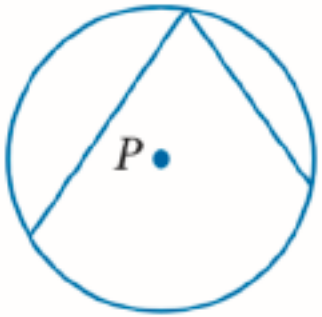
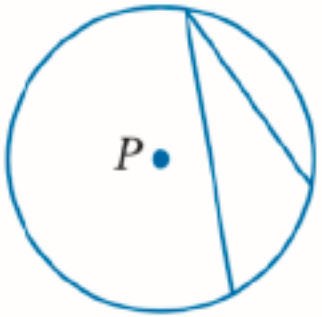
الموضوع/ الزوايا المحيطية

المناقشة النشطة

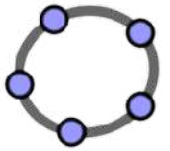


GeoGebra

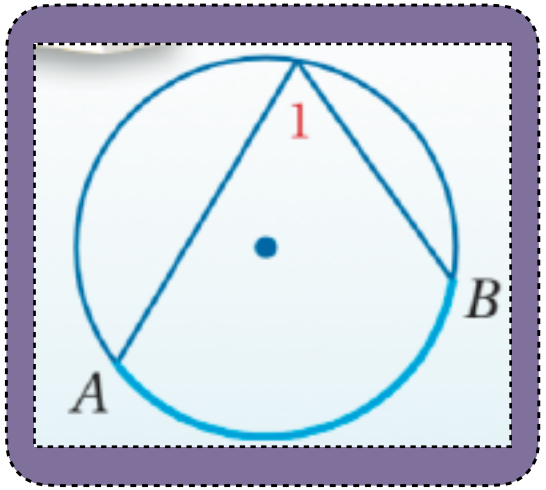
حالات الزوايا المحيطية

الحالة الأولى	الحالة الثانية	الحالة الثالثة
		
يقع مركز الدائرة P على أحد ضلعَي الزاوية المحيطية.	يقع مركز الدائرة P داخل الزاوية المحيطية.	يقع مركز الدائرة P خارج الزاوية المحيطية.





نظرية الزاوية المحيطية



قياس الزاوية المحيطية يساوي نصف قياس القوس المقابل لها

مثال

$$m\angle 1 = \frac{1}{2} m\overset{\frown}{AB}, \quad m\overset{\frown}{AB} = 2m\angle 1$$

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

@MarymAlamer

الموضوع/ الزوايا المحيطية

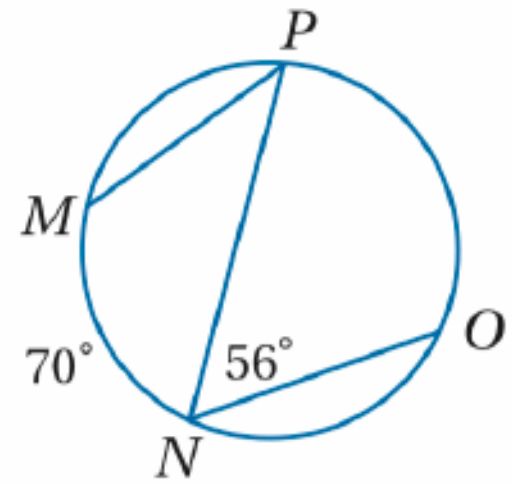
المناقشة النشطة



مثال 1 صفحة 162 استعمال الزوايا المحيطية لإيجاد القياسات

أوجد القياسين الآتيين مستعملًا الشكل المجاور:

a $m\angle P$ **b** $m\widehat{PO}$



$$m\angle P = \frac{1}{2} m\widehat{MN}$$
$$= \frac{1}{2}(70^\circ) = 35^\circ$$

$$m\widehat{PO} = 2m\angle N$$
$$= 2(56^\circ) = 112^\circ$$

مجموعة رفعة الرياضيات
@MarymAlamer

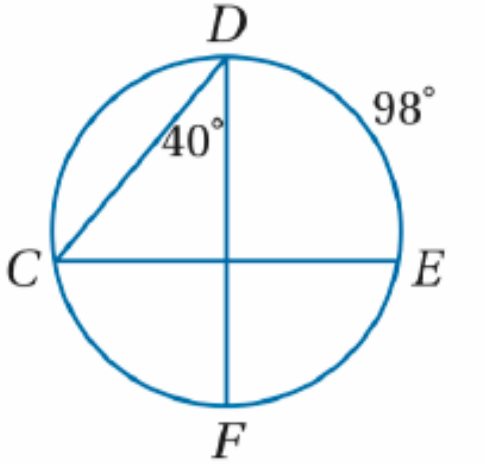


اليوم/
التاريخ/

الموضوع/ الزوايا المحيطية

تحقق من فهمك 1 صفحة 142

أوجد القياسات الآتية مستعملًا الشكل المجاور:



1A $m\overset{\frown}{CF}$

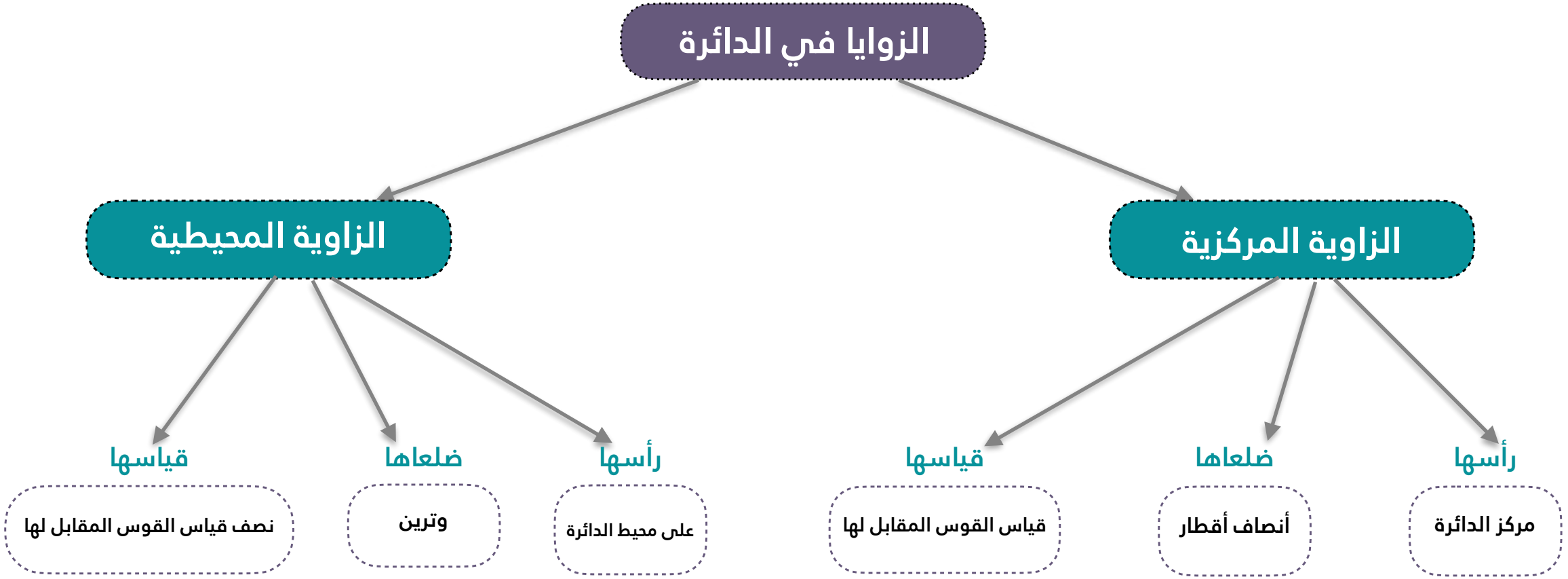
1B $m\angle C$

@MarymAlamer

اليوم/
التاريخ/

GeoGebra

الموضوع/ الزوايا المحيطية



@MarymAlamer

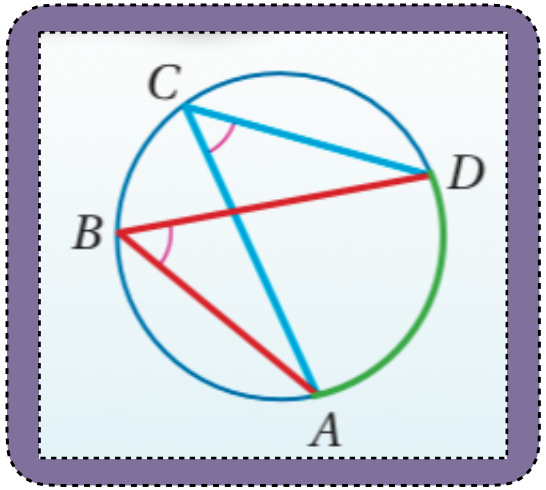
الموضوع/ الزوايا المحيطية

المناقشة النشطة



علاقة الزاويتين المحيطيتين اللتين تقابلان القوس نفسه في دائرة :

التعبير اللفظي: إذا قابلت زاويتان محيطيَّتان في دائرة القوس نفسه أو قوسين متطابقين، فإن الزاويتين تكونان متطابقتين.



مثال

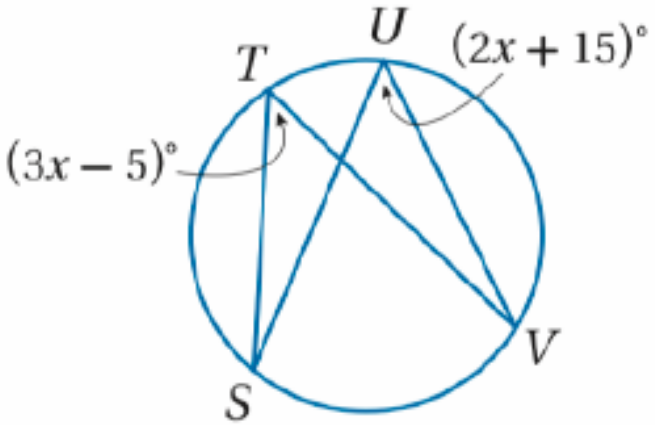
$\angle C$, $\angle B$ تقابلان $\overset{\frown}{AD}$ ، إذن $\angle B \cong \angle C$.

@MarymAlamer

مجموعة رفعة الرياضيات



مثال 2 صفحة 143 استعمال الزوايا المحيطية لإيجاد قياسات



جبر: أوجد $m\angle T$ مستعملًا الشكل المجاور.

$\angle T \cong \angle U$	$\angle T$, $\angle U$ كلاهما تقابلان $\overset{\frown}{SV}$
$m\angle T = m\angle U$	تعريف تطابق الزوايا
$3x - 5 = 2x + 15$	بالتعويض
$x = 20$	بالتبسيط

إذن: $m\angle T = (3(20) - 5)^\circ = 55^\circ$.





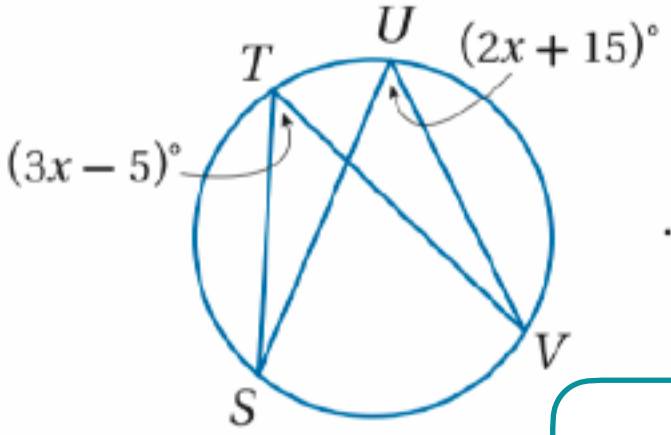
اليوم/
التاريخ/

الموضوع/ الزوايا المحيطية

تعاقب الأدوار



تحقق من فهمك 2 صفحة 143



2) إذا كان: $m\angle V = (x + 16)^\circ$, $m\angle S = (3x)^\circ$ ، فأوجد $m\angle S$ مستعملًا الشكل أعلاه.

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توزيع

@MarymAlamer



زوايا المضلعات المحاطة بدائرة

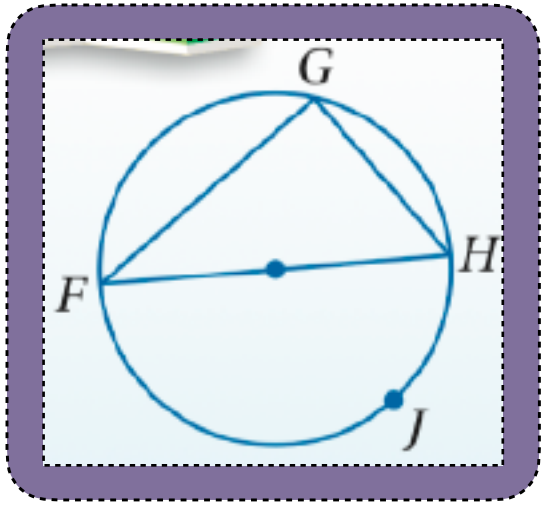
المثلث المحاط بدائرة

التعبير اللفظي: تقابل الزاوية المحيطية في مثلث قطرًا أو نصف دائرة، إذا وفقط إذا كانت هذه الزاوية قائمة.

مثال

إذا كانت $\overset{\frown}{FJH}$ نصف دائرة، فإن $m\angle G = 90°$.

إذا كان $m\angle G = 90°$ ، فإن $\overset{\frown}{FJH}$ هي نصف دائرة، ويكون $\overline{FH}$ قطرًا فيها.



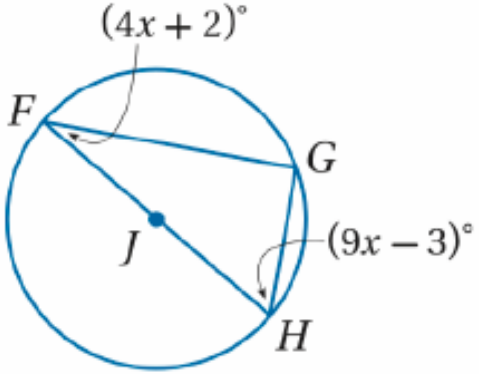
الموضوع/ الزوايا المحيطية

المناقشة النشطة



مثال ٦ صفحة ١٦٦ إيجاد قياسات زوايا المثلث المحاط بدائرة

جبر: أوجد $m\angle F$ مستعملا الشكل المجاور.



$\triangle FGH$ قائم الزاوية؛ لأن $\angle G$ محيطية تقابل نصف دائرة.

$m\angle F + m\angle G + m\angle H = 180^\circ$	نظرية مجموع زوايا المثلث
$(4x+2)^\circ + 90^\circ + (9x-3)^\circ = 180^\circ$	بالتعويض
$(13x)^\circ + 89^\circ = 180^\circ$	بالتبسيط
$13x = 91$	بطرح 89 من كلا الطرفين
$x = 7$	بقسمة كلا الطرفين على 13

إذن: $m\angle F = (4(7)+2)^\circ = 30^\circ$.



إرشادات الدراسة

المضلعات المحاطة بدائرة:
يكون المضلع محاطًا بدائرة، إذا وقعت رؤوسه جميعها على الدائرة نفسها.

@MarymAlamer

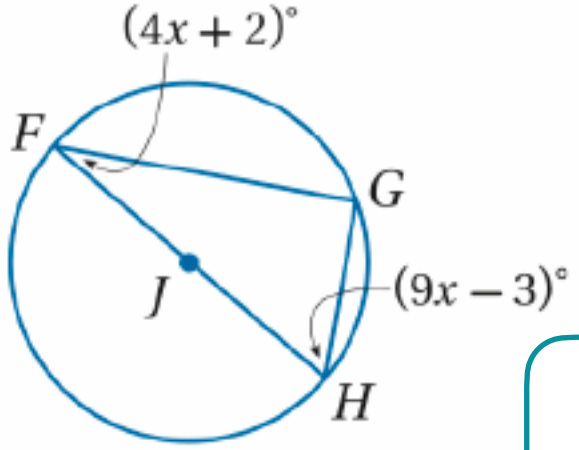
تعاقب الأدوار



اليوم/
التاريخ/

الموضوع/ الزوايا المحيطية

تحقق من فهمك ٦ صفحة ١٤٦



4) إذا كان $m\angle H = (17x - 8)^\circ$, $m\angle F = (7x + 2)^\circ$ ، فأوجد قيمة x مستعملًا الشكل أعلاه.

@MarymAlamer



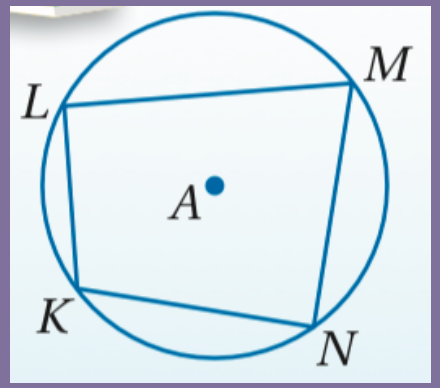
زوايا المضلعات المحاطة بدائرة



إرشادات الدراسة

الأشكال الرباعية:
يمكن إثبات نظرية **4.9**، بإثبات أن القوسين المقابلين لكل زاويتين متقابلتين في الشكل الرباعي المحاط بدائرة يكوِّنان دائرةً كاملةً.

الشكل الرباعي المحاط بدائرة



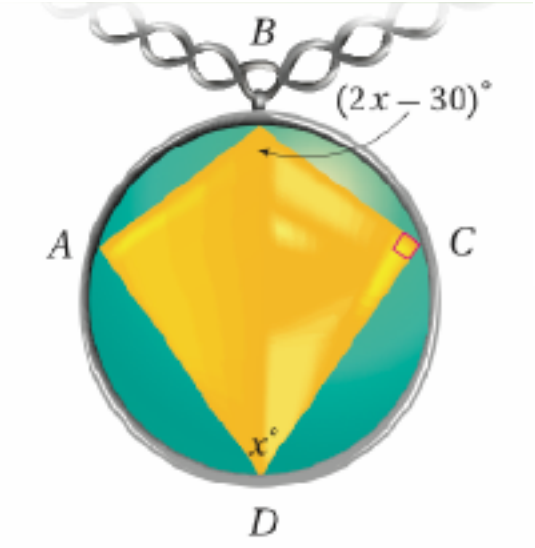
التعبير اللفظي: إذا كان الشكل الرباعي محاطًا بدائرة، فإن كل زاويتين متقابلتين فيه متكاملتان.

مثال

إذا كان الشكل الرباعي $KLMN$ محاطًا بـ $\odot A$،
فإن $\angle N, \angle L$ متكاملتان و $\angle M, \angle K$ متكاملتان أيضًا.



مثال 5 صفحة ١٦٦ إيجاد قياسات الزوايا



مجوهرات: يحتوي العقد الظاهر في الشكل على جوهرة بصورة مضلع رباعي محاط بدائرة، أوجد $m\angle A, m\angle B$.

بما أن $ABCD$ شكل رباعي محاط بدائرة، فإن كل زاويتين متقابلتين فيه متكاملتان.

$m\angle A + m\angle C = 180^\circ$	$m\angle B + m\angle D = 180^\circ$ كل زاويتين متقابلتين في الرباعي الدائري متكاملتين
$m\angle A + 90^\circ = 180^\circ$	$(2x - 30)^\circ + x^\circ = 180^\circ$ بالتعويض
$m\angle A = 90^\circ$	$(3x)^\circ - 30^\circ = 180^\circ$ بالتبسيط
	$3x = 210$ بإضافة 30° لكلا الطرفين
	$x = 70$ بقسمة كلا الطرفين على 3

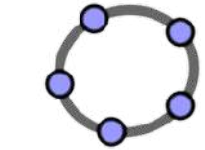
إذن: $m\angle A = 90^\circ, m\angle B = (2(70) - 30)^\circ = 110^\circ$.

الموضوع/ الزوايا المحيطية

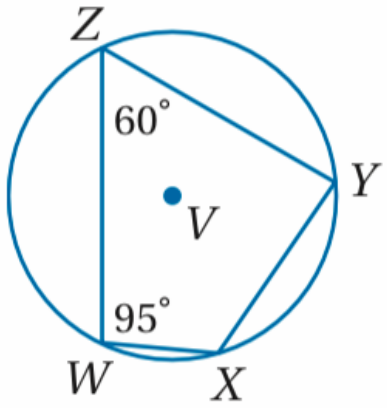
تعاقب الأدوار



تحقق من فهمك 5 صفحة ١٤٦



5) المضلع $WXYZ$ شكل رباعي محاط بِـ $\odot V$ ، أوجد $m\angle X, m\angle Y$.



@MarymAlamer



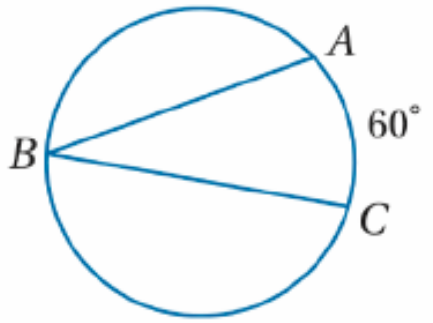
الموضوع/ الزوايا المحيطية

اليوم/
التاريخ/

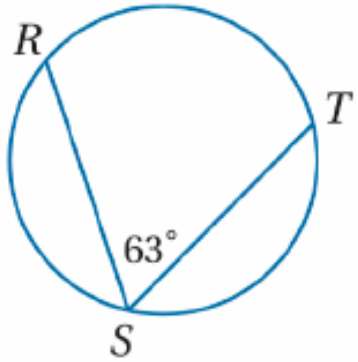
تأكد صفحة 145

أوجد كل قياس ممّا يأتي:

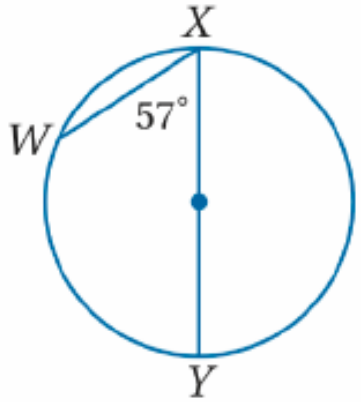
1) $m\angle B$



2) $m\widehat{RT}$



3) $m\widehat{WX}$



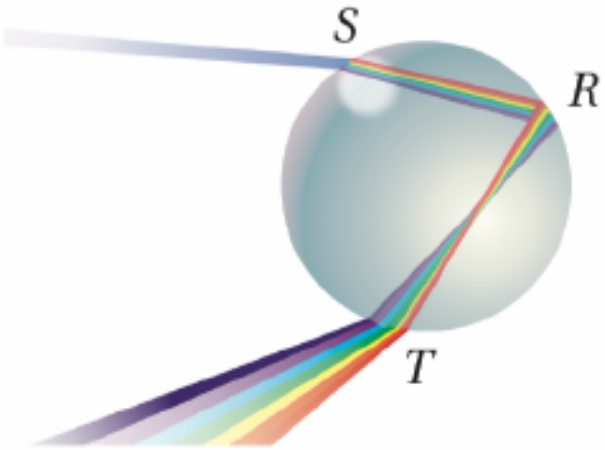
@MarymAlamer

الموضوع/ الزوايا المحيطية

اليوم/
التاريخ/

تأكد صفحة 145

4) **علوم:** يُبيّن الشكل المجاور انكسار أشعة الضوء في قطرة مطر لإنتاج ألوان الطيف، فإذا كان $m\overset{\frown}{ST} = 144°$ ، فأوجد $m\angle R$؟



@MarymAlamer



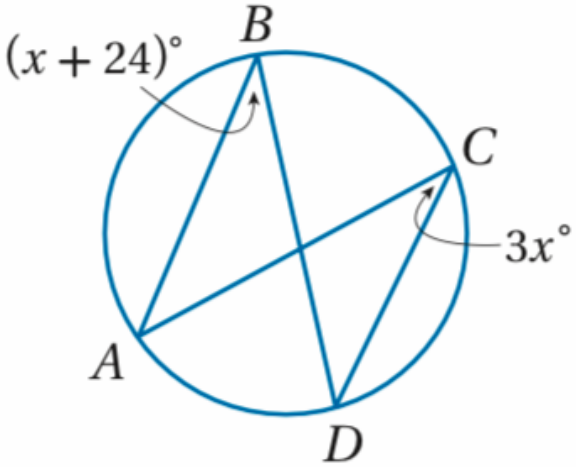
الموضوع/ الزوايا المحيطية

اليوم/
التاريخ/

تأكد صفحة 145

جبر: أوجد كلًّا من القياسين الآتيين:

6) $m\angle B$

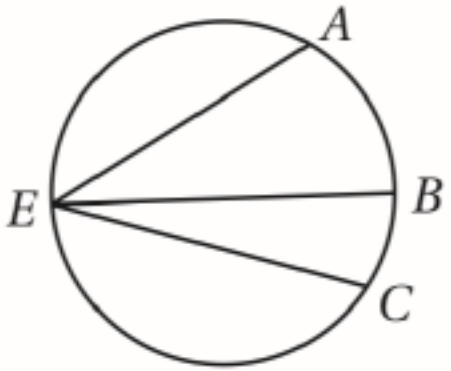


@MarymAlamer

تدرب على اختبار صفحة ١٦٧

تحصيلي

41) إذا كان: $m\widehat{AC} = 160°$ ،
$m\angle BEC = 38°$ ، فأوجد قيمة
$m\angle AEB$ مستعملًا الدائرة
المجاورة:



A 42°　**B** 61°　**C** 80°　**D** 84°

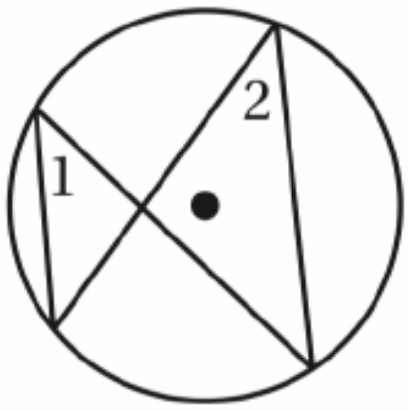
@MarymAlamer

الموضوع/ الزوايا المحيطية



تحصيلي

في الدائرة المجاورة إذا كان $m\angle 1 = (2x+10)^\circ$ و $m\angle 2 = (3x-6)^\circ$ أوجد قيمة x



A) 4

B) 16

C) 24

D) 42

تعلمنا في هذا الدرس:



الزاوية المحيطية

قياسها نصف قياس القوس المقابل لها



المثلث المحاط بدائرة

تقابل الزاوية المحيطية في مثلث قطر أو نصف دائرة إذا وفقط إذا كانت هذه الزاوية قائمة



الشكل الرباعي المحاط بدائرة

إذا كان الشكل الرباعي محاط بدائرة فإن كل زاويتين متقابلتين فيه متكاملتين



الزوايا المحيطية التي تقابل القوس نفسه

متطابقة

الفصل الثامن

الدائرة



8-4

الأقواس والأوتار



اليوم/

التاريخ/

الموضوع/ الأقواس و الأوتار

اللهم علمنا ما ينفعنا وانفعنا بما علمتنا وزدنا علما

@MarymAlamer

مجموعة رفعة الرياضيات

اليوم/
التاريخ/

الموضوع/ الأقواس و الأوتار

فيما سبق تعلمنا

استعمال العلاقات بين الأقواس والزوايا لإيجاد قياسات مختلفة

أهداف الدرس

- أميز العلاقات بين الأقواس و الأوتار واستعملها.
- أميز العلاقات بين الأقواس و الأوتار والأقطار واستعملها.

@MarymAlamer

الموضوع/ الأقواس و الأوتار

العصف الذهني



لماذا؟



يستعمل الخيَّاطون إطارًا دائريًّا لشد الأقمشة ثم تطريز الزخارف عليها. ويُظهر الشكل المجاور إطارًا دائريًّا، مثبتًا عليه تطريز على شكل نجمة، ويمثِّل كل رأسين متجاورين من رؤوس النجمة نهايتَي قوسٍ في الدائرة، أو نهايتي وترٍ يكوّن أحد أضلاع شكل سداسي رؤوسه على الدائرة.

1. يتكون إطار التطريز من 6 زوايا مركزية ما قياس كله منها؟

2. افترض أن طول قطر الإطار 12in ما طول القوس المقابل لإحدى الزوايا المركزية ؟

3. افترض أن قطر الاطار زاد بنسبة 125٪ ضعي تخمينا لطول الوتر والقوس الجديدين ؟

@MarymAlamer

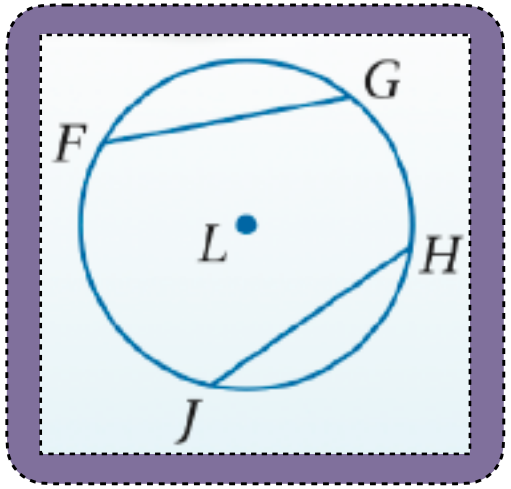
الموضوع/ الأقواس و الأوتار

المناقشة النشطة



تعلمنا سابقاً/ أن الوتر هو قطعة مستقيمة طرفاها على الدائرة، واذا لم يكن الوتر قطراً للدائرة فإن طرفيه يقسمهما إلى قوسين أحدهما أكبر والآخر أصغر

التعبير اللفظي: في الدائرة نفسها أو في دائرتين متطابقتين، يكون القوسان الأصغران متطابقين، إذا وفقط إذا كان الوتران المناظران لهما متطابقين.



مثال

$\overline{FG} \cong \overline{HJ}$، إذا وفقط إذا كان $\widehat{FG} \cong \widehat{HJ}$.

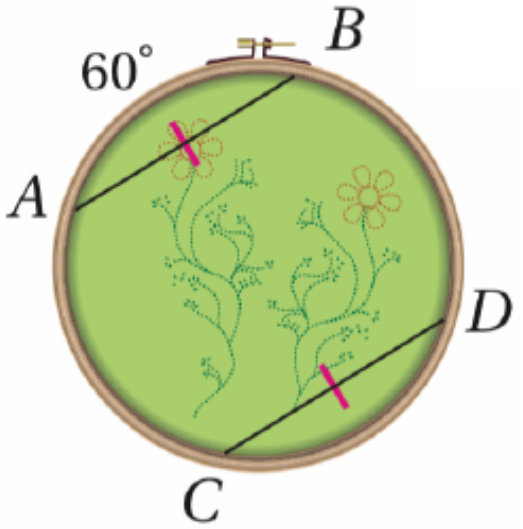
GeoGebra

@MarymAlamer



مثال 1 صفحة 134 استعمال الأوتار المتطابقة لإيجاد قياس القوس

حرف يدوية : إذا كان: $\overline{AB} \cong \overline{CD}, m\widehat{AB} = 60°$ في الشكل المجاور، فأوجد $m\widehat{CD}$



$\overline{CD}$, $\overline{AB}$ وتران متطابقان؛ إذن القوسان المقابلان لهما $\widehat{CD}$, $\widehat{AB}$ متطابقان

أي أنّ: $m\widehat{AB} = m\widehat{CD} = 60°$

مجموعة رفعة الرياضيات
@MarymAlamer

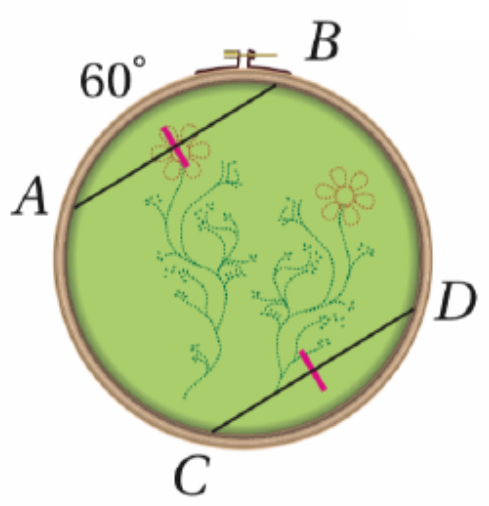


اليوم/
التاريخ/

الموضوع/ الأقواس و الأوتار

تحقق من فهمك 1 صفحة 134

1) إذا كان $m\overset{\frown}{AB} = 78°$ في الشكل أعلاه، فأوجد $m\overset{\frown}{CD}$.



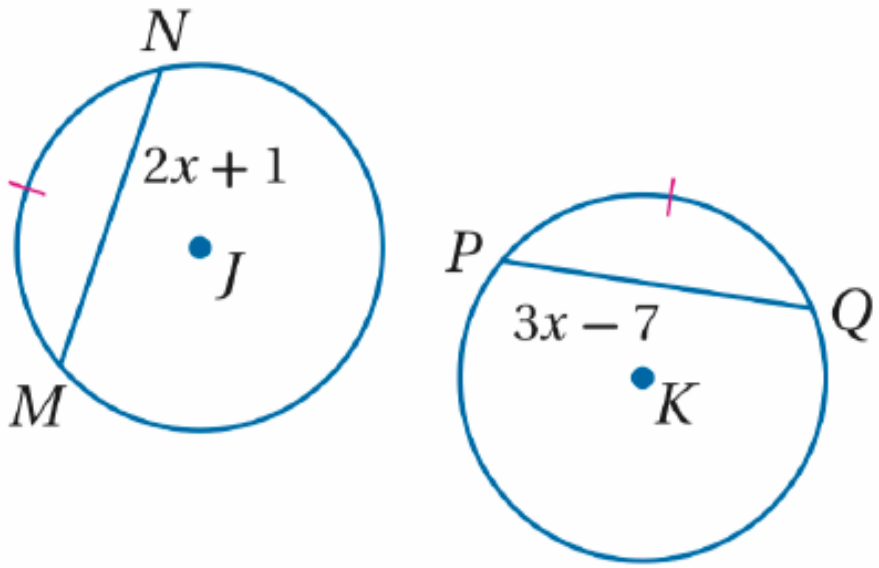
مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

@MarymAlamer



مثال 2 صفحة 135 استعمال الأوتار المتطابقة لإيجاد أطوال الأوتار

جبر: إذا كان: $\odot J \cong \odot K, \overset{\frown}{MN} \cong \overset{\frown}{PQ}$ ، فأوجد PQ .



$\overset{\frown}{PQ}, \overset{\frown}{MN}$ قوسان متطابقان في دائرتين متطابقتين؛
لذا فإن الوترين $\overline{PQ}, \overline{MN}$ متطابقان.

$MN = PQ$	تعريف القطع المتطابقة
$2x + 1 = 3x - 7$	بالتعويض
$8 = x$	بالتبسيط

إذن: $PQ = 3(8) - 7 = 17$.

@MarymAlamer

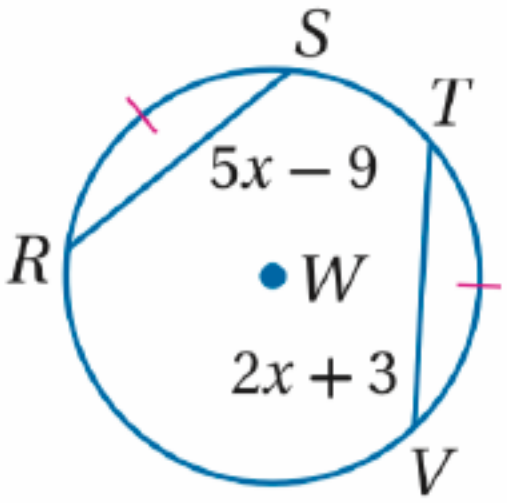


اليوم/
التاريخ/

الموضوع/ الأقواس و الأوتار

تحقق من فهمك 2 صفحة 135

2) في $\odot W$ ، إذا كان $\overset{\frown}{RS} \cong \overset{\frown}{TV}$، فأوجد RS



مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توزيع

@MarymAlamer

الموضوع/ الأقواس و الأوتار

المناقشة النشطة



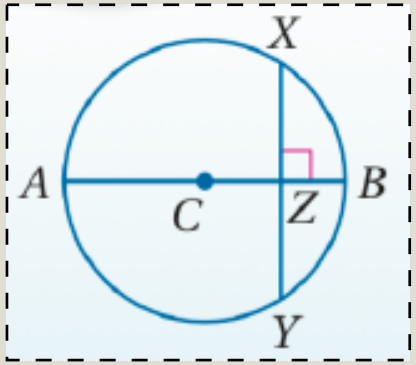
GeoGebra

تصنيف الأقواس والأوتار

إذا قسم مستقيم أو نصف مستقيم أو قطعة مستقيمة قوسًا إلي قوسين متطابقين فإنه يُنصف القوس

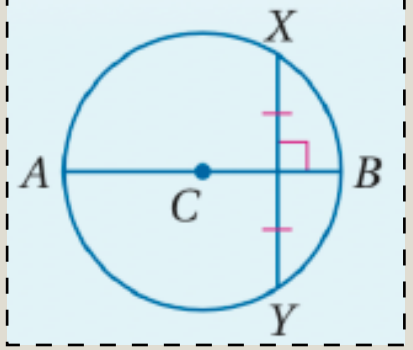
4.3 إذا كان قطر (أو نصف قطر) الدائرة عموديًا على وتر فيها، فإنه يُنصّف ذلك الوتر، ويُنصّف قوسه.

مثال: إذا كان القطر $\overline{AB}$ عموديًا على $\overline{XY}$ في النقطة Z، فإن: $\overline{XZ} \cong \overline{ZY}, \widehat{XB} \cong \widehat{BY}$.



4.4 العمود المنصّف لوتر في الدائرة هو قطر (أو نصف قطر) لها.

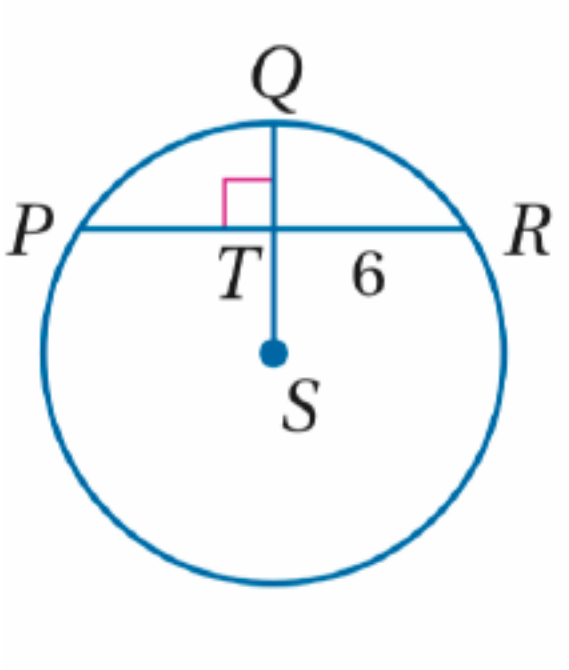
مثال: إذا كان $\overline{AB}$ عمودًا منصّفًا للوتر $\overline{XY}$، فإن $\overline{AB}$ قطر في $\odot C$.



@MarymAlamer



مثال 3 صفحة 135 استعمال نصف القطر العمودي على الوتر



في $\odot S$ ، إذا كان $m\widehat{PR} = 98^\circ$ ، فأوجد $m\widehat{PQ}$.

نصف القطر $\overline{SQ}$ يعامد الوتر $\overline{PR}$؛ لذا وبحسب النظرية 4.3 فإن $\overline{SQ}$ يُنصّف $\widehat{PR}$ ؛ إذن $m\widehat{PQ} = m\widehat{QR}$

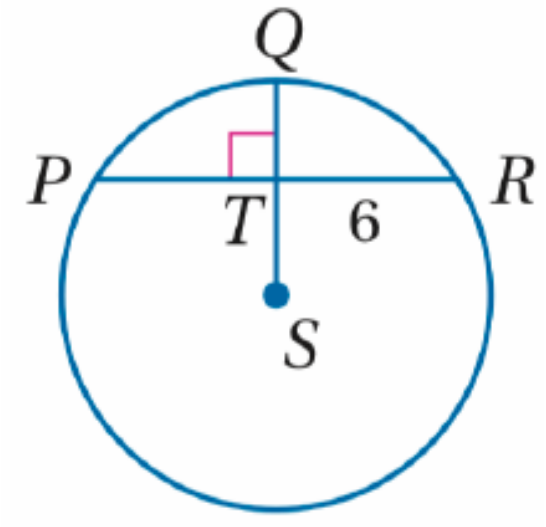
$$m\widehat{PQ} = \frac{m\widehat{PR}}{2} = \frac{98^\circ}{2} = 49^\circ$$



اليوم/
التاريخ/

الموضوع/ الأقواس و الأوتار

تحقق من فهمك 3 صفحة 135



3) أوجد PR في $\odot S$.

مجموعة رفعة الرياضيات

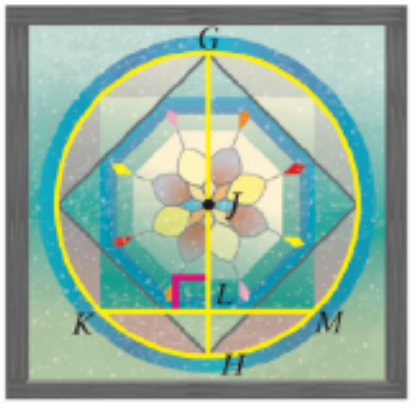
@MarymAlamer



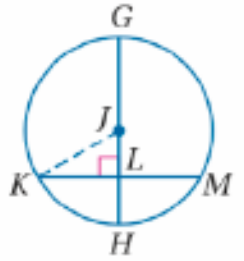
مثال ٦ صفحة 136

استعمال القطر العمودي على الوتر

زجاج ملون: يبين الشكل المجاور تصميمًا على نافذة ذات زجاج ملوّن، إذا كان $\overline{GH}$ قطرًا طوله 30 in ، و $\overline{KM}$ وترًا طوله 22 in ، فأوجد JL .



الخطوة 1: ارسم نصف القطر $\overline{JK}$.



فيتكوّن $\triangle JKL$ القائم الزاوية.

الخطوة 2: أوجد JK, KL .

بما أن $GH = 30$ ، فإن $JH = 15$ in ، وبما أن أنصاف أقطار الدائرة جميعها متطابقة، فإن $JK = 15$ in .

بما أن القطر $\overline{GH}$ عمودي على $\overline{KM}$ ، فإن $\overline{GH}$ يُنصّف الوتر $\overline{KM}$ وفق النظرية 8.3 إذن: $KL = \frac{1}{2}(22) = 11$ in .

الخطوة 3: أوجد JL باستعمال نظرية فيثاغورس.

نظرية فيثاغورس	$KL^2 + JL^2 = JK^2$
بالتعويض	$11^2 + JL^2 = 15^2$
بالتبسيط	$121 + JL^2 = 225$
بطرح 121 من كلا الطرفين	$JL^2 = 104$
بأخذ الجذر التربيعي الموجب لكلا الطرفين	$JL = \sqrt{104}$

إذن: $JL = \sqrt{104} \approx 10.20$ in .

@MarymAlamer

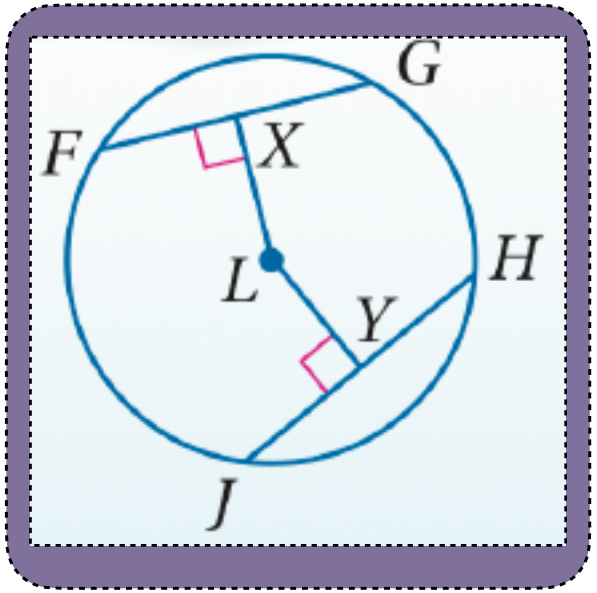


لتحديد ما إذا كان وتران دائرة متطابقان يمكن استعمال النظرية التالية

في الدائرة نفسها أو في دائرتين متطابقتين، يكون الوتران متطابقين إذا وفقط إذا كان بُعداهما عن مركز الدائرة متساويين.

مثال

$LX = LY$ إذا وفقط إذا كان $\overline{FG} \cong \overline{JH}$.



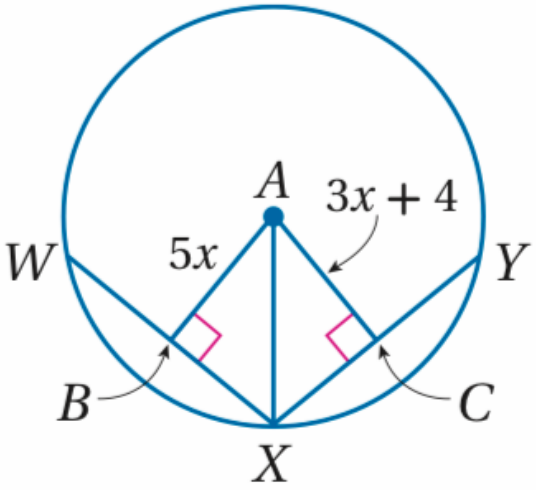


مثال 5 صفحة 137 الأوتار المتساوية البعد عن المركز

جبر: في $\odot A$ إذا كان $WX = XY = 22$ ، فأوجد AB.

بما أن الوترين $\overline{XY}, \overline{WX}$ متطابقان. فإن بعديهما عن A متساويان.

إذن:



$$AB = AC$$

$$5x = 3x + 4 \quad \text{بالتعويض}$$

$$x = 2 \quad \text{بالتبسيط}$$

إذن $AB = 5\ (2) = 10$

@MarymAlamer

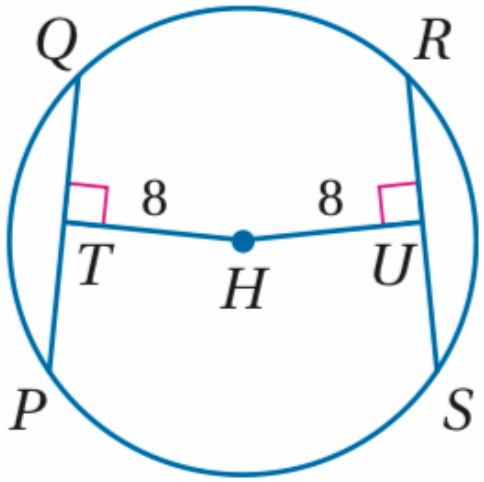


اليوم/
التاريخ/

الموضوع/ الأقواس و الأوتار

تحقق من فهمك 5 صفحة 137

5) في $\odot H$ إذا كان: $RS = 14 , PQ = 3x - 4$ ، فأوجد قيمة x



@MarymAlamer



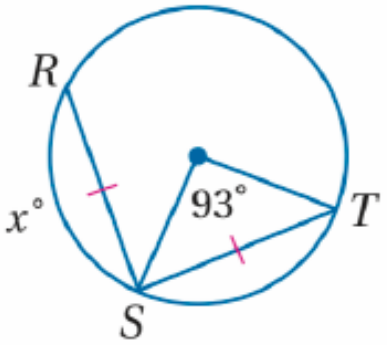
اليوم/
التاريخ/

الموضوع/ الأقواس و الأوتار

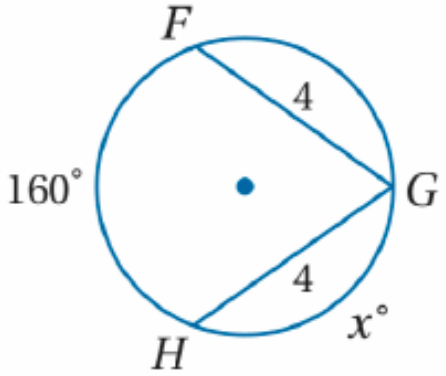
تأكد صفحة 137

جبر: أوجد قيمة x في كلٍّ ممَّا يأتي:

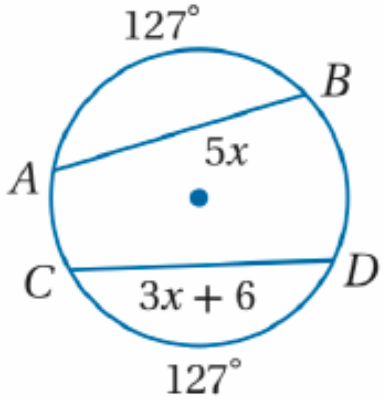
(1



(2



(3



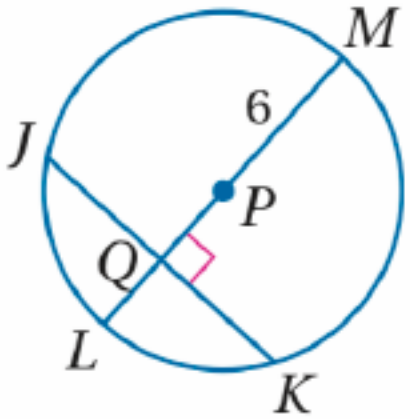
@MarymAlamer



اليوم/
التاريخ/

تأكد صفحة 137

في $\odot P$ ، إذا كان: $JK = 10, m\widehat{JLK} = 134^\circ$ ، فأوجد القياسات الآتية، مقرّبًا إجابتك إلى أقرب جزء من مئة إذا لزم ذلك.



4) $m\widehat{JL}$

5) PQ

@MarymAlamer



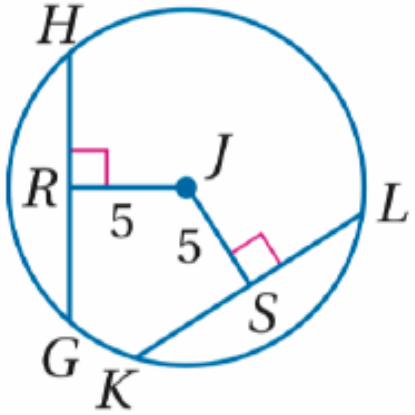
اليوم/
التاريخ/

الموضوع/ الأقواس و الأوتار

تأكد صفحة 138

6) في $\odot J$ ، إذا كان: $GH = 9, KL = 4x + 1$ ،

فأوجد قيمة x .



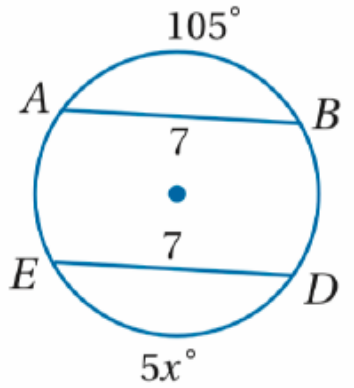
@MarymAlamer

الموضوع/ الأقواس و الأوتار

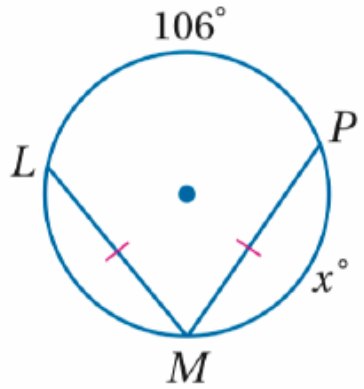
تدرب وحل المسائل صفحة 138

جبر: أوجد قيمة x في كلٍّ ممَّا يأتي:

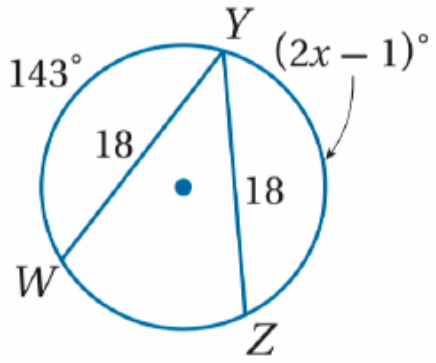
(7



(8



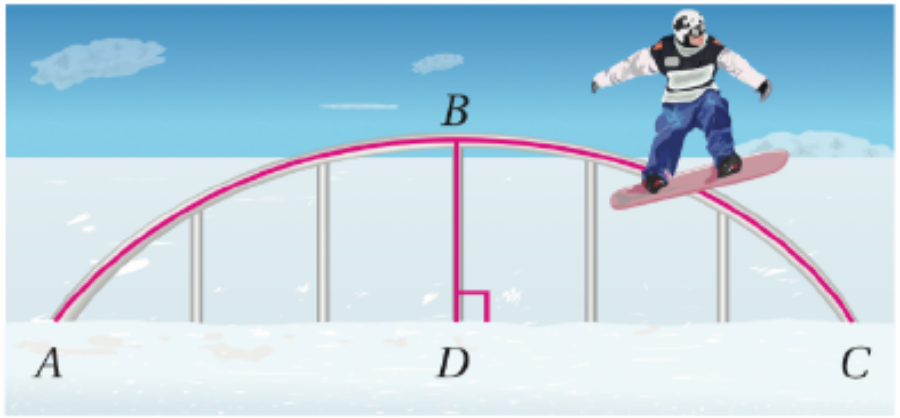
(9



@MarymAlamer

تدرب وحل المسائل صفحة 138

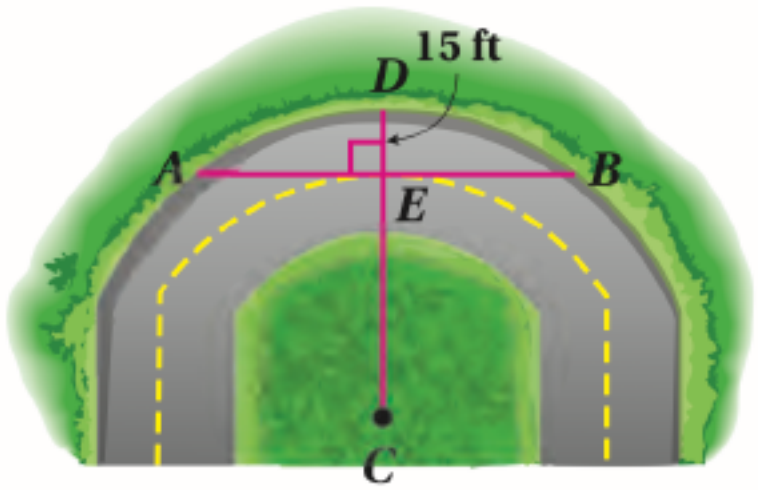
16) **تزلج:** سكة التزلّج في الشكل المجاور تأخذ شكل قوس من دائرة، حيث $\overline{BD}$ جزء من قطرها. إذا كان قياس $\overset{\frown}{ABC}$ يساوي 32% من الدائرة الكاملة، فأوجد $m\overset{\frown}{AB}$؟



اليوم/
التاريخ/

الموضوع/ الأقواس و الأوتار

تدرب وحل المسائل صفحة 138



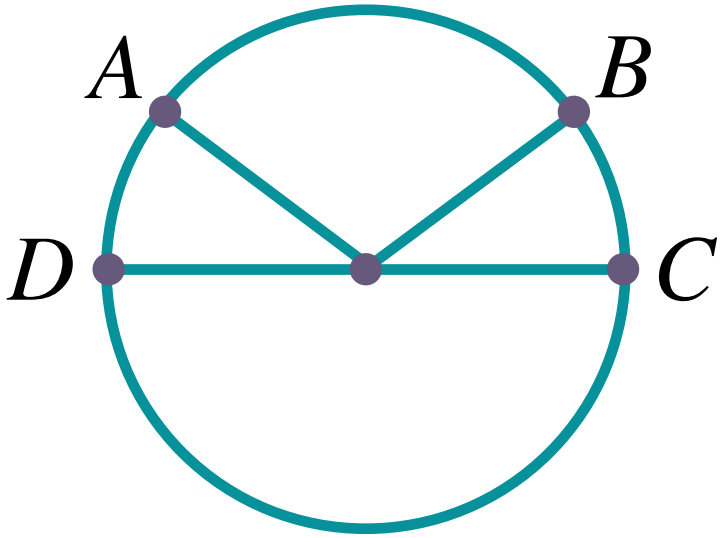
17) **طُرق:** الحافة الخارجية للطريق المنحنية المبيّنة في الشكل المجاور جزء من $\odot C$ التي نصف قطرها 88 ft.
أوجد AB مقرّبًا إجابتك إلى أقرب عُشرٍ.

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

@MarymAlamer

تحصيلي

في الشكل المجاور : $m\widehat{AB} = 2m\widehat{BC}$ و $m\widehat{BC} = m\widehat{AD}$ فإن $m\widehat{AD}$ يساوي



A) $45°$

B) $60°$

C) $90°$

D) $180°$

@MarymAlamer

تعلمنا في هذا الدرس:



في الدائرة نفسها أو في دائرتين متطابقتين يتطابق وتران إذا وفقط

- تطابق القوسين المناظرين لهما
- كان بعداهما عن مركز الدائرة متساويين



القطر أو نصف القطر العمودي على وتر

- ينصفه وينصف قوسه



العمود المنصف لوتر في الدائرة هو

- قطره أو نصف قطره

الفصل الثامن

الدائرة



8-5

المماسات

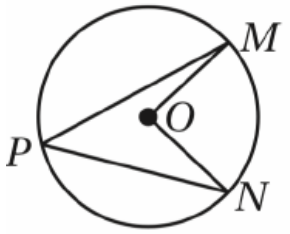
الموضوع/ المماسات

اللهم علمنا ما ينفعنا وانفعنا بما علمتنا وزدنا علما

@MarymAlamer
مجموعة رفعة الرياضيات

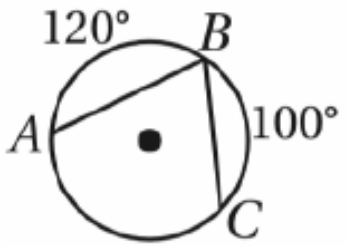
الموضوع/ المماسات

مراجعة تراكمية



في الشكل المجاور إذا كان $m\angle MON = 86^\circ$ فأوجد $m\angle MPN$.

30°	D	43°	C	45°	B	86°	A

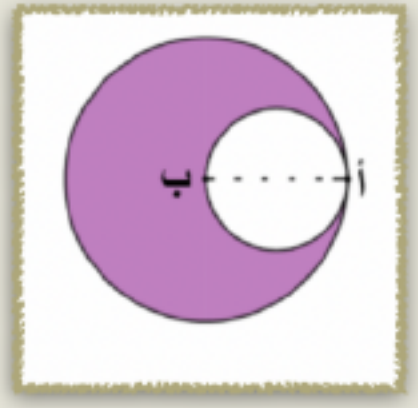


في الشكل المجاور أوجد $m\angle ABC$

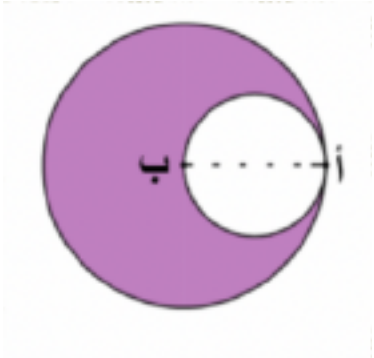
140°	D	90°	C	70°	B	50°	A

@MarymAlamer

المهارة : إيجاد النسبة بين مساحتين مختلفتين .

١	استخدمت مها أحد الخرامات التي اقتنتها لتخريم ورقة دائرية كما في الشكل، إذا كانت النقطة ب مركز الدائرة الكبرى و أب هو نصف قطر الدائرة الكبرى و قطر للدائرة الصغرى ، فما الكسر الممثل لنسبة المنطقة المضللة بالنسبة للدائرة الكبرى؟ 						
أ	$\frac{١}{٢}$	ب	$\frac{١}{٤}$	ج	$\frac{٢}{٥}$	د	$\frac{٣}{٤}$

المهارة : إيجاد النسبة بين مساحتين مختلفتين .



٢	إذا علمت أن مها استخدمت الخرامة قياس ١ بوصة (١إنش) لصنع الشكل أعلاه فما مساحة الورقة الدائرية قبل التخريم بالسنتيمتر؟ (علماً بأن ١ إنش = ٢,٥٤سم)						
أ	٦,٥ ط	ب	٨,٥ ط	ج	٩,١ ط	د	١٠,٠٢ ط

اليوم/
التاريخ/

الموضوع/ المماسات

فيما سبق تعلمنا

استعمال نظرية فيثاغورس لإيجاد أطوال أضلاع المثلث القائم الزاوية.

أهداف الدرس

- استعمل خصائص المماسات لإيجاد قياسات تتعلق بالدائرة.
- أحل مسائل تتضمن المضلعات المحيطة بدائرة.

المفردات

- المماس.
- نقطة التماس.
- المماس المشترك.

@MarymAlamer



اليوم/

التاريخ/

الموضوع/ المماسات



لماذا؟

كانت الدرجات الهوائية تُحرك سابقاً بدفع القدم على الأرض ، أما الدرجات الحديثة ، فإنها تستعمل الدواسات والسلاسل والتروس ، حيث تدور السلسلة حول تروس دائرية . ويُقاس طول السلسلة بين الترسين من نقطتي تماس السلسلة مع الترسين.



1. ما الشكل اللذي تمثله التروس ؟
2. كيف تشبه السلسة التي في الدراجة مماس الدائرة ؟
3. كيف تختلف السلسلة عن المماس ؟

@MarymAlamer

اليوم/
التاريخ/

الموضوع/ المماسات

شاهد - دون - شارك





فيديو

من خلال مشاهدتك سجلي ملاحظاتك حول كل مما يلي

مفهوم المماس

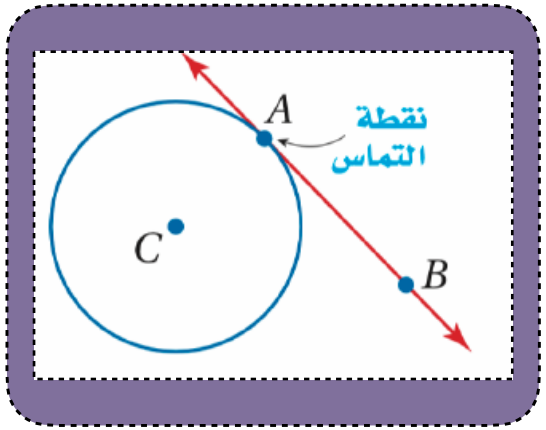
مفهوم نقطة التماس

مفهوم المماس المشترك



المماس

المماس هو مستقيم يقع في المستوى نفسه الذي تقع فيه الدائرة ويقطعها في نقطة واحدة تسمى هذه النقطة نقطة التماس



$\overleftrightarrow{AB}$ مماس لِـ $\odot C$ عند النقطة A، ويُسمّى كلٌّ من $\overrightarrow{AB}$, $\overline{AB}$ مماسًا للدائرة أيضًا.





المماس المشترك

هو مستقيم أو نصف مستقيم أو قطعة مستقيمة تمس الدائرتين في المستوى نفسه



في الشكلين أدناه المستقيم ℓ مماس مشترك للدائرتين F , G .



@MarymAlamer

الموضوع/ المماسات

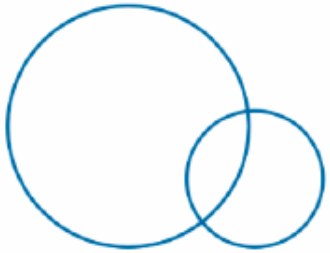
المناقشة النشطة



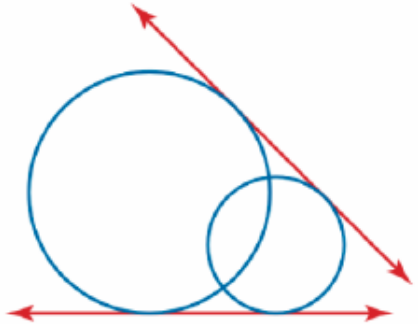
مثال 1 صفحة 149 تحديد المماسات المشتركة

ارسم المماسات المشتركة للدائرتين في كلٍّ ممَّا يأتي، وإذا لم يوجد مماس مشترك، فاكتب "لا يوجد مماس مشترك".

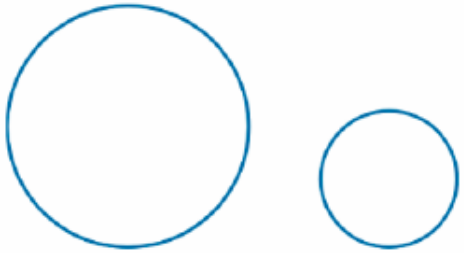
(a



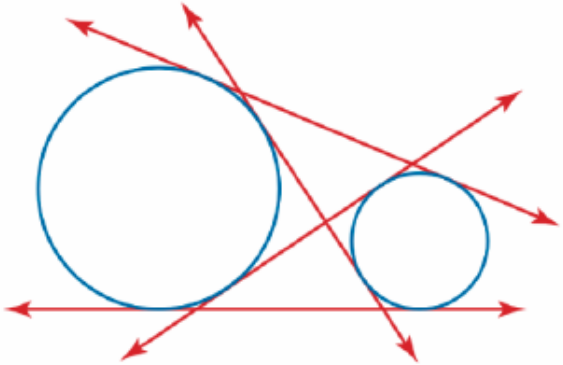
هاتان الدائرتان لهما مماسان مشتركان



(b



هاتان الدائرتان لهما 4 مماسات مشتركة

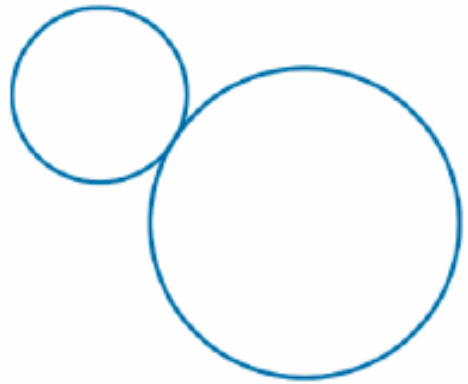


الموضوع/ المماسات

تحقق من فهمك 1 صفحة ١٤٩

ارسم المماسات المشتركة للدائرتين في كل ممّا يأتي، وإذا لم يوجد مماس مشترك، فاكتب "لا يوجد مماس مشترك".

(1A



(1B



.....

.....

.....

.....

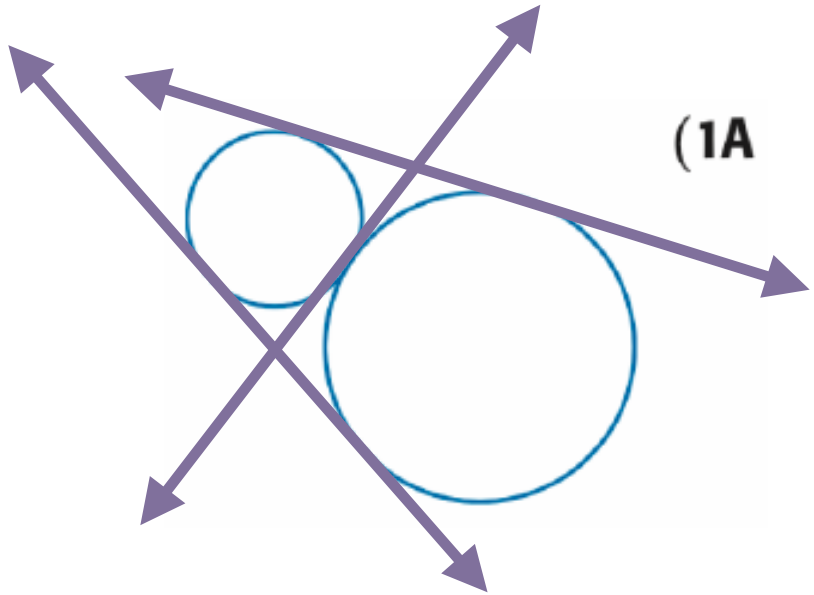
@MarymAlamer

الموضوع/ المماسات

تحقق من فهمك 1 صفحة ١٤٩

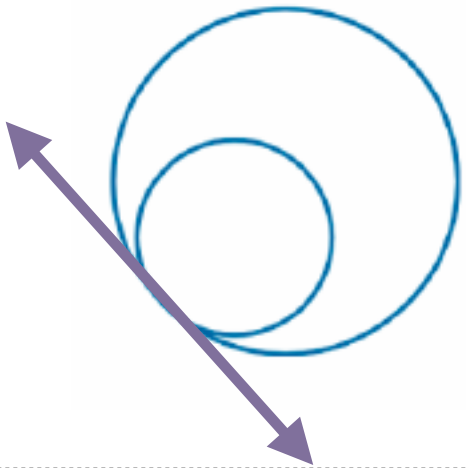
ارسم المماسات المشتركة للدائرتين في كل ممّا يأتي، وإذا لم يوجد مماس مشترك، فاكتب "لا يوجد مماس مشترك".

(1A



3 مماسات مشتركة

(1B



مماس مشترك واحد

@MarymAlamer



الموضوع/ المماسات



نشاط

ابنتي المبدعة بين يديك ورقة جيوجبرا تفاعليه بعد تنفيذ المهمة فيها اكتبي ملاحظتك حول العلاقة بين المماس ونصف القطر..

GeoGebra

@MarymAlamer

الموضوع/ المماسات

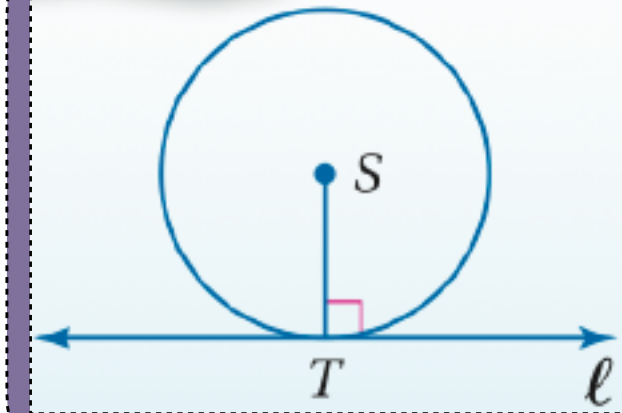
المناقشة النشطة



أقصر مسافة من المماس إلى مركز الدائرة هو نصف القطر المار بمنقطة التماس.

التعبير اللفظي: يكون المستقيم مماسًا لدائرةٍ في المستوى نفسه، إذا وفقط إذا كان عموديًا على نصف القطر عند نقطة التماس.

مثال يكون المستقيم ℓ مماسًا لِـ $\odot S$ ، إذا وفقط إذا كان $\overline{ST} \perp \ell$.

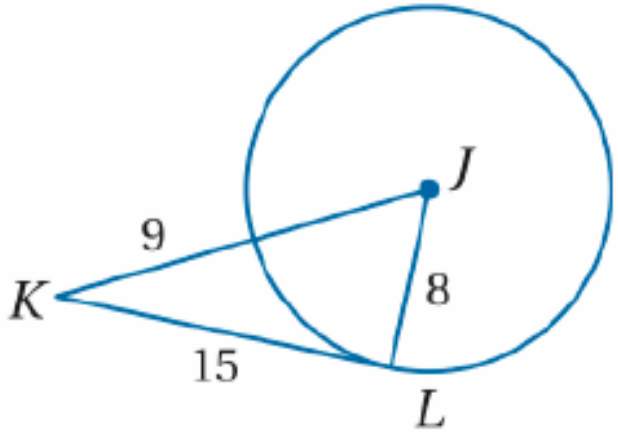


@MarymAlamer



مثال 2 صفحة 150 تحديد المماس

$\overline{JL}$ نصف قطر في $\odot J$ ، حدّد ما إذا كانت $\overline{KL}$ مماسًّا لِـ $\odot J$ أم لا، برّر إجابتك.



اختبر ما إذا كان $\triangle JKL$ قائم الزاوية.

$8^2 + 15^2 \stackrel{?}{=} (8 + 9)^2$ عكس نظرية فيثاغورس

$289 = 289$ ✓ بالتبسيط

لذا فإن $\triangle JKL$ قائم الزاوية في $\angle JLK$ ؛ أي أن $\overline{KL}$ عمودية على $\overline{JL}$ عند النقطة L .

وبحسب النظرية 4.10 يكون $\overline{KL}$ مماسًّا لِـ $\odot J$



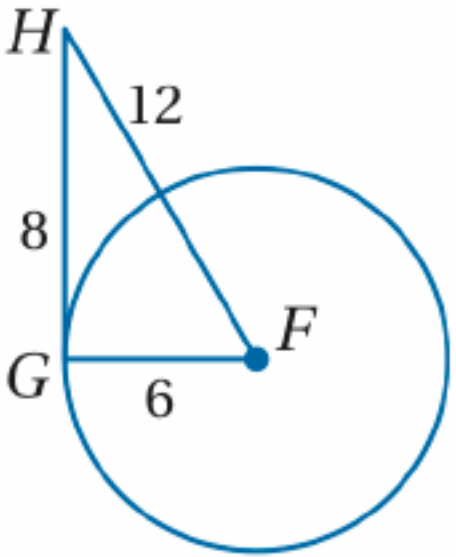
اليوم/

التاريخ/

الموضوع/ المماسات

تحقق من فهمك 2 صفحة 150

2) حدّد ما إذا كان $\overline{GH}$ مماسًّا لِـ $\odot F$ أم لا، برّر إجابتك.



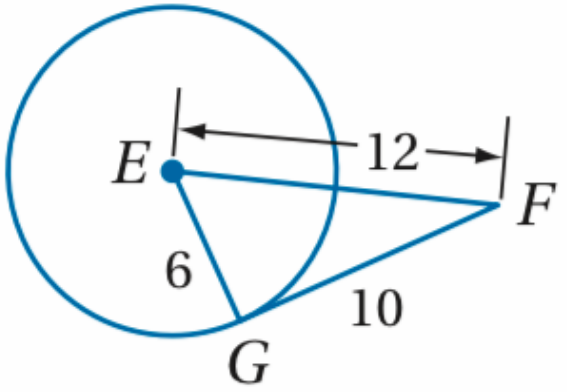
@MarymAlamer



تأكد صفحة 152

حدّد ما إذا كانت $\overline{FG}$ في كلٍّ من الشكلين الآتيين مماسًّا للدائرة E أم لا، وبرّر إجابتك.

(2

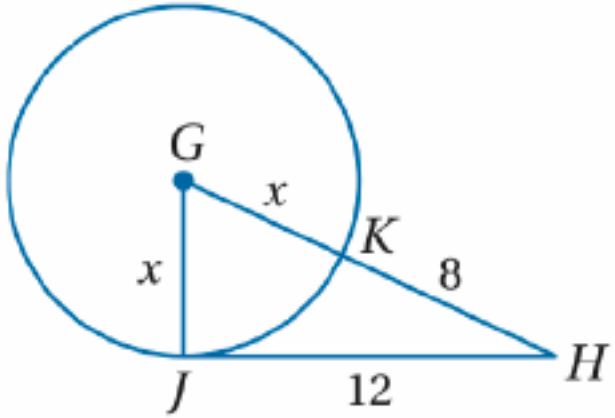


@MarymAlamer



مثال 3 صفحة 150 استعمال المماس لإيجاد القيم المجهولة

$\overline{JH}$ مماس لِـ $\odot G$ عند J، أوجد قيمة x.



وفقًا للنظرية 8.10، يكون $\overline{GJ} \perp \overline{JH}$، إذن $\triangle GHJ$ قائم الزاوية.

نظرية فيثاغورس	$GJ^2 + JH^2 = GH^2$
$GJ = x, JH = 12, GH = x + 8$	$x^2 + 144 = (x + 8)^2$
بالضرب	$x^2 + 144 = x^2 + 16x + 64$
بالتبسيط	$80 = 16x$
بقسمة كلا الطرفين على 16	$5 = x$

@MarymAlamer

مجموعة رفعة الرياضيات

اليوم/
التاريخ/

الموضوع/ المماسات

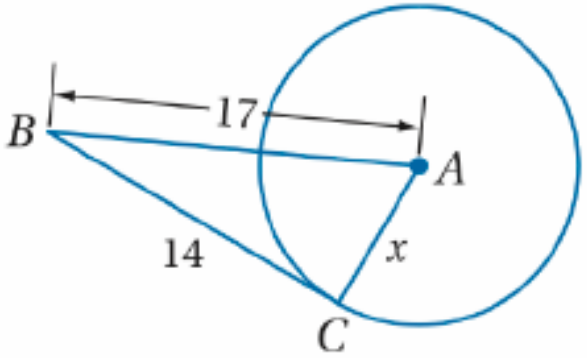
تعاقب الأدوار



تحقق من فهمك 3 صفحة 150

أوجد قيمة x في كلٍّ من الشكلين الآتيين مفترضًا أن القطعة المستقيمة التي تبدو مماسًّا للدائرة، هي مماسٌّ فعلًا.

(3A



@MarymAlamer

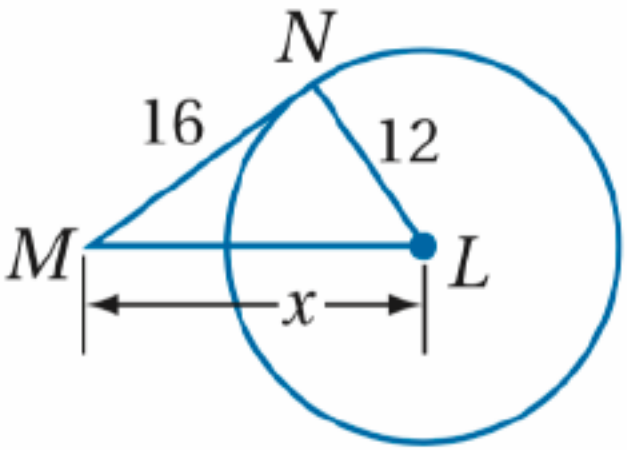
اليوم/
التاريخ/

الموضوع/ المماسات

تأكد صفحة 153

أوجد قيمة x في كلٍّ ممّا يأتي مفترضًا أن القطع المستقيمة التي تبدو مماسات للدائرة هي مماسات فعلًا.

(4



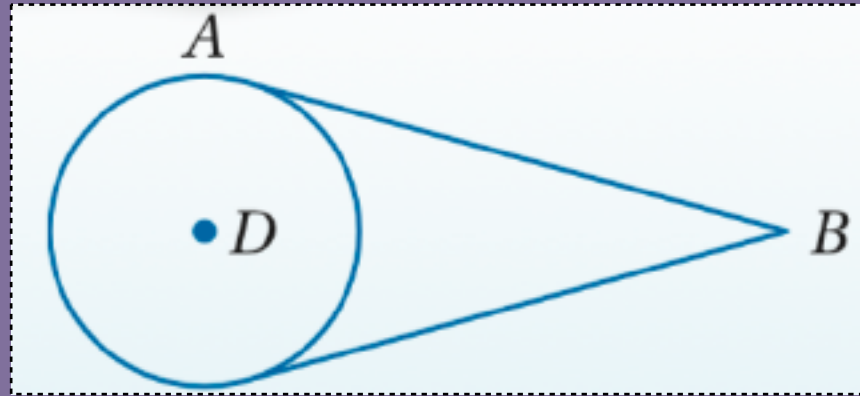
@MarymAlamer



GeoGebra

يمكن رسم مماسين للدائرة نفسها من نقطة واحد خارجها

التعبير اللفظي: إذا رُسمت قطعتان مستقيمتان مماستان لدائرة من نقطة خارجها فإنهما متطابقتان.



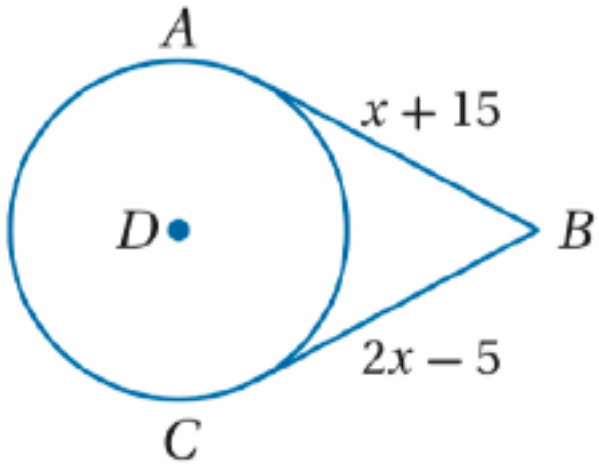
مثال

إذا كان $\overline{AB}$, $\overline{CB}$ مماسان لِـ $\odot D$
فإن $\overline{AB} \cong \overline{CB}$.



مثال 3 صفحة 151 استعمال المماسات المتطابقة لإيجاد قياسات

جبر: إذا كان $\overline{AB}, \overline{CB}$ مماسان للدائرة D ، فأوجد قيمة x .



$AB = CB$	المماسان المرسومان من نقطة خارج الدائرة متطابقان
$x + 15 = 2x - 5$	بالتعويض
$15 = x - 5$	بطرح x من كلا الطرفين
$20 = x$	بإضافة 5 لكلا الطرفين

@MarymAlamer



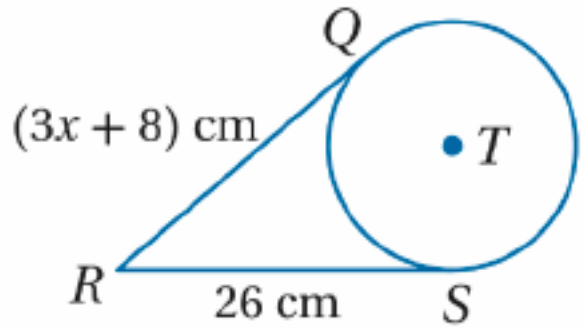
اليوم/
التاريخ/

الموضوع/ المماسات

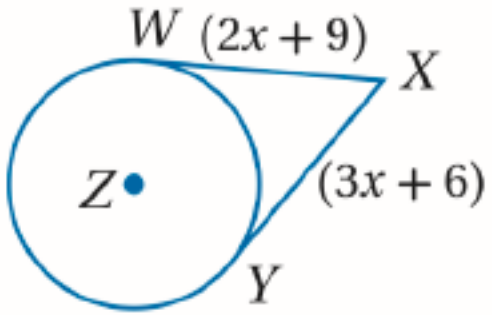
تحقق من فهمك ٦ صفحة 151

جبر: أوجد قيمة x في كلٍّ من الشكلين الآتيين، مفترضًا أن القطعة المستقيمة التي تبدو مماسًّا للدائرة هي مماسٌّ فعلًا.

(4A



(4B



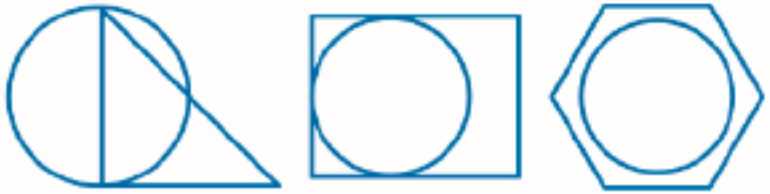
@MarymAlamer

الموضوع/ الزوايا المحيطية

المناقشة النشطة



المضلعات المحيطة بدائرة

مضلعات محيطة بدائرة	مضلعات ليست محيطة بدائرة
	

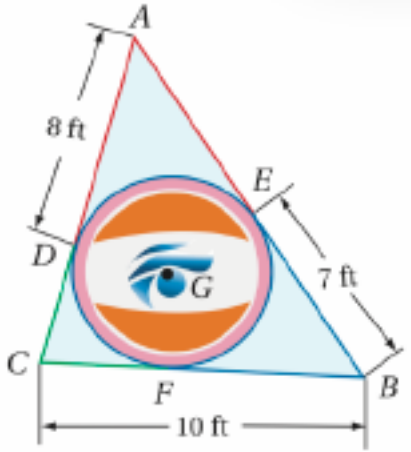
تنبيه ! إذا مست الدائرة بعض أضلاع المضلع ولم تمسها جميعها فلا يعد المضلع محيطاً بالدائرة

@MarymAlamer



مثال ٦ صفحة 152 إيجاد قياسات في المضلعات المحيطة بدائرة

تصميم مصور: صمَّم منصور الشعار المبيّن في الشكل المجاور، إذا كان $\triangle ABC$ محيطًا بالدائرة G، فأوجد محيطه.



الخطوة 1: أوجد القياسات المجهولة.

بما أن $\triangle ABC$ يحيط بالدائرة G، فإن $\overline{AE}, \overline{AD}$ مماسَّان للدائرة $\odot G$، وكذلك $\overline{BE}, \overline{BF}$ مماسات أيضًا. $\overline{CF}, \overline{CD}$

إذن: $\overline{AE} \cong \overline{AD}, \overline{BF} \cong \overline{BE}, \overline{CF} \cong \overline{CD}$

لذا فإن: $AE = AD = 8\text{ ft}, BF = BE = 7\text{ ft}$.

وبتطبيق مسلّمة جمع القطع المستقيمة ينتج أن $CF + FB = CB$

إذن: $CF = CB - FB = 10 - 7 = 3\text{ ft}$؛ لذا فإن: $CD = CF = 3\text{ ft}$.

الخطوة 2: أوجد محيط $\triangle ABC$.

المحيط يساوي:

$$AE + EB + BC + CD + DA = 8 + 7 + 10 + 3 + 8 = 36$$

إذن محيط $\triangle ABC$ يساوي 36 ft.

@MarymAlamer

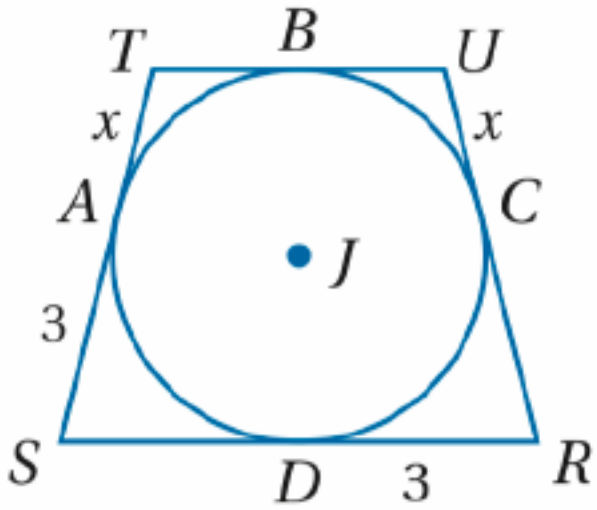


اليوم/
التاريخ/

الموضوع/ المماسات

تحقق من فهمك 5 صفحة 152

5) الشكل الرباعي $RSTU$ محيط بالدائرة J، إذا كان محيطه 18 وحدة، فأوجد قيمة x.



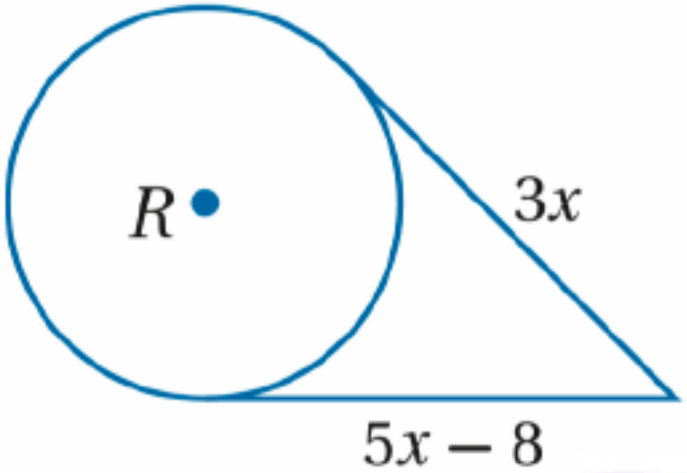
@MarymAlamer

الموضوع/ المماسات

تأكد صفحة 153

أوجد قيمة x في كلٍّ ممّا يأتي مفترضًا أن القطع المستقيمة التي تبدو مماسات للدائرة هي مماسات فعلًا.

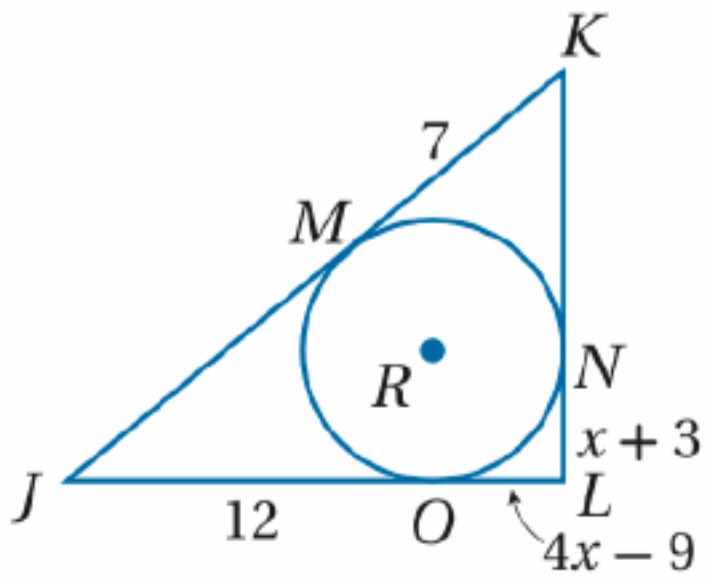
(6



@MarymAlamer

تأكد صفحة 153

8) جبر: المثلث JKL يُحيط بالدائرة R.



a) أوجد قيمة x.

b) أوجد محيط $\triangle JKL$.

@MarymAlamer

تدرب على اختبار صفحة 155

تحصيلي

31) نصف قطر $\odot P$ يساوي 10 cm ، و $\overline{ED}$ مماسٌّ لها عند D ، وتقع F على $\odot P$ وعلى القطعة المستقيمة $\overline{EP}$.
إذا كان $ED = 24\,\text{cm}$ ، فما طول $\overline{EF}$ ؟

A 10 cm

B 16 cm

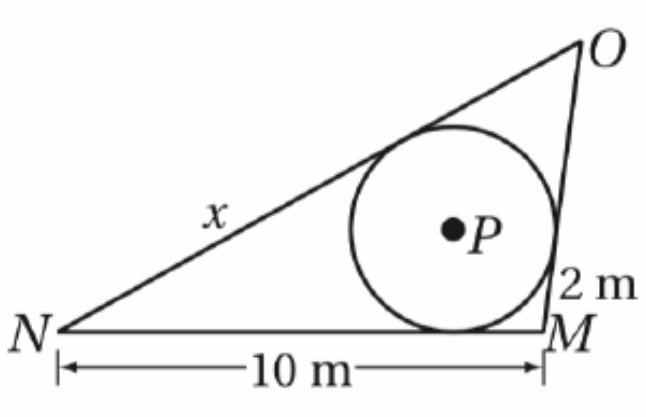
C 21.8 cm

D 26 cm

@MarymAlamer

تحصيلي

إذا كانت $\overline{MN}, \overline{NO}, \overline{MO}$ مماسات لـ $\odot P$ الموضحة في الشكل المجاور،



A) 2 m

B) 5 m

C) 6 m

D) 8 m

@MarymAlamer

تعلمنا في هذا الدرس:

المماس

المماس هو مستقيم يقع في المستوى نفسه الذي تقع فيه الدائرة ويقطعها في نقطة واحدة

المماسين للدائرة من نقطة خارجها

متطابقان

تحديد ما إذا كان مستقيم مماس

يكون المستقيم مماس للدائرة إذا كان عمودياً على نصف القطر

المضلع المحيط بدائرة

@MarymAlamer

الفصل الثامن

الدائرة



8-6

القاطع والماس وقياسات الزوايا

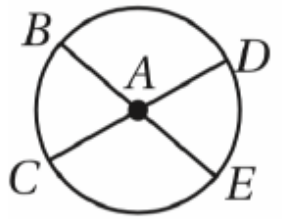
الموضوع/ القاطع والماس وقياسات الزوايا

اللهم علمنا ما ينفعنا وانفعنا بما علمتنا وزدنا علما

@MarymAlamer
مجموعة رفعة الرياضيات

مراجعة تراكمية

في الدائرة المجاورة إذا كان $m\angle BAD = 110^\circ$ أوجد $m\overset{\frown}{DE}$.



110°	D	70°	C	55°	B	35°	A

قطر بركة سباحة دائرية الشكل يساوي 15 ft أوجد محيطها مقرباً إلى أقرب جزء من مئة

94.24 ft	D	75.96 ft	C	63.81 ft	B	47.12 ft	A

@MarymAlamer

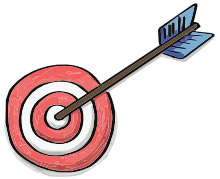
اليوم/
التاريخ/

الموضوع/ القاطع والماس وقياسات الزوايا



فيما سبق تعلمنا

إيجاد أطوال القطع المستقيمة المتكونة من مماسات الدائرة



أهداف الدرس

- أجد قياسات الزوايا المتكونة من مستقيمين يتقاطعان داخل الدائرة أو عليها.
- أجد قياسات الزوايا المتكونة من مستقيمين يتقاطعان خارج الدائرة.



المفردات

- القاطع

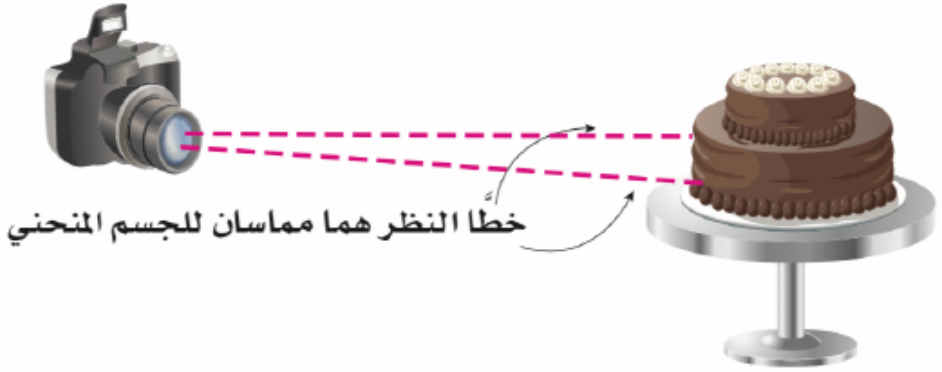
اليوم/
التاريخ/

الموضوع/ القاطع والماس وقياسات الزوايا

العصف الذهني



لماذا؟



معدل مجال الرؤية عند الإنسان يساوي 180° تقريبًا، ولكن زاوية الرؤية في معظم آلات التصوير أضيق من ذلك بكثير، فهي تتراوح بين 20° و50°. وتُحدّد زاوية الرؤية في آلات التصوير مقدار ما يمكن أن تلتقطه آلة التصوير على الفيلم من الأجسام المنحنية.

1 ما النسبة المئوية للقياس 180 من الدائرة ؟

2 إذا كانت زاوية الرؤية لآلة تصوير 50 فكم درجة تقل هذه الزاوية عن زاوية الرؤية للانسان ؟

مجموعة رفعة الرياضيات
@MarymAlamer

اليوم/

التاريخ/

الموضوع/ القاطع والماس وقياسات الزوايا

شاهد - دون - شارك

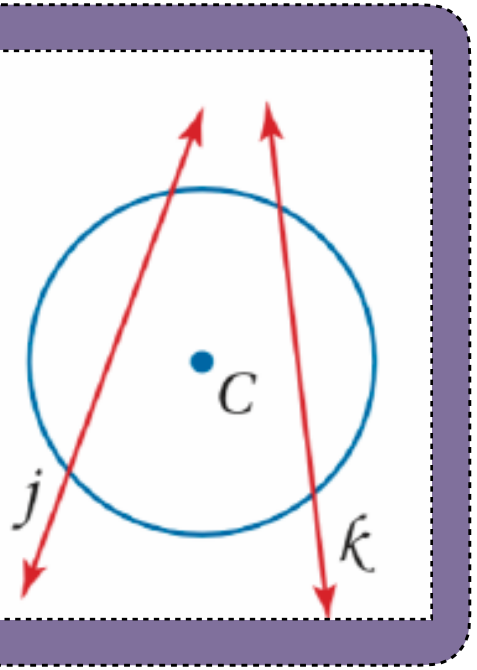
عرض بصري





القاطع

GeoGebra



القاطع هو مستقيم يقطع الدائرة في نقطتين فقط فالمستقيمان k , j هما قاطعان للدائرة C

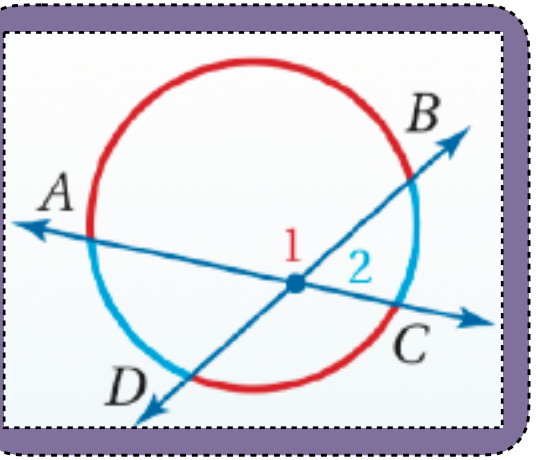
عندما يتقاطع قاطعان داخل دائرة؛ فإن الزوايا المتكوّنة ترتبط بالأقواس التي تقابلها.

@MarymAlamer



التقاطع داخل الدائرة

GeoGebra



التعبير اللفظي: إذا تقاطع قاطعان أو وتران داخل دائرة، فإن قياس الزاوية المتكوّنة من التقاطع يساوي نصف مجموع قياسَي القوس المقابل لهذه الزاوية والقوس المقابل للزاوية التي تقابلها بالرأس.

مثال

$$m\angle 1 = \frac{1}{2}\left(m\overset{\frown}{AB} + m\overset{\frown}{CD}\right) \text{ و } m\angle 2 = \frac{1}{2}\left(m\overset{\frown}{DA} + m\overset{\frown}{BC}\right)$$

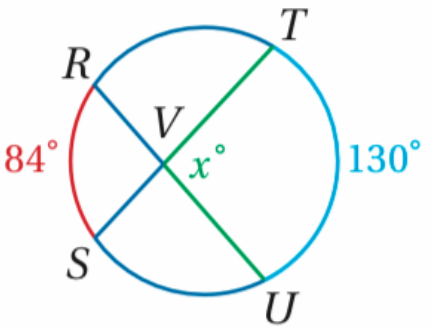
@MarymAlamer



مثال 1 صفحة 157 استعمال القاطعين أو الوترين المتقاطعين

أوجد قيمة x في كلٍّ من الأشكال الآتية:

(a



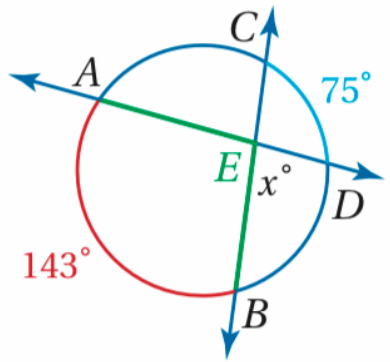
النظرية 4.12	$m\angle TVU$	$= \frac{1}{2}(m\widehat{RS} + m\widehat{UT})$
بالتعويض	$x°$	$= \frac{1}{2}(84° + 130°)$
بالتبسيط		$= \frac{1}{2}(214°) = 107°$



مثال 1 صفحة 157 استعمال القاطعين أو الوترين المتقاطعين

أوجد قيمة x في كلٍّ من الأشكال الآتية:

(b



الخطوة 1: أوجد $m\angle AEB$.

$$m\angle AEB = \frac{1}{2}(m\overset{\frown}{AB} + m\overset{\frown}{DC}) \quad \text{النظرية 4.12}$$

$$= \frac{1}{2}(143^\circ + 75^\circ) \quad \text{بالتعويض}$$

$$= \frac{1}{2}(218^\circ) = 109^\circ \quad \text{بالتبسيط}$$

الخطوة 2: أوجد قيمة x؛ أي قياس $\angle DEB$.

$\angle AEB$, $\angle DEB$ زاويتان متكاملتان.

$$x^\circ = 180^\circ - 109^\circ = 71^\circ$$

@MarymAlamer

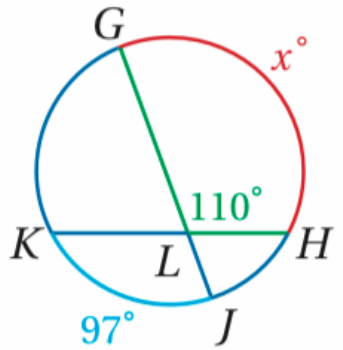
مجموعة رفعة الرياضيات



مثال 1 صفحة 157 استعمال القاطعين أو الوترين المتقاطعين

أوجد قيمة x في كلٍّ من الأشكال الآتية:

(c



$m\angle GLH = \frac{1}{2}(m\widehat{HG} + m\widehat{KJ})$		النظرية 4.12
$110^\circ = \frac{1}{2}(x^\circ + 97^\circ)$		بالتعويض
$220^\circ = (x^\circ + 97^\circ)$		بضرب كلا الطرفين في 2
$123^\circ = x^\circ$		بطرح 97 من كلا الطرفين

@MarymAlamer

مجموعة رفعة الرياضيات



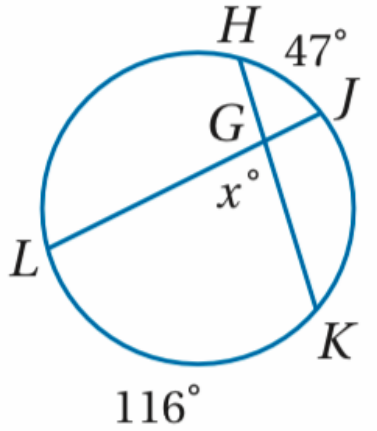
اليوم/
التاريخ/

الموضوع/ القاطع والماس وقياسات الزوايا

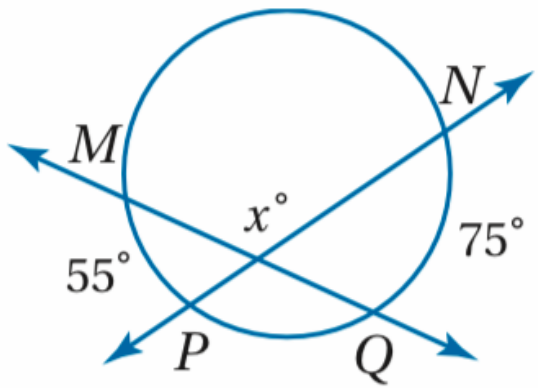
تحقق من فهمك 1 صفحة 157

أوجد قيمة x في كلّ من الأشكال الآتية:

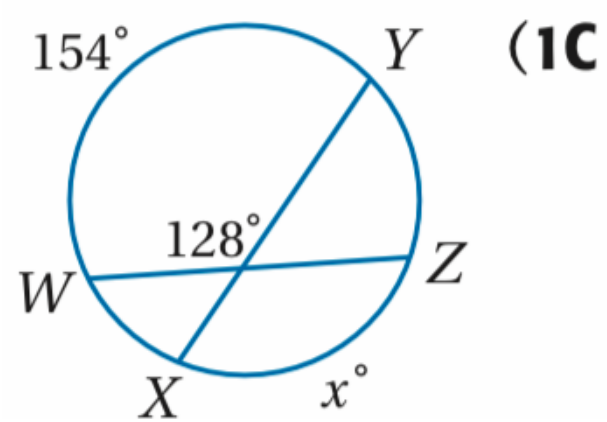
(1A



(1B



(1C

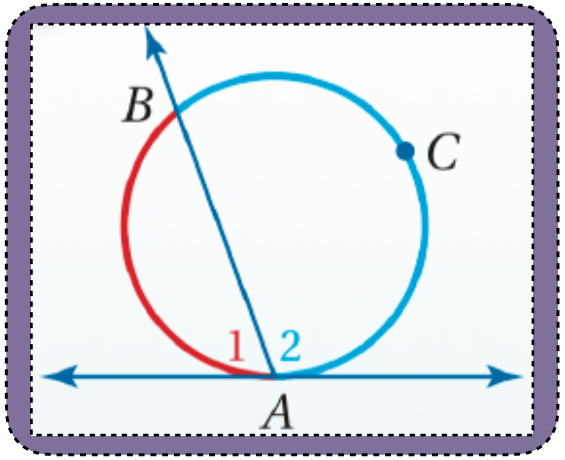


@MarymAlamer



نظرية الزاوية المماسية

GeoGebra



التعبير اللفظي: إذا تقاطع مماس وقاطع عند نقطة التماس، فإن قياس كل زاوية متكونة من التقاطع يساوي نصف قياس القوس المقابل لها.

مثال

$$m\angle 2 = \frac{1}{2}\,m\overset{\frown}{ACB} \quad \text{و} \quad m\angle 1 = \frac{1}{2}\,m\overset{\frown}{AB}$$

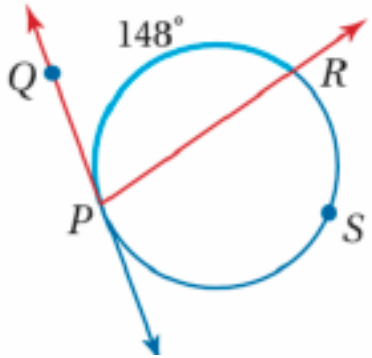


مثال 2 صفحة 158

استعمال القاطع و المماس المتقاطعين

أوجد كلًّا من القياسات الآتية:

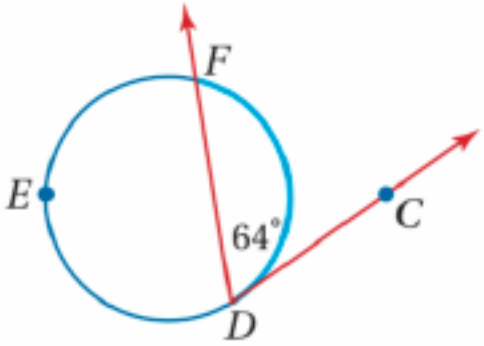
(a $m\angle QPR$



$m\angle QPR = \frac{1}{2}\, m\widehat{PR}$ النظرية 4.13

$= \frac{1}{2}\,(148°) = 74°$ بالتعويض والتبسيط

(b $m\widehat{DEF}$



$m\angle CDF = \frac{1}{2}\, m\widehat{FD}$ النظرية 4.13

$64° = \frac{1}{2}\, m\widehat{FD}$ بالتعويض

$128° = m\widehat{FD}$ بضرب كلا الطرفين في 2

$m\widehat{DEF} = 360° - m\widehat{FD} = 360° - 128° = 232°$

@MarymAlamer

تعاقب الأدوار

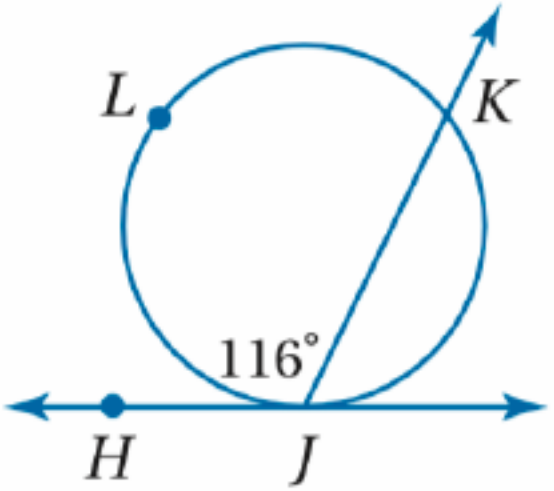


الموضوع/ القاطع والماس وقياسات الزوايا

اليوم/
التاريخ/

تحقق من فهمك 2 صفحة 158

2A) أوجد $m\widehat{JLK}$.



@MarymAlamer

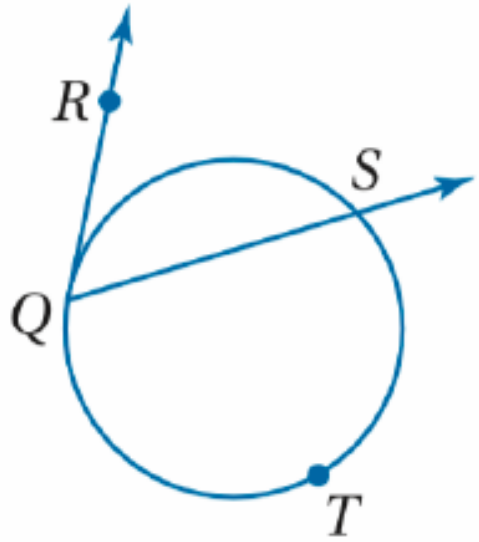


اليوم/
التاريخ/

الموضوع/ القاطع والماس وقياسات الزوايا

تحقق من فهمك 2 صفحة 158

2B) إذا كان: $m\widehat{QTS} = 238°$، فأوجد $m\angle RQS$.



@MarymAlamer

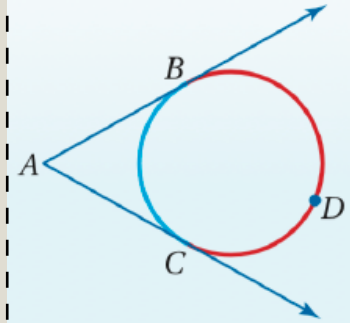


GeoGebra

التقاطع خارج الدائرة

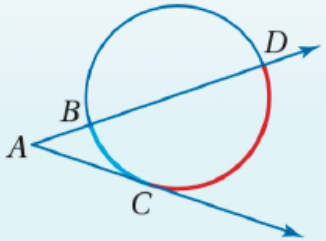
التعبير اللفظي: إذا تقاطع قاطعان أو قاطع ومماس أو مماسان في نقطة خارج دائرة، فإن قياس الزاوية المتكوّنة يساوي نصف الفرق الموجب بين قياسَي القوسين المقابلين لها.

أمثلة



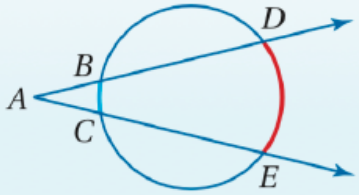
مماسان

$m\angle A = \frac{1}{2}(m\overset{\frown}{BDC} - m\overset{\frown}{BC})$



قاطع ومماس

$m\angle A = \frac{1}{2}(m\overset{\frown}{DC} - m\overset{\frown}{BC})$



قاطعان

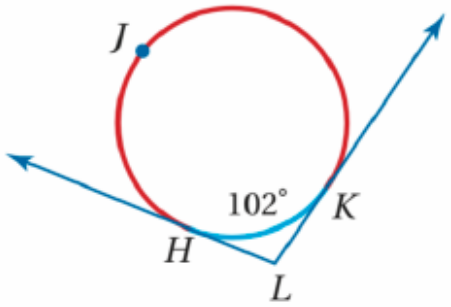
$m\angle A = \frac{1}{2}(m\overset{\frown}{DE} - m\overset{\frown}{BC})$



مثال 3 صفحة 159 استعمال المماسات والقواطع التي تتقاطع خارج الدائرة

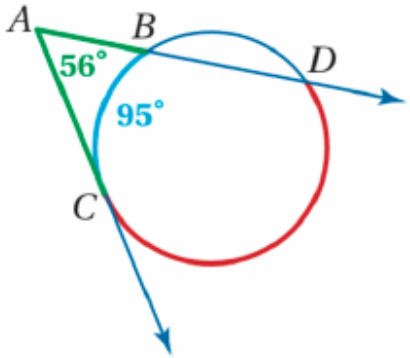
أوجد كلًّا من القياسين الآتيين:

(a $m\angle L$



$m\angle L = \frac{1}{2}(m\overset{\frown}{HJK} - m\overset{\frown}{HK})$		النظرية 4.14
$= \frac{1}{2}[(360° - 102°) - 102°]$		بالتعويض
$= \frac{1}{2}(258° - 102°) = 78°$		بالتبسيط

(b $m\overset{\frown}{CD}$



$m\angle A = \frac{1}{2}(m\overset{\frown}{CD} - m\overset{\frown}{BC})$		النظرية 4.14
$56° = \frac{1}{2}(m\overset{\frown}{CD} - 95°)$		بالتعويض
$112° = m\overset{\frown}{CD} - 95°$		بضرب كلا الطرفين في 2
$207° = m\overset{\frown}{CD}$		بإضافة 95 لكلا الطرفين



إرشادات الدراسة

القيمة المطلقة:

يمكن التعبير عن قياس $\angle A$ في الحالات جميعها بنصف القيمة المطلقة للفرق بين قياسَي القوسين، وهكذا لا يؤثّر ترتيب القوسين في نتيجة الحسابات.



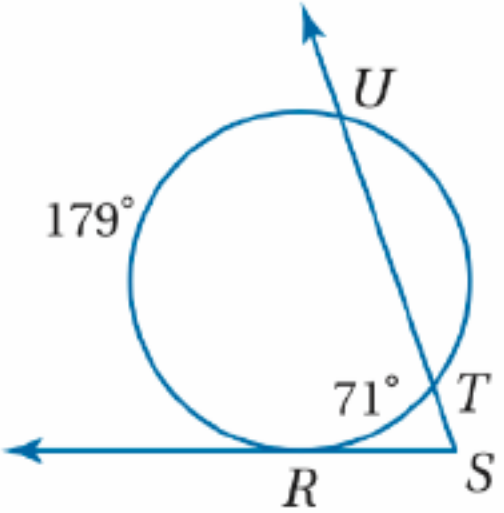
اليوم/
التاريخ/

الموضوع/ القاطع والماس وقياسات الزوايا

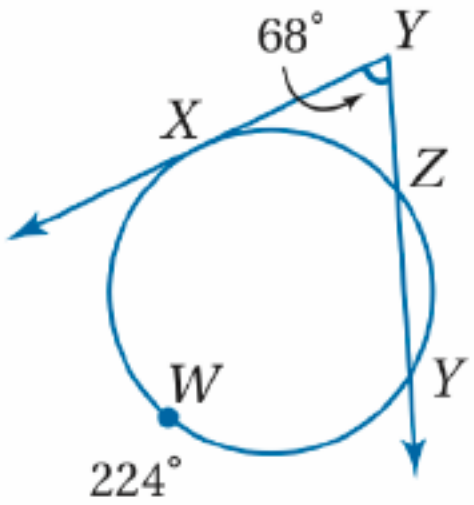
تحقق من فهمك 3 صفحة 159

أوجد كلًّا من القياسين الآتيين:

3A $m\angle S$



3B $m\overset{\frown}{XZ}$

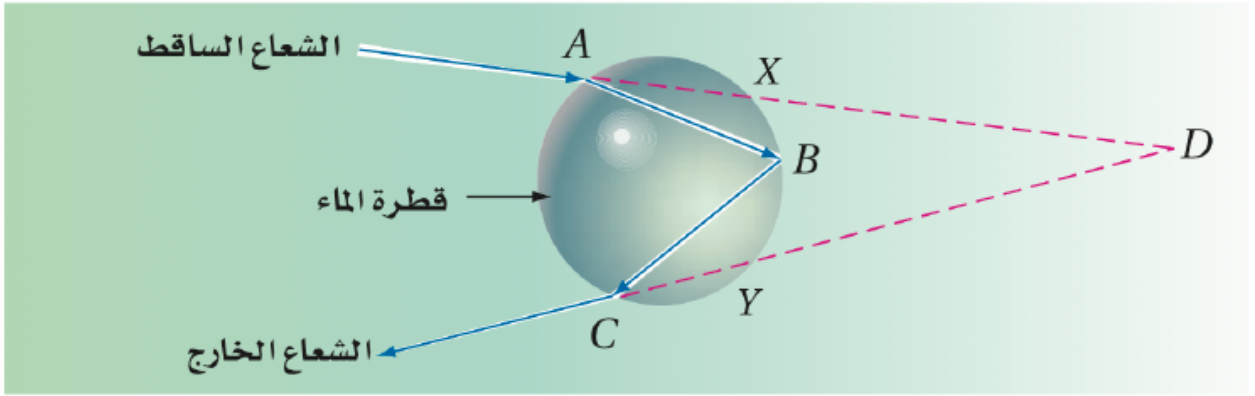


@MarymAlamer



مثال ٦ صفحة 159 تطبيق خصائص القواطع المتقاطعة خارج الدائرة

علوم: يُبيّن الشكل أدناه انكسار شعاع ضوء في قطرة ماء، وانحرافه عن مساره عند النقاط A, B, C، إذا كان $m\overset{\frown}{AC} = 128°$ و $m\overset{\frown}{XY} = 84°$ ، فما قيمة $m\angle D$؟



$m\angle D = \frac{1}{2}(m\overset{\frown}{AC} - m\overset{\frown}{XY})$	نظرية 4.14
$= \frac{1}{2}(128° - 84°)$	بالتعويض
$= \frac{1}{2}(44°) = 22°$	بالتبسيط

@MarymAlamer

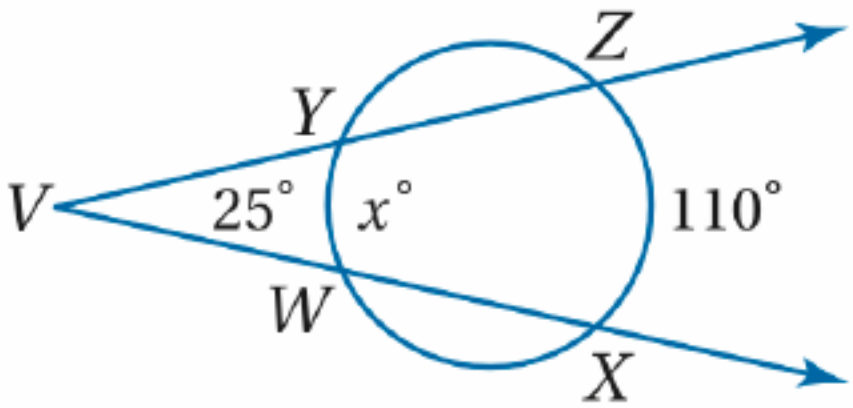


الموضوع/ القاطع والماس وقياسات الزوايا

اليوم/
التاريخ/

تحقق من فهمك ٦ صفحة 159

4) أوجد قيمة x في الشكل المجاور.



@MarymAlamer

أنواع التقاطع في الدائرة وقياسات الزوايا

التقاطع داخل الدائرة

قياس الزاوية المتكونة يساوي

$$\frac{\text{مجموع قياسي القوسين المقابلين لها}}{2}$$

التقاطع على الدائرة

قياس الزاوية المتكونة يساوي

$$\frac{\text{قياس القوس المقابل لها}}{2}$$

التقاطع خارج الدائرة

قياس الزاوية المتكونة يساوي

$$\frac{\text{الفرق (موجب) بين قياسي القوسين المقابلين لها}}{2}$$

@MarymAlamer

الموضوع/ القاطع والماس وقياسات الزوايا

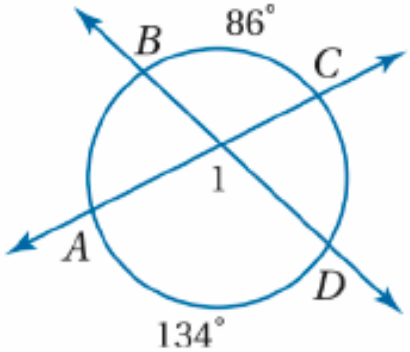
تعاقب الأدوار



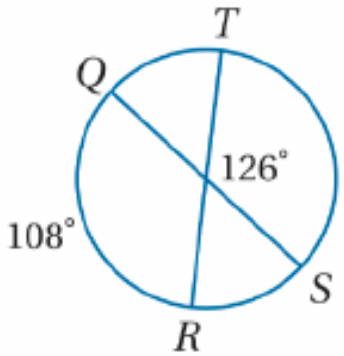
تأكد صفحة 160

أوجد كلًّا من القياسات الآتية، مفترضًا أن القطع المستقيمة التي تبدو مماسات للدائرة هي مماسات فعلًا.

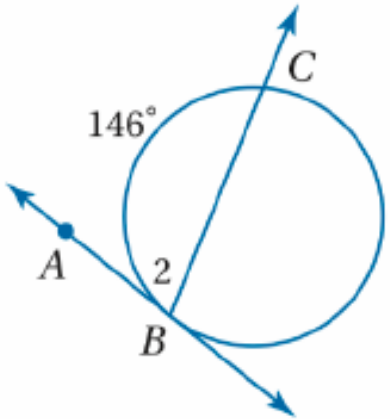
1) $m\angle 1$



2) $m\widehat{TS}$



3) $m\angle 2$



@MarymAlamer



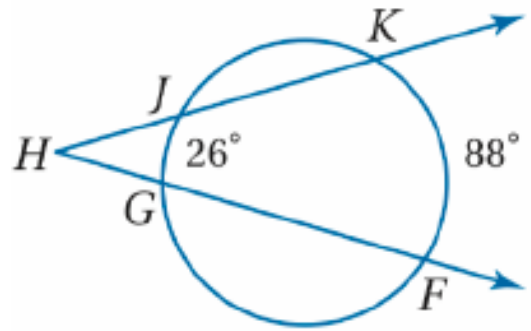
الموضوع/ القاطع والماس وقياسات الزوايا

اليوم/
التاريخ/

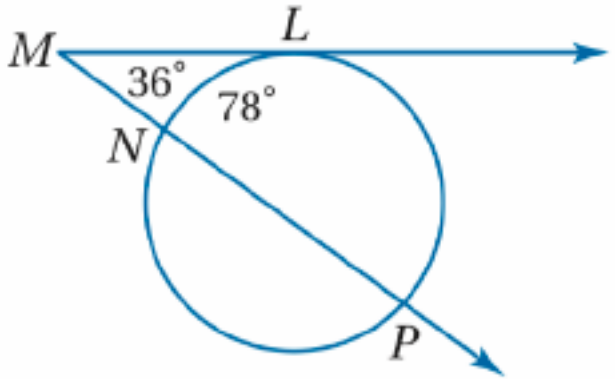
تأكد صفحة 160

أوجد كلًّا من القياسات الآتية، مفترضًا أن القطع المستقيمة التي تبدو مماسات للدائرة هي مماسات فعلًا.

4) $m\angle H$



6) $m\widehat{LP}$



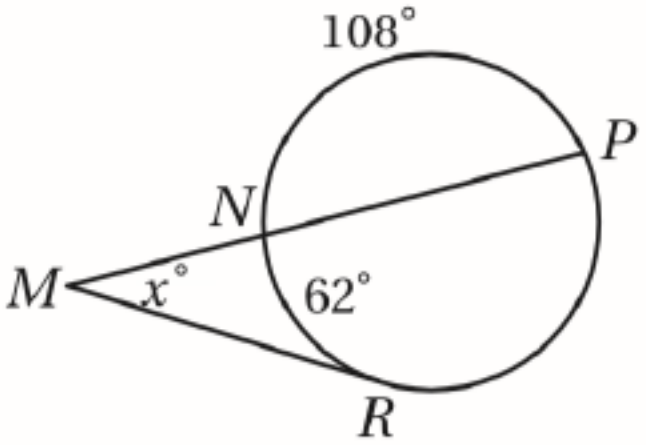
@MarymAlamer

تدرب على اختبار صفحة ١٤٧ تحصيلي

34) إذا كان:

$m\widehat{NR} = 62^\circ$, $m\widehat{NP} = 108^\circ$

فما قيمة x؟



23°	**A**	64°	**C**
31°	**B**	128°	**D**

@MarymAlamer

تعلمنا في هذا الدرس:



التقاطع داخل الدائرة

قياس الزاوية المتكونة يساوي

$$\frac{\text{مجموع قياسي القوسين المقابلين لها}}{2}$$



التقاطع خارج الدائرة

قياس الزاوية المتكونة يساوي

$$\frac{\text{الفرق (موجب) بين قياسي القوسين المقابلين لها}}{2}$$



التقاطع على الدائرة

قياس الزاوية المتكونة يساوي

$$\frac{\text{قياس القوس المقابل لها}}{2}$$

@MarymAlamer

الفصل الثامن

الدائرة



8-7

قطع مستقيمة خاصة في الدائرة

الموضوع/ قطع مستقيمة خاصة في الدائرة

اللهم علمنا ما ينفعنا وانفعنا بما علمتنا وزدنا علما

@MarymAlamer
مجموعة رفعة الرياضيات

اليوم/

التاريخ/

الموضوع/ قطع مستقيمة خاصة في الدائرة



فيما سبق تعلمنا

إيجاد قياس الأقطار التي تتقاطع داخل متوازي الأضلاع



أهداف الدرس

- أجد قياسات الأوتار المتقاطعة داخل الدائرة
- أجد قياسات القطع المستقيمة المتقاطعة خارج الدائرة

@MarymAlamer

الموضوع/ قطع مستقيمة خاصة في الدائرة

العصف الذهني



لماذا؟

قُطِّعت كعكة دائرية كبيرة طوليًّا لتكفي أكبر عدد ممكن من المدعوين إلى حفلة، ولم يبقَ منها إلا قطعة صغيرة. يمكنك إيجاد قطر الكعكة الأصلية باستعمال الخصائص الهندسية للدائرة.



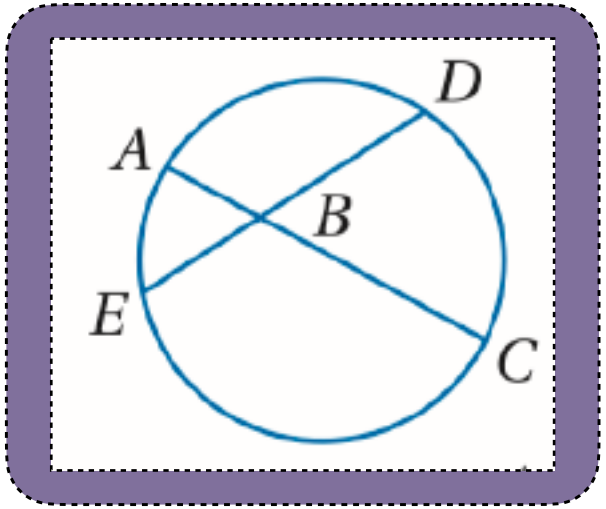
1 ما عناصر الدائرة التي تمثلها الحافتان (المستقيمة والمنحنية) لقطعة الكعك ؟

2 ما القياسات التي عليك أن تعرفها لإيجاد قياس قوس قطعة الكيك المتبقية؟

@MarymAlamer



الأوتار المتقاطعة داخل الدائرة



عندما يتقاطع وتران داخل دائرة ينقسم كل منهما جزئين

ففي الشكل المجاور

انقسم الوتر $\overline{AC}$ إلى $\overline{AB}$ و $\overline{BC}$

وكذلك انقسم الوتر $\overline{ED}$ إلى $\overline{EB}$ و $\overline{BD}$.

@MarymAlamer

اليوم/

التاريخ/

الموضوع/ قطع مستقيمة خاصة في الدائرة

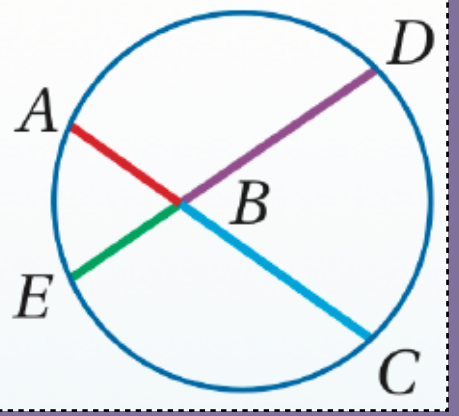
المناقشة النشطة



GeoGebra

نظرية قطع الوتر

التعبير اللفظي: إذا تقاطع وتران في دائرة، فإن حاصل ضرب طولي جزأي الوتر الأول يساوي حاصل ضرب طولَي جزأي الوتر الثاني.



مثال

$$AB \cdot BC = DB \cdot BE$$

@MarymAlamer

الموضوع/ قطع مستقيمة خاصة في الدائرة

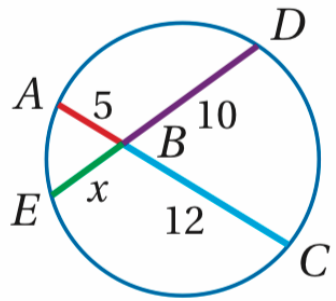
المناقشة النشطة



مثال 1 صفحة 164 استعمال تقاطع الوترين

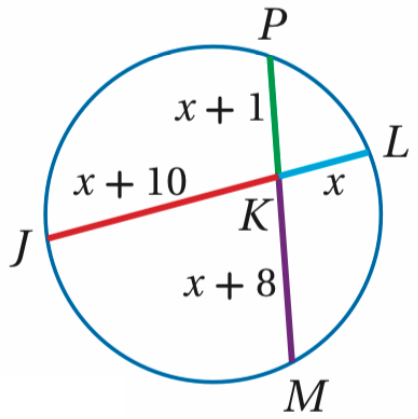
أوجد قيمة x في كلٍّ من الشكلين الآتيين:

(a



$AB \cdot BC = EB \cdot BD$	النظرية 4.15
$5 \cdot 12 = x \cdot 10$	بالتعويض
$60 = 10x$	بالضرب
$6 = x$	بقسمة كلا الطرفين على 10

(b



$JK \cdot KL = PK \cdot KM$	النظرية 4.15
$(x + 10) \cdot x = (x + 1)(x + 8)$	بالتعويض
$x^2 + 10x = x^2 + 9x + 8$	بالضرب
$10x = 9x + 8$	بطرح x^2 من كلا الطرفين
$x = 8$	بطرح $9x$ من كلا الطرفين

اليوم/
التاريخ/

الموضوع/ قطع مستقيمة خاصة في الدائرة

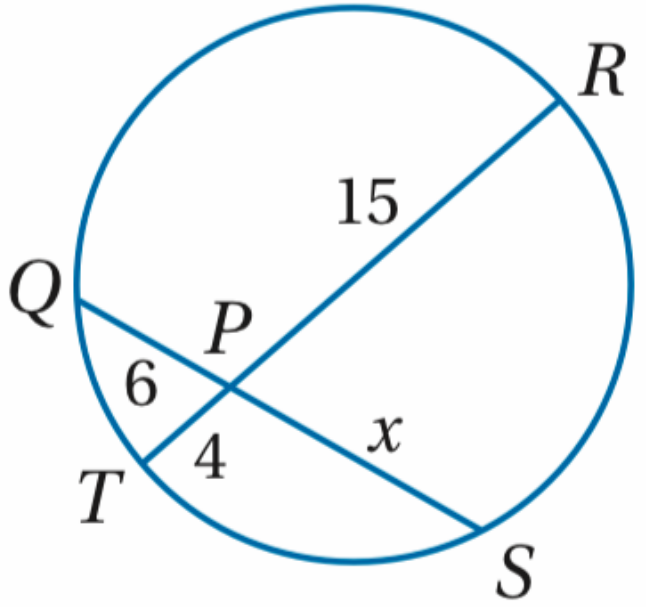
تعاقب الأدوار



تحقق من فهمك 1 صفحة 164

أوجد قيمة x في كلٍّ من الشكلين الآتيين:

(1A



@MarymAlamer



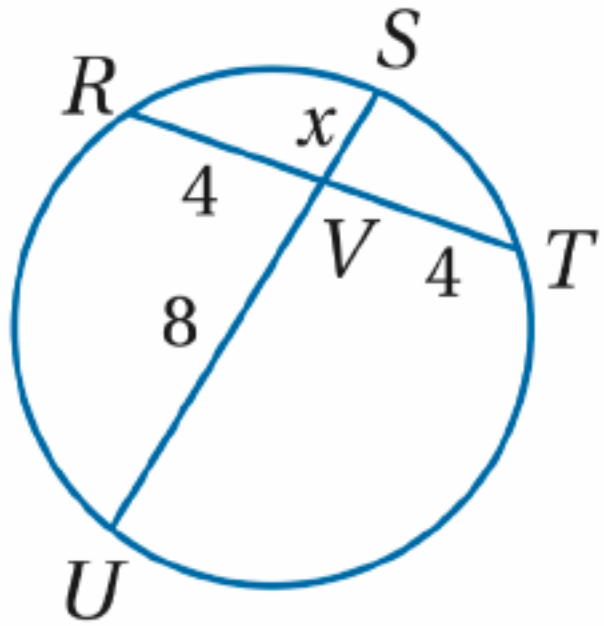
اليوم/
التاريخ/

الموضوع/ قطع مستقيمة خاصة في الدائرة

تأكد صفحة 167

أوجد قيمة x في كلٍّ من الشكلين الآتيين:

(1



@MarymAlamer

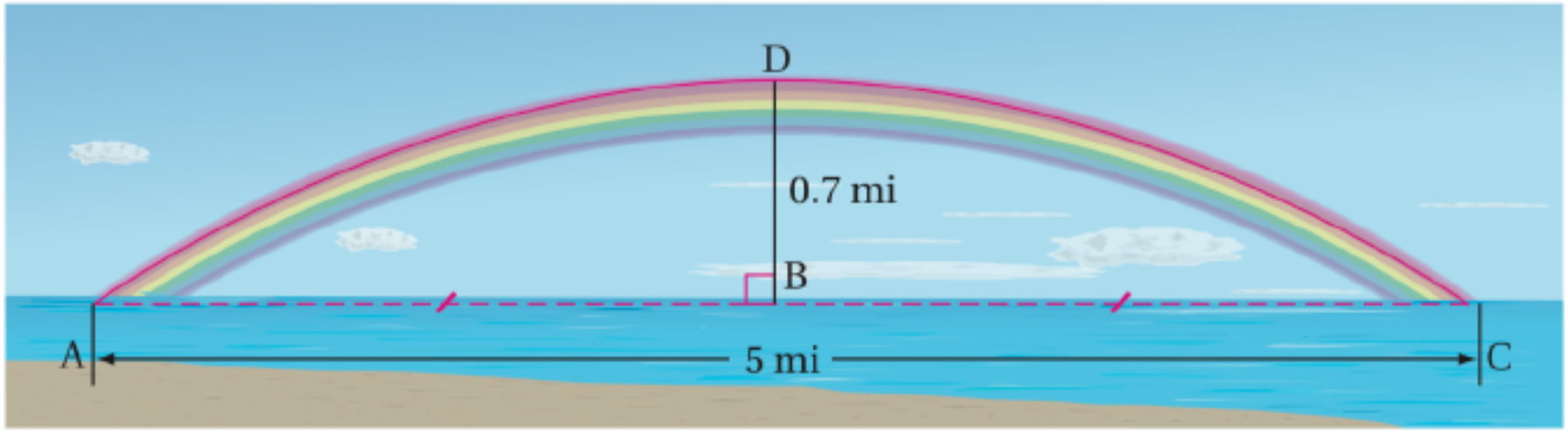
الموضوع/ قطع مستقيمة خاصة في الدائرة

المناقشة النشطة



مثال 2 صفحة 166 إيجاد قياس قطع مستقيمة في الدائرة

علوم: شكل قوس المطر الحقيقي دائرة كاملة، ولا يظهر لنا منها إلا القوس الذي يظهر فوق أفق الكرة الأرضية. ما نصف قطر الدائرة التي تحوي قوس المطر الظاهر في الشكل أدناه؟



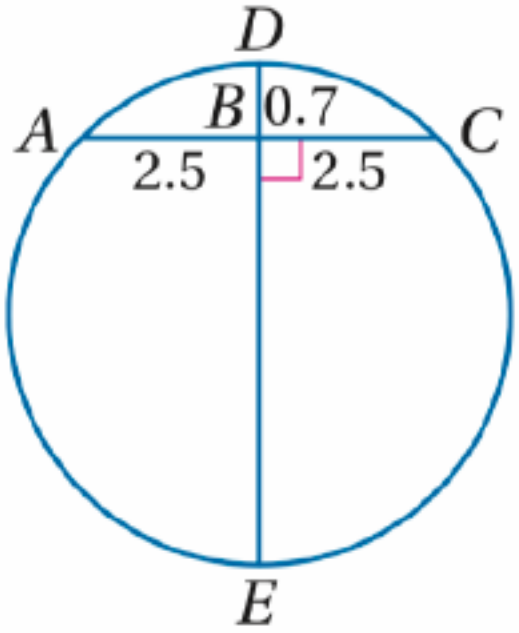
الموضوع/ قطع مستقيمة خاصة في الدائرة

المناقشة النشطة



مثال 2 صفحة 166

إيجاد قياس قطع مستقيمة في الدائرة



$AB \cdot BC = DB \cdot BE$	النظرية 4.15
$2.5 \cdot 2.5 = 0.7 \cdot BE$	بالتعويض
$6.25 = 0.7BE$	بالضرب
$8.9 \approx BE$	بقسمة كلا الطرفين على 0.7
$DE = DB + BE$	مسلّمة جمع القطع المستقيمة
$\approx 0.7 + 8.9$	بالتعويض
$= 9.6$	بالجمع

بما أن قطر الدائرة يساوي 9.6mi تقريبًا، فإن نصف قطرها يساوي $9.6 \div 2 \approx 4.8$

إرشادات لحل المسألة

ارسم شكلًا:
عند حلّ المسائل اللفظية المتعلّقة بالدوائر، يُفضَّل أن ترسم شكلًا وتضع عليه قياسات كل عناصر الدائرة المعطاة، وأن تسمّي القياس المجهول برمز متغير لمساعدتك على اختيار خطة الحل المناسبة.



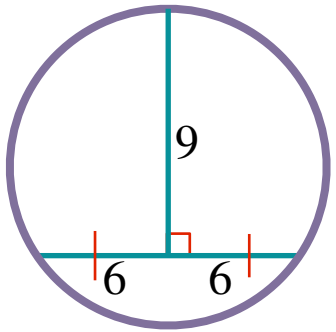
اليوم/
التاريخ/

الموضوع/ قطع مستقيمة خاصة في الدائرة

تدرب وحل المسائل صفحة 168



11) كعك: توزّع سلْمَى الكعك في حفلٍ. إذا كانت أبعاد القطعة المتبقية من الكعكة كما في الشكل المجاور، فما قطر الكعكة الأصلية؟



@MarymAlamer

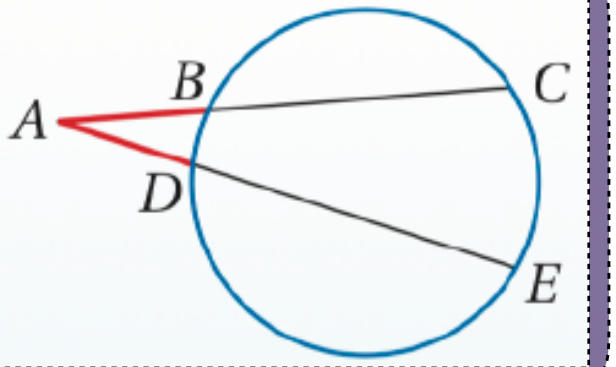


قطع مستقيمة تتقاطع خارج الدائرة

GeoGebra

نظرية القاطع

التعبير اللفظي: إذا رُسم قاطعان لدائرةٍ من نقطة خارجها، فإن حاصل ضرب طول القاطع الأول في طول الجزء الخارجي منه، يساوي حاصل ضرب طول القاطع الثاني في طول الجزء الخارجي منه.



مثال

$$AC \cdot AB = AE \cdot AD$$

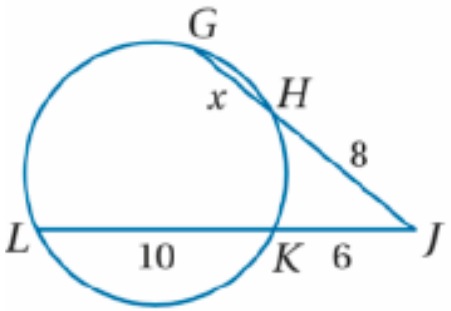
@MarymAlamer



مثال 3 صفحة 166 استعمال تقاطع القاطعين



أوجد قيمة x في الشكل المجاور.



$JG \cdot JH = JL \cdot JK$	النظرية 4.16
$(x + 8)8 = (10 + 6)6$	بالتعويض
$8x + 64 = 96$	بالضرب
$8x = 32$	بطرح 64 من كلا الطرفين
$x = 4$	بقسمة كلا الطرفين على 8

تنبيه

استعمال المعادلة الصحيحة:

تأكّد من أنك تجد ناتج ضرب طول القاطع في طول القطعة الخارجية منه. وليس في طول القطعة الداخلية منه.

@MarymAlamer

مجموعة رفعة الرياضيات



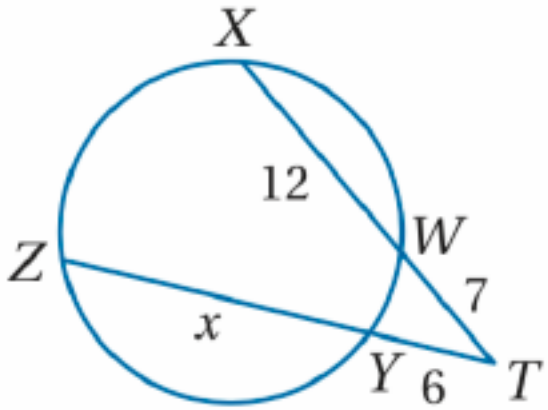
اليوم/
التاريخ/

الموضوع/ قطع مستقيمة خاصة في الدائرة

تحقق من فهمك 3 صفحة 166

أوجد قيمة x في كلٍّ من الشكلين الآتيين:

(3B



@MarymAlamer

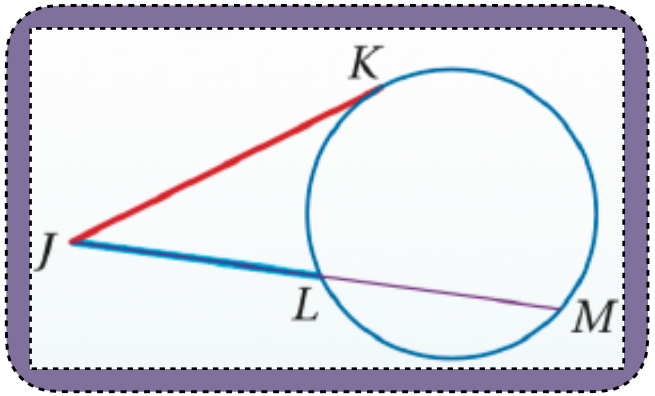


قطع مستقيمة تتقاطع خارج الدائرة

GeoGebra

نظرية القاطع والمماس

التعبير اللفظي: إذا رُسم مماسٌّ وقاطع لدائرة من نقطة خارجها، فإن مربع طول المماس يساوي حاصل ضرب طول القاطع في طول الجزء الخارجي منه.



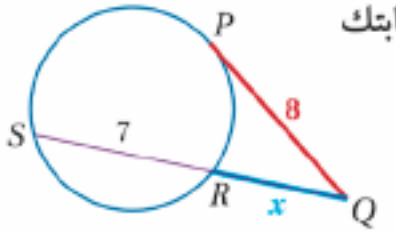
مثال

$$JK^2 = JL \cdot JM$$



مثال ٦ صفحة 167 استعمال المماس والقاطع

إذا كانت $\overline{PQ}$ مماسًا للدائرة كما في الشكل المجاور، فأوجد قيمة x مقرّبًا إجابتك إلى أقرب عُشْرٍ.



$PQ^2 = QR \cdot QS$	النظرية 4.17
$8^2 = x(x+7)$	بالتعويض
$64 = x^2 + 7x$	بالضرب
$0 = x^2 + 7x - 64$	بطرح 64 من كلا الطرفين

استعمل القانون العام لحل المعادلة التربيعية؛ لأن المقدار غير قابل للتحليل.

$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$	القانون العام
$= \frac{-7 \pm \sqrt{7^2 - 4(1)(-64)}}{2(1)}$	$a = 1, b = 7, c = -64$
$= \frac{-7 \pm \sqrt{305}}{2}$	بالتبسيط
≈ -12.2 أو 5.2	باستعمال الحاسبة

وبما أنه لا يمكن أن تكون الأطوال سالبةً، فإن قيمة x تساوي 5.2 تقريبًا.

@MarymAlamer



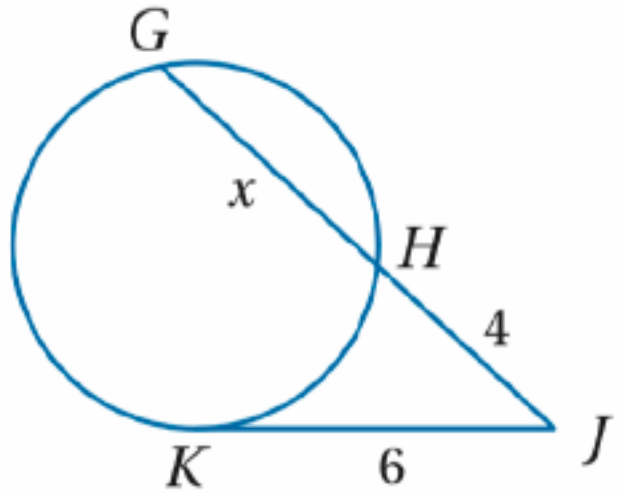
الموضوع/ قطع مستقيمة خاصة في الدائرة

اليوم/
التاريخ/

تأكد صفحة 167

أوجد قيمة x في كلٍّ من الشكلين الآتيين:

(3



@MarymAlamer

تعاقب الأدوار



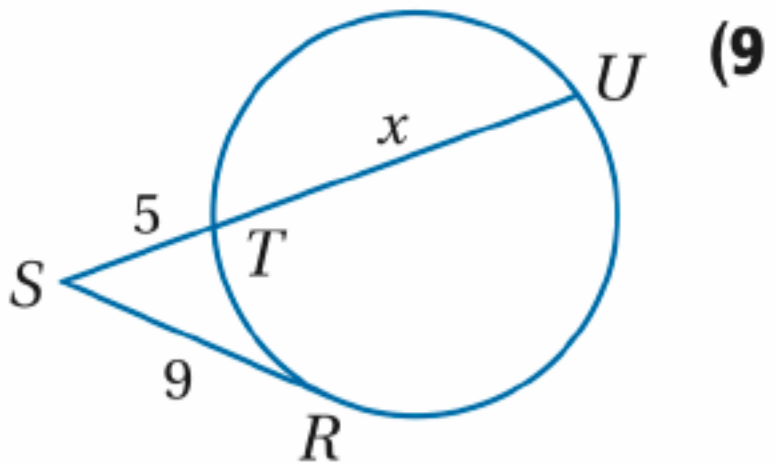
الموضوع/ قطع مستقيمة خاصة في الدائرة

اليوم/

التاريخ/

تدرب وحل المسائل صفحة 168

(9



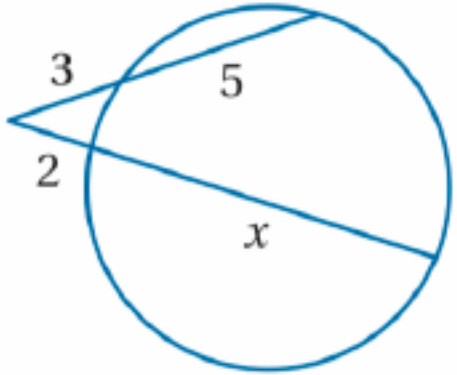
@MarymAlamer



اليوم/
التاريخ/

الموضوع/ قطع مستقيمة خاصة في الدائرة

مهارات التفكير العليا صفحة 169



18) اكتشف الخطأ: يحسب كلٌّ من خالد وعبدالعزيز قيمة x في الشكل المجاور .
فكتب خالد المعادلة: $3(5) = 2x$ ، بينما كتب عبدالعزيز المعادلة:
$3(8) = 2(2 + x)$. هل أيٌّ منهما كتب المعادلة الصحيحة؟ برّر إجابتك.

.....

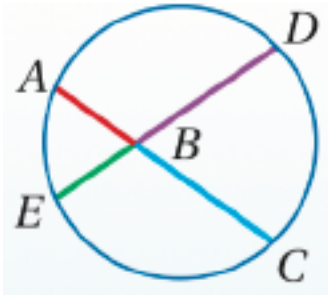
.....

@MarymAlamer

الموضوع/ قطع مستقيمة خاصة في الدائرة

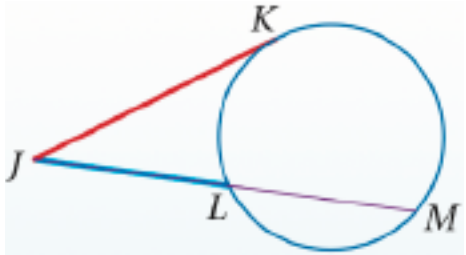
تعلمنا في هذا الدرس:

نظرية قطع الوتر



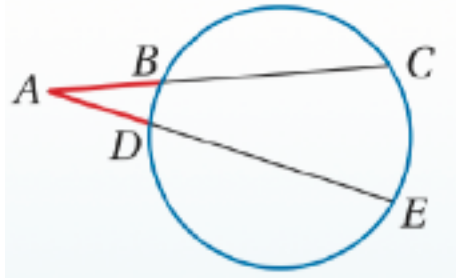
$$AB \cdot BC = DB \cdot BE$$

نظرية المماس والقاطع



$$JK^2 = JL \cdot JM$$

نظرية القاطع



$$AC \cdot AB = AE \cdot AD$$

@MarymAlamer

الفصل الثامن

الدائرة



8-8

معادلة الدائرة



اليوم/

التاريخ/

الموضوع/ معادلة الدائرة

اللهم علمنا ما ينفعنا وانفعنا بما علمتنا وزدنا علما

@MarymAlamer

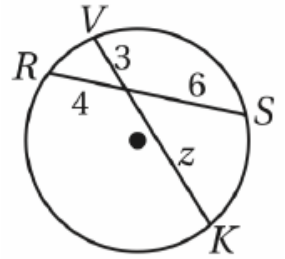
مجموعة رفعة الرياضيات

الموضوع/ معادلة الدائرة

مجموعة رفعة الرياضيات

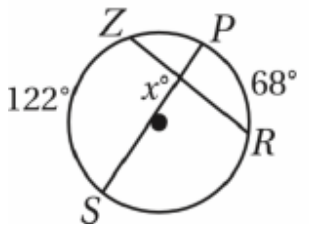
مراجعة تراكمية

أوجد قيمة z في الشكل المجاور



8	D	7	C	4.5	B	2	A

في الشكل المجاور أوجد قيمة x



61°	D	68°	C	95°	B	122°	A

@MarymAlamer

الموضوع/ معادلة الدائرة



فيما سبق تعلمنا

كتابة معادلة المستقيم وتمثيله بيانياً في المستوى الاحداثي



أهداف الدرس

- اكتب معادلة الدائرة.
- أمثل الدائرة بيانياً في المستوى الاحداثي



المفردات

- الصيغة القياسية لمعادلة الدائرة.



لماذا؟



تستعمل أبراج الاتصالات الهاتفية إشارات الراديو لبثِّ مكالمات الهواتف النقالة. ويغطي كل برج منطقةً دائريةً. وتُصمَّم الأبراج بحيث تلتقط إشارات البث في أي مكان ضمن منطقة التغطية.

1 أين يوضع البرج بالنسبة للمنطقة الدائرية التي سيغطيها ؟

2 ماذا تمثل المسافة بين البرج وأبعد نقطة يصلها بث البرج ؟

الموضوع/ معادلة الدائرة

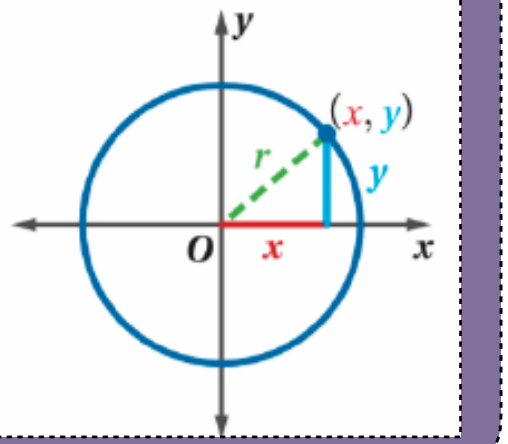
المناقشة النشطة



معادلة الدائرة

إذا مثّل (x, y) نقطة على دائرة مركزها عند نقطة الأصل كما في الشكل المجاور، فإنه يمكنك أن تستعمل نظرية فيثاغورس؛ لتجد أن معادلة هذه الدائرة $x^2 + y^2 = r^2$.

وإذا لم يقع مركز الدائرة عند نقطة الأصل، ولكن عند النقطة (h, k) كما في الشكل المبيّن في المفهوم الأساسي أدناه، فإنه يمكنك أن تستعمل صيغة المسافة بين نقطتين لتحصل على معادلة الدائرة.



صيغة المسافة بين نقطتين $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$r = \sqrt{(x - h)^2 + (y - k)^2}$ $d = r, (x_1, y_1) = (h, k), (x_2, y_2) = (x, y)$

بتربيع كلا الطرفين $r^2 = (x - h)^2 + (y - k)^2$

@MarymAlamer

الموضوع/ معادلة الدائرة

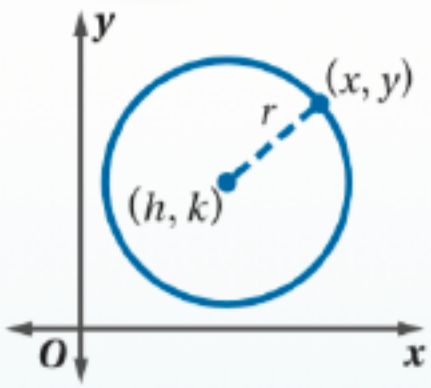
المناقشة النشطة



الصورة القياسية لمعادلة الدائرة

الصيغة القياسية لمعادلة الدائرة التي مركزها (h, k) ،
وطول نصف قطرها r هي: $(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$.

الصيغة القياسية لمعادلة الدائرة تُسمَّى أيضًا صيغة المركز ونصف القطر.



@MarymAlamer

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توزيع

الموضوع/ معادلة الدائرة

المناقشة النشطة



مثال 1 صفحة 171 كتابة معادلة الدائرة باستعمال المركز ونصف القطر

a) مركزها عند $(1, -8)$ ، وطول نصف قطرها 7

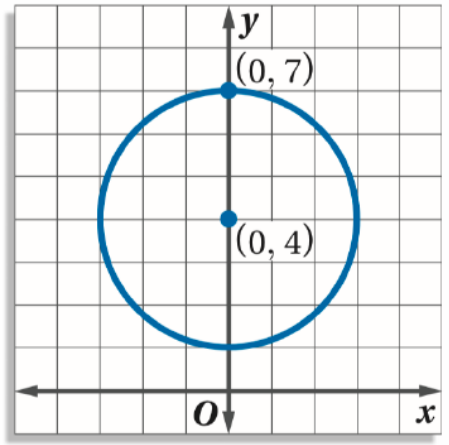
معادلة الدائرة $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$

$(h, k) = (1, -8)، r = 7$ $(x - 1)^2 + [y - (-8)]^2 = 7^2$

بالتبسيط $(x - 1)^2 + (y + 8)^2 = 49$

b) الدائرة الممثلة بيانيًّا في الشكل المجاور.

مركز الدائرة عند $(0, 4)$ وطول نصف قطرها 3



معادلة الدائرة $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$

$(h, k) = (0, 4)، r = 3$ $(x - 0)^2 + (y - 4)^2 = 3^2$

بالتبسيط $x^2 + (y - 4)^2 = 9$



تحقق من فهمك 1 صفحة 171

اكتب معادلة الدائرة في كلٍّ ممَّا يأتي:

1A) مركزها نقطة الأصل، ونصف قطرها $\sqrt{10}$.

1B) مركزها النقطة $(4, -1)$، وقطرها 8

@MarymAlamer



مثال 2 صفحة 172 كتابة معادلة الدائرة باستعمال مركزها ونقطة عليها

اكتب معادلة الدائرة في كلٍّ ممَّا يأتي:

a) مركزها $(-2, 4)$ ، وتمر بالنقطة $(-6, 7)$.

الخطوة 1: أوجد نصف القطر باستعمال صيغة المسافة بين النقطتين.

صيغة المسافة بين نقطتين $r = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$(x_1, y_1) = (-2, 4), (x_2, y_2) = (-6, 7)$ $= \sqrt{[-6 - (-2)]^2 + (7 - 4)^2}$

بالتبسيط $= \sqrt{25} = 5$

الخطوة 2: اكتب معادلة الدائرة باستعمال: $h = -2, k = 4, r = 5$.

معادلة الدائرة $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$

$h = -2, k = 4, r = 5$ $[x - (-2)]^2 + (y - 4)^2 = 5^2$

بالتبسيط $(x + 2)^2 + (y - 4)^2 = 25$

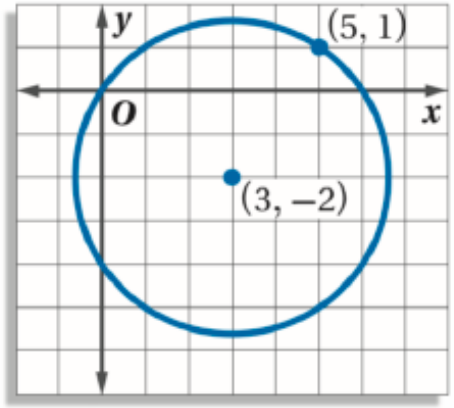
الموضوع/ معادلة الدائرة

المناقشة النشطة



مثال 2 صفحة 172 كتابة معادلة الدائرة باستعمال مركزها ونقطة عليها

b) الدائرة الممثلة بيانيًّا جانبًا.



الخطوة 1: أوجد نصف القطر باستعمال صيغة المسافة بين النقطتين

صيغة المسافة بين نقطتين $r = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

بالتعويض $= \sqrt{(5 - 3)^2 + [1 - (-2)]^2}$

بالتبسيط $= \sqrt{13}$

الخطوة 2: اكتب معادلة الدائرة باستعمال: $h = 3, k = -2, r = \sqrt{13}$.

معادلة الدائرة $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$

$h = 3, k = -2, r = \sqrt{13}$ $(x - 3)^2 + [y - (-2)]^2 = (\sqrt{13})^2$

بالتبسيط $(x - 3)^2 + (y + 2)^2 = 13$



إرشادات الدراسة

صيغة الجذور:
في المثال 2b، من الأفضل ترك نصف القطر على صورة الجذر؛ لأن نصف القطر سيُربع عند كتابة معادلة الدائرة.

@MarymAlamer

الموضوع/ معادلة الدائرة

تعاقب الأدوار



تحقق من فهمك 2 صفحة 172

اكتب معادلة الدائرة في كلٍّ ممَّا يأتي:

2A) مركزها $(5, 4)$، وتمر بالنقطة $(-3, 4)$.

@MarymAlamer



اليوم/
التاريخ/

الموضوع/ معادلة الدائرة

تحقق من فهمك 2 صفحة 172

اكتب معادلة الدائرة في كلٍّ ممَّا يأتي:

2B) مركزها $(-5, -3)$، وتمر بالنقطة $(0, 0)$.

@MarymAlamer

الموضوع/ معادلة الدائرة

المناقشة النشطة



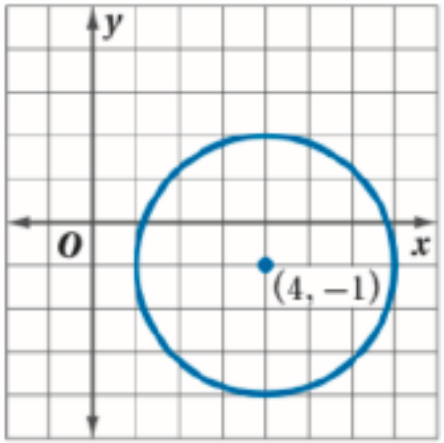
مثال 3 صفحة 172 تمثيل الدائرة بيانياً

أوجد مركز ونصف قطر الدائرة التي معادلتها: $(x-4)^2+(y+1)^2=9$، ثم مثّلها بيانيًّا.

أعد كتابة المعادلة: $(x-4)^2+(y+1)^2=9$ بالصيغة القياسية لإيجاد المركز ونصف القطر بسهولة.

$$(x-4)^2+[y-(-1)]^2=3^2$$
$$\uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow$$
$$(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$$

لذا فإن: $h=4, k=-1, r=3$. أي أن المركز عند النقطة $(4,-1)$ ونصف القطر 3 وحداتٍ.





إرشادات الدراسة

مسلّمات إقليدس:
لقد درست ثلاثًا من مسلّمات إقليدس في درس 2–5، وهناك مسلّمة أخرى لإقليدس، وهي أنه يمكنك رسم دائرة وحيدة بنصف قطر معلوم باختيار أي نقطة لتكون مركزًا لهذه الدائرة.

@MarymAlamer
مجموعة رفعة الرياضيات



اليوم/
التاريخ/

الموضوع/ معادلة الدائرة

تحقق من فهمك 3 صفحة 172

أوجد مركز ونصف قطر الدائرة المعطاة معادلتها في كلٍّ مما يأتي، ثم مثّلها بيانيًّا:

(3A $x^2 + y^2 = 4$

(3B $(x + 4)^2 + (y - 7)^2 = 25$

@MarymAlamer

الموضوع/ معادلة الدائرة

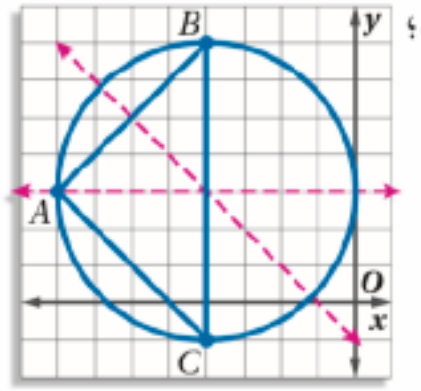
المناقشة النشطة



مثال ٦ صفحة 173 استعمال ثلاث نقاط لكتابة معادلة الدائرة.

أعاصير: وُضعت ثلاث صفارات للتحذير من الأعاصير في ثلاثة مواقع استراتيجية على دائرة حول مدينة، اكتب معادلة الدائرة التي وُضعت عليها الصفارات الثلاث إذا كانت إحداثيات مواقعها هي: $A(-8, 3)$, $B(-4, 7)$, $C(-4, -1)$.

خطط: مثّل $\triangle ABC$ بيانيًا، ثم أنشئ عمودين منصّفين لاثنين من أضلاعه؛ لتعيين مركز الدائرة، حيث إن العمود المنصف لوتر في الدائرة هو قطر (أو نصف قطر) لها، وأوجد طول نصف قطر الدائرة، ثم استعمل المركز ونصف القطر لكتابة معادلتها.



حُلّ: أنشئ عمودين منصفين لضلعين، يظهر من الرسم أن مركز الدائرة يقع عند النقطة $(-4, 3)$، ونصف القطر 4

اكتب المعادلة:

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$$

$$[x - (-4)]^2 + (y - 3)^2 = 4^2$$

$$(x + 4)^2 + (y - 3)^2 = 16$$



اليوم/
التاريخ/

الموضوع/ معادلة الدائرة

تأكد صفحة 173

اكتب معادلة الدائرة في كلٍّ ممّا يأتي:

1) مركزها $(0, 9)$، ونصف قطرها 5

2) مركزها $(1, 3)$، وقطرها 14

@MarymAlamer



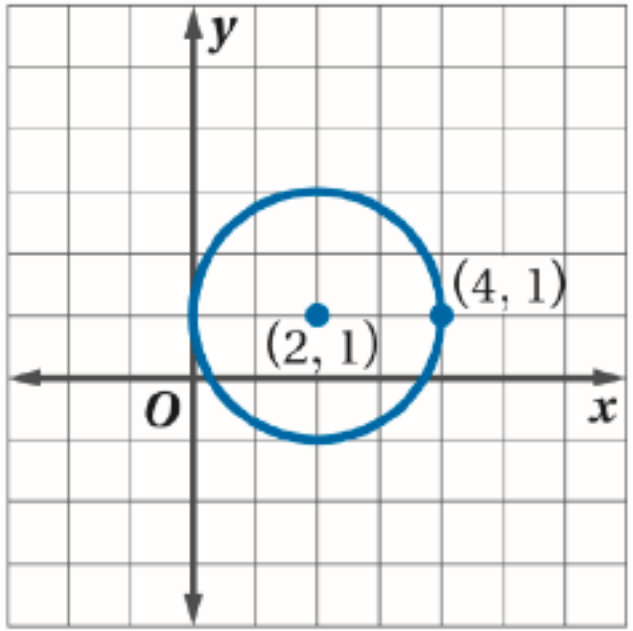
اليوم/
التاريخ/

الموضوع/ معادلة الدائرة

تأكد صفحة 173

اكتب معادلة الدائرة في كلٍّ ممّا يأتي:

(5



@MarymAlamer



اليوم/
التاريخ/

الموضوع/ معادلة الدائرة

تأكد صفحة 173

أوجد مركز ونصف قطر الدائرة المعطاة معادلتها في كلٍّ ممَّا يأتي، ثم مثّلها بيانيًّا.

7) $(x-3)^2+(y+2)^2=16$

@MarymAlamer



تدرب على اختبار صفحة ١٤٧

تحصيلي

35) أيُّ المعادلات الآتية تُمثّل معادلة الدائرة التي مركزها $(6, 5)$، وتمر بالنقطة $(2, 8)$؟

A $(x-6)^2+(y-5)^2=5^2$

B $(x-5)^2+(y-6)^2=7^2$

C $(x+6)^2+(y+5)^2=5^2$

D $(x-2)^2+(y-8)^2=7^2$

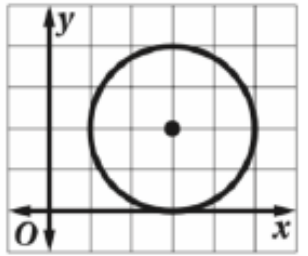


الموضوع/ معادلة الدائرة

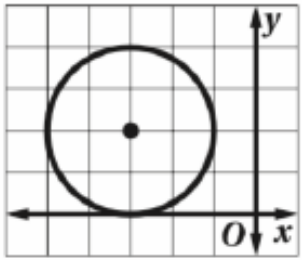
تحصيلي

حدد الشكل الذي يمثل المعادلة $(x-3)^2+(y+2)^2=4$.

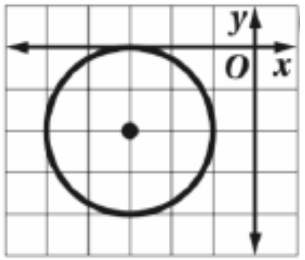
A



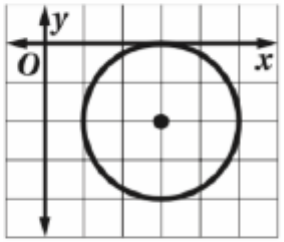
B



C



D



@MarymAlamer

الموضوع/ معادلة الدائرة

تحصيلي

أوجد مركز الدائرة التي معادلتها

$$(x+11)^2+(y-7)^2=121$$

D	11	**C**	(121,94)	**B**	(11,−7)	**A**	(−11,7)



تعلمنا في هذا الدرس:



الصيغة القياسية لمعادلة الدائرة

الصيغة القياسية لمعادلة الدائرة التي مركزها (h, k) ،
وطول نصف قطرها r هي: $(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$.

@MarymAlamer

المراجع

ماجروهيل رياضيات ١-٣ ، وزارة التعليم ، مجموعة العبيكان للاستثمار

موقع slidesmania

موقع معاً للقمة

سلسلة رفعة للاختبارات المحاكية للاختبارات الدولية [piza]

التحصيلي [ناصر العبد الكريم]