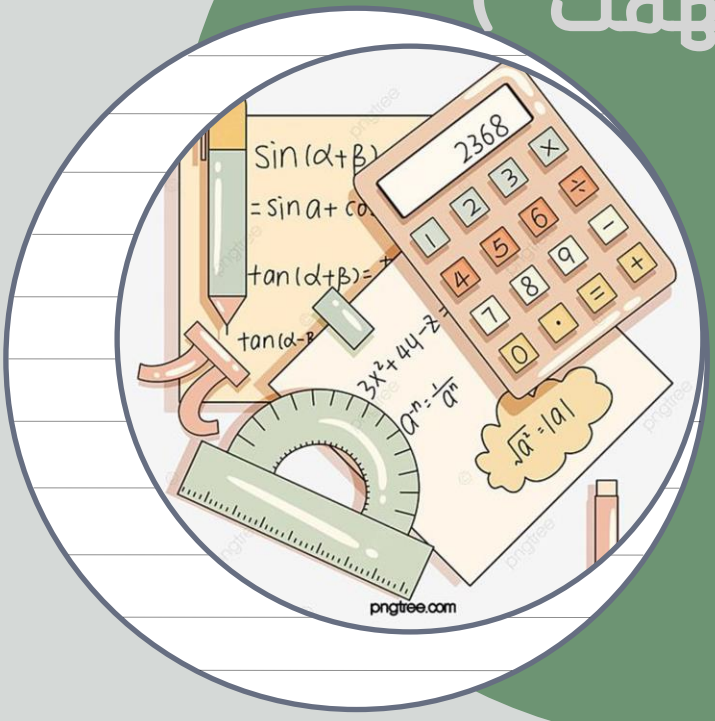
مع سلسلة رفعة

حلول
(تحقق من فهمك)

رياضيات
ثالث متوسط

الفصل الدراسي الثالث



المؤلفون :
أ / حميد مرزوق الحربي
أ / نادية عبدالله السلطان
أ /جواهر عايض الحارثي

نسخة الكترونية مجانية

ردمك

السادة

أ- حميد الحربي

أ- نادية السلطان

أ- جواهر الحارثي

نفيدكم علماً بأنه قد تم تسجيل عملكم المرسوم بـ:

(سلسلة رفعة الرياضيات حلول (تحقق من فهمك)

الثالث متوسط (الفصل الدراسي الثالث)

تحت رقم إيداع ١٤٤٣/٩٠١٧

وتاريخ ١٤٤٣/٠٨/٢٦هـ

ورقم ردمك 978-603-04-0971-6

مجموعة رفعة الرياضيات

تطوير - إنتاج - توثيق

شكر وعرفان

نتقدم بالشكر الجزيل لمجموعة رفعة الرياضيات التي تضم نخبة من المعلمين والمعلمات المبدعين والمبدعات شكراً لكم، ولنا الفخر بأن نكون أحد أعضاء هذه المجموعة المبدعة

لأضافه جميع حسابات وقنوات رفعة الرياضيات

المقدمة

الحمد لله والصلاة والسلام على نبينا محمد وعلى آله وصحبه أجمعين
أما بعد
نبذة تعريفية لمجموعة رفعة
هي مجموعة تدار من قبل معلمي ومعلمات الرياضيات من جميع أنحاء المملكة، وهي قائمة على التطوير المهني لجميع المعلمين والمعلمات، وابتكار الأفكار الإبداعية للتعليم العام، والإنتاج الموثق لكل ما يخص الرياضيات والتعليم العام.
وبهدف التسهيل والتيسير لمادة الرياضيات، نقدم لكم سلسة تحقق من فهمك
"للصف الثالث متوسط الفصل الدراسي الثالث"

ونرجو من الله أن تجدوا فيها الفائدة

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

الفهرس

الفصل ٨

٨ - ١	تمثيل الدوال التربيعية بيانياً
٨ - ٢	حل المعادلات التربيعية بيانياً
٨ - ٣	حل المعادلات التربيعية بإكمال مربع
٨ - ٤	حل المعادلات التربيعية باستعمال القانون العام

الفصل ٩

٩ - ١	تبسيط العبارات الجذرية
٩ - ٢	العمليات على العبارات الجذرية
٩ - ٣	المعادلات الجذرية
٩ - ٤	نظرية فيثاغورس
٩ - ٥	المسافة بين نقطتين
٩ - ٦	المثلثات المتشابهة
٩ - ٧	النسب المثلثية

مجموعة رقعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

الفصل ١٠

١٠ - ١	تصميم دراسة مسحية
١٠ - ٢	تحليل نتائج الدراسة المسحية
١٠ - ٣	إحصائيات العينة ومعالم المجتمع
١٠ - ٤	التباديل والتوافيق
١٠ - ٥	احتمالات الحوادث المركبة

الفصل الثامن

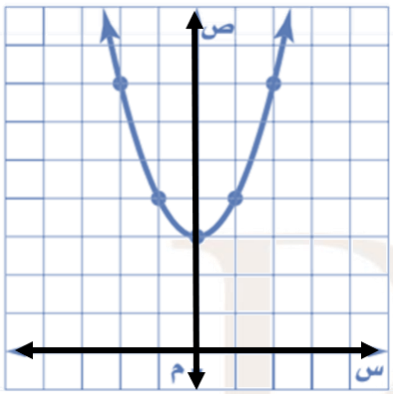
الدوال التربيعية

٨ - ١ تمثيل الدوال التربيعية بيانياً

تحقق من فهمك

١) استعمل جدول القيم لتمثيل الدالة ص = س^{٢} + ٣ بيانياً، وحدد مجالها ومداها.

س	ص
-٢	٧
-١	٤
٠	٣
١	٤
٢	٧



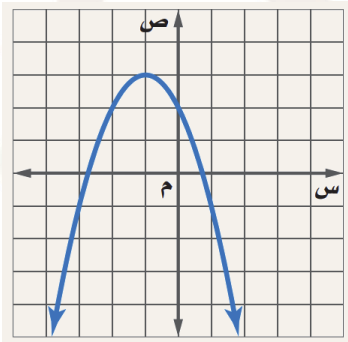
المجال =

مجموعة الأعداد الحقيقية

المدى = { ص : ص ≤ ٣ }

تحقق من فهمك

٢أ) أوجد الرأس، ومعادلة محور التماثل، والمقطع الصادي لكل تمثيل بياني فيما يأتي:



الخطوة ١: أوجد الرأس.

بما أن القطع المكافئ مفتوح إلى أسفل فالرأس يمثّل النقطة العظمى له وهي: (-١، ٣)

الخطوة ٢: أوجد محور التماثل.

بما أن محور التماثل هو المستقيم الذي يمر بالرأس، ويقسم القطع إلى نصفين متطابقين، لذا تكون معادلة محور التماثل هي: س = -١

الخطوة ٣: أوجد المقطع الصادي.

بما أن المقطع الصادي هي النقطة التي يتقاطع فيها القطع المكافئ مع محور الصادات، وهي النقطة (٠، ٢)، لذا يكون المقطع الصادي هو ٢

٨ - ١ تمثيل الدوال التربيعية بيانياً

٢ب)

الخطوة ١: أوجد الرأس.

بما أن القطع المكافئ مفتوح إلى أعلى فالرأس يمثّل النقطة الصغرى له وهي: (١، ٣)

الخطوة ٢: أوجد محور التماثل.

بما أن محور التماثل هو المستقيم الذي يمر بالرأس، ويقسم القطع إلى نصفين متطابقين، لذا تكون معادلة محور التماثل هي: س = ١

الخطوة ٣: أوجد المقطع الصادي.

بما أن المقطع الصادي هي النقطة التي يتقاطع فيها القطع المكافئ مع محور الصادات، وهي النقطة (٠، ٤)، لذا يكون المقطع الصادي هو ٤

تطوير - إنتاج - توثيق

تحقق من فهمك

٣أ) ص = $-٣س^{٢} + ٦س - ٥$

صيغة معادلة محور التماثل $س = -\frac{ب}{٢أ}$

أ = -٣ ، ب = ٦

$س = -\frac{٦}{٢(-٣)} = ١$

معادلة محور التماثل هي: س = ١

ولإيجاد إحداثي الرأس، خذ القيمة الناتجة من معادلة محور التماثل، واعتبرها إحداثياً سينياً لرأس القطع المكافئ، ثم عوضها في معادلة القطع المكافئ لإيجاد الإحداثي الصادي.

٨ - ١ تمثيل الدوال التربيعية بيانياً

ص = $-٣س^{٢} + ٦س - ٥$ المعادلة الأصلية

ص = $-٣(١)^{٢} + ٦(١) - ٥ = -٢$ س = ١، بسط

الرأس هو: (١، -٢)، وبما أن المقطع الصادي هو عند النقطة (٠، جـ) دائماً، لذا فالمقطع الصادي هو: -٣.

ب٣) ص = $٢س^{٢} + ٢س + ٢$

س = $-\frac{ب}{٢أ}$ صيغة معادلة محور التماثل

س = $-\frac{٢}{٢(٢)} = -\frac{١}{٢}$ أ = ٢، ب = ٢ بسط

معادلة محور التماثل هي: س = $-\frac{١}{٢}$

ولإيجاد إحداثي الرأس، خذ القيمة الناتجة من معادلة محور التماثل، واعتبرها إحداثيا سينياً لرأس القطع المكافئ، ثم عوضها في معادلة القطع المكافئ لإيجاد الإحداثي الصادي.

ص = $٢س^{٢} + ٢س + ٢$ المعادلة الأصلية

ص = $٢(-\frac{١}{٢})^{٢} + ٢(-\frac{١}{٢}) + ٢ = \frac{٣}{٢}$ س = $-\frac{١}{٢}$ ، بسط

الرأس هو: ($-\frac{١}{٢}$ ، $\frac{٣}{٢}$)، وبما أن المقطع الصادي هو عند النقطة (٠، جـ)

دائما، لذا فالمقطع الصادي هو: $\frac{٣}{٢}$.

٨ - ١ تمثيل الدوال التربيعية بيانياً

تحقق من فهمك

ليكن د(س) = ٢س^{٢} -٤س -١.

٤أ) حدد فيما إذا للدالة قيمة عظمى أم صغرى

في الدالة د(س) = ٢س^{٢} -٤س -١، أ = ٢، ب = -٤، ج = -١

بما أن أ عدد موجب فالتمثيل البياني مفتوحا إلى أعلى، ويكون للدالة قيمة صغرى

٤ب) أوجد القيمة العظمى أو الصغرى للدالة

القيمة الصغرى للدالة هي الإحداثي الصادي للرأس.

الإحداثي السيني للرأس = $-\frac{ب}{٢أ} = \frac{-(-٤)}{(٢)٢} = ١$

بالتعويض في الدالة عن قيمة س لإيجاد قيمة ص

د(س) = ٢س^{٢} -٤س -١ الدالة الأصلية

د(١) = ٢(١)^{٢} -٤(١) -١ = -٣ س = ١ ، بسّط

د(١) = -٣

إذن القيمة الصغرى تساوي -٣

٤ج) حدد مجال الدالة ومداها

المجال = مجموعة الأعداد الحقيقية.

المدى = جميع الأعداد الحقيقي التي تزيد أو تساوي -٣

= {ص | ص ≥ -٣}

٨ - ١ تمثيل الدوال التربيعية بيانياً

تحقق من فهمك

٥أ) د(س) = -٢س^{٢} + ٢س - ١

الخطوة ١: أوجد معادلة محور التماثل.

صيغة معادلة محور التماثل: س = $-\frac{ب}{٢أ}$

أ = -٢، ب = ٢

بسط: س = $-\frac{٢}{(-٢)٢} = \frac{٢}{٤} = \frac{١}{٢}$

معادلة محور التماثل هي: س = $\frac{١}{٢}$

الخطوة٢: أوجد الرأس، وحدد فيما إذا كان يمثل نقطة صغرى أم عظمى.

المعادلة الاصلية: ص = -٢س^{٢} + ٢س - ١

س = $\frac{١}{٢}$: = -٢($\frac{١}{٢}$)^{٢} + ٢($\frac{١}{٢}$) - ١

بسط: = $-\frac{١}{٢}$

يقع الرأس عند النقطة ($\frac{١}{٢}$ ، $-\frac{١}{٢}$) وبما أن أ سالبة، فالتمثيل البياني مفتوحا إلى أسفل، لذا يمثل الرأس قيمة عظمى.

الخطوة٣: أوجد المقطع الصادي.

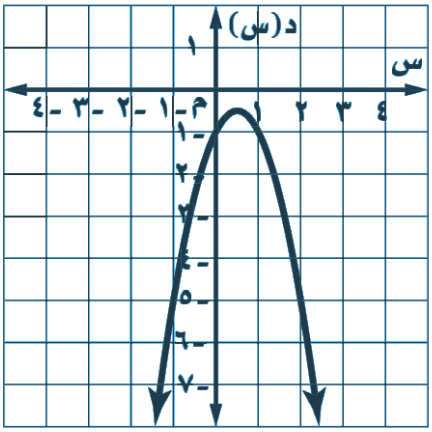
المعادلة الأصلية: ص = -٢س^{٢} + ٢س - ١

س = ٠: = -٢(٠)^{٢} + ٢(٠) - ١

بسط: = -١

المقطع الصادي يساوي -١.

٨ - ١ تمثيل الدوال التربيعية بيانياً



الخطوة ٤: يقسم محور التماثل القطع المكافئ إلى جزأين متطابقين، لذا فإنه لكل نقطة على أحد الجزأين توجد نقطة تناظرها في الجزء الآخر.

الخطوة ٥: صل بين النقاط بمنحنى.

٥ب) د(س) = ٣س^{٢} - ٦س + ٢

الخطوة١ : أوجد معادلة محور التماثل.

$س = -\frac{ب}{٢أ}$ صيغة معادلة محور التماثل

$س = -\frac{٦}{٢(٣)} = ١$ أ = ٣، ب = -٦ ، بسط

معادلة محور التماثل هي: س = ١

الخطوة٢: أوجد الرأس، وحدّد فيما إذا كان يمثل نقطة صغرى أم عظمى.

ص = ٣س^{٢} - ٦س + ٢ المعادلة الأصلية

= ٣(١)^{٢} - ٦(١) + ٢ س = ١

= -١ بسط

يقع الرأس عند النقطة (١، -١) وبما أن أ موجبة، فالتمثيل البياني مفتوحا إلى أعلى، لذا يمثل الرأس قيمة صغرى.

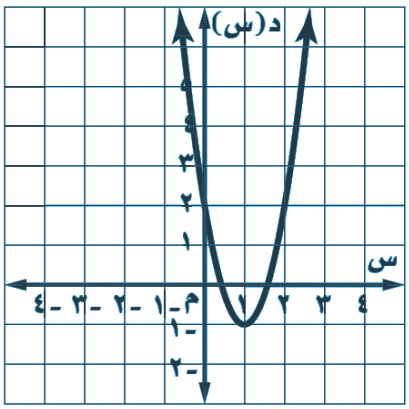
الخطوة٣: أوجد المقطع الصادي.

ص= ٣س^{٢} - ٦س + ٢ المعادلة الأصلية

= ٣(٠)^{٢} - ٦(٠) + ٢ س = ٠

= ٢ بسط

٨ - ١ تمثيل الدوال التربيعية بيانياً



المقطع الصادي يساوي ٢.

الخطوة ٤: يقسم محور التماثل القطع المكافئ إلى جزأين متطابقين، لذا فإنه لكل نقطة على أحد الجزأين توجد نقطة تناظرها في الجزء الآخر.

الخطوة ٥: صل بين النقاط بمنحنى.

تحقق من فهمك

٦) رمي الرمح: يشارك علي في مسابقة رمي الرمح، ويمكن تمثيل ارتفاع الرمح (ص) بالأقدام بعد (س) ثانية، بالمعادلة ص = -١٦س^{٢} + ٦٤س +٦.

أ) مثل مسار هذا الرمح بيانيا.

معادلة محور التماثل $س = -\frac{ب}{٢أ}$

$س = -\frac{٦٤}{٢(-١٦)} = ٢$ أ = -١٦، ب = ٦٤

بما أن معادلة محور التماثل س = ٢، لذا فإن الإحداثي السيني للرأس هو ٢.

بالتعويض في المعادة عن قيمة س لإيجاد الإحداثي الصادي للرأس

المعادلة الأصلية ص = -١٦س^{٢} + ٦٤س + ٦

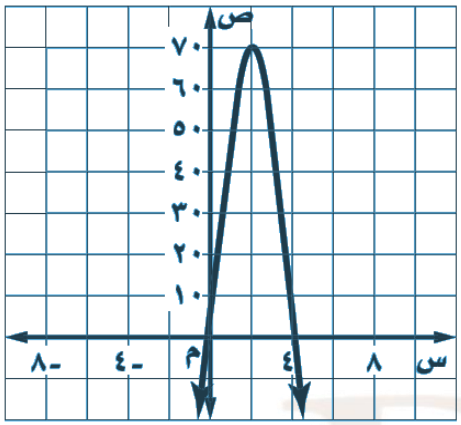
بسط ص = -١٦(٢)^{٢} + ٦٤(٢) + ٦ = ٧٠ س = ٢

الرأس هو: (٢، ٧٠)

ولتجد نقطة أخرى، اختر س = ٠ وعوض في الدالة الأصلية

ص = -١٦(٠)^{٢} + ٦٤(٠) + ٦ = فتكون النقطة الجديدة (٠، ٦) والنقطة المقابلة لها على الطرف الآخر لمحور التماثل هي (٤، ٦)

٨ - ١ تمثيل الدوال التربيعية بيانياً



ولتجد نقطة أخرى، اختر س = ٠ وعوّض في الدالة الأصلية ص = -١٦(٠)٢ + ٦٤(٠) + ٦ فتكون النقطة الجديدة (٠، ٦) والنقطة المقابلة لها على الطرف الآخر لمحور التماثل (٤، ٦) ويمكن تكرار ذلك باختيار قيم مختلفة لـ س والتعوّيض في الدالة الأصلية لإيجاد ص ثم إيجاد النقاط والنقاط المقابلة لها حول محور التماثل، ثم صل بين هذه النقاط بمنحنى.

ب) ما الارتفاع الذي أطلق منه الرمح؟

أطلق الرمح عندما كان الزمن صفرًا، أو عند المقطع الصادي للدالة، أي من على ارتفاع ٦ قدما عن الأرض.

ج) ما أقصى ارتفاع يصل إليه الرمح؟

القيمة العظمى للارتفاع تقع عند الرأس، لذا يصل الرمح إلى أقصى ارتفاع له ٧٠ قدما بعد ٢ ثانية من بدء الانطلاق.

إذا مات ابن آدم انقطع عمله إلا من ثلاث: صدقة جارية، أو علم ينتفع به، أو ولد صالح يدعو له.

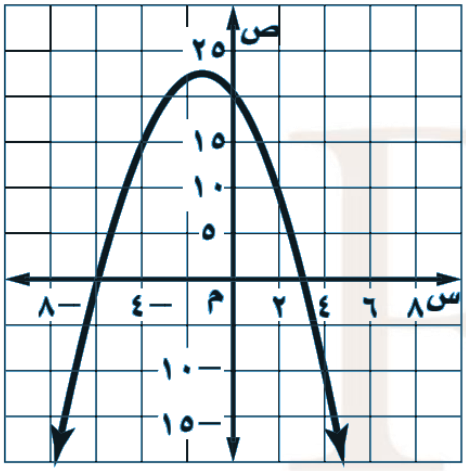
٨ - ٢ حل المعادلات التربيعية بيانياً

تحقق من فهمك

أ) - س^{٢} - ٣س + ١٨ = ٠

نمثل الدالة د(س) = - س^{٢} - ٣س + ١٨ المرتبطة بالمعادلة بيانيا

تظهر المقاطع السينية للتمثيل البياني عند ٣، -٦ ؛ لذا فالحلول هي ٣، -٦



تحقق: التعويض عن س = ٣ في المعادلة الأصلية

- س^{٢} - ٣س + ١٨ = ٠

- (٣)^{٢} - ٣(٣) + ١٨ = ٠

-١٨ + ١٨ = ٠

٠ = ٠ صحيحة

التعويض عن س = -٦ في المعادلة الأصلية

- س^{٢} - ٣س + ١٨ = ٠

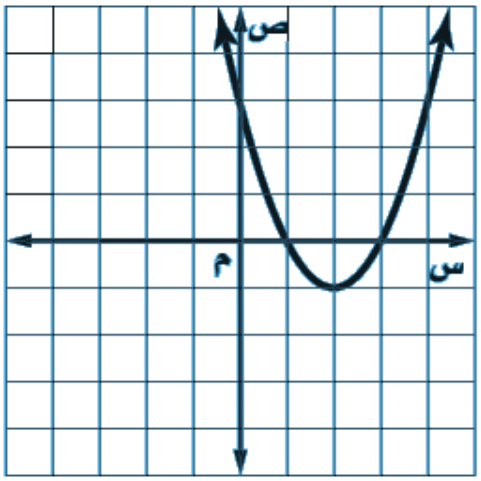
- (-٦)^{٢} - ٣(-٦) + ١٨ = ٠

- ٣٦ + ٣٦ = ٠

٠ = ٠ صحيحة

ب) س^{٢} -٤س + ٣ = ٠

نمثل الدالة د(س) = س^{٢} -٤س + ٣ المرتبطة بالمعادلة بيانيا. تظهر المقاطع السينية للتمثيل البياني عند ١، ٣لذا فالحلول هي ١، ٣



تحقق: التعويض عن س = ١ في المعادلة الأصلية

س^{٢} -٤س + ٣ = ٠

(١)^{٢} - ٤(١) + ٣ = ٠

-٣ + ٣ = ٠

٠ = ٠ صحيحة

التعويض عن س = ٣ في المعادلة الأصلية

س^{٢} -٤س + ٣ = ٠

(٣)^{٢} - ٤(٣) + ٣ = ٠

٠ = ٠ صحيحة

٨ - ٢ حل المعادلات التربيعية بيانياً

تحقق من فهمك

٢أ) $س^{٢} + ٢٥ = ١٠س$

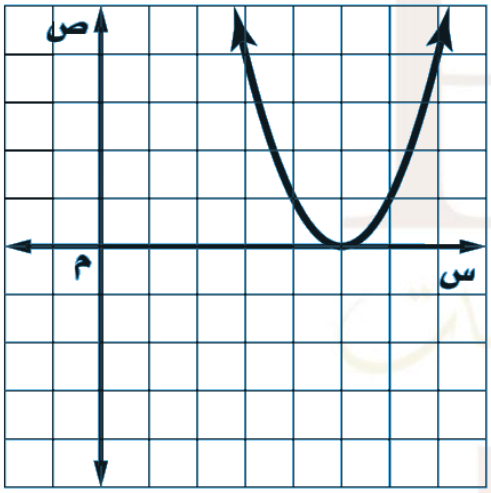
الخطوة١: أعد كتابة المعادلة بالصورة القياسية.

$س^{٢} + ٢٥ = ١٠س$ المعادلة الأصلية

$س^{٢} - ١٠س + ٢٥ = ٠$ أضف $-١٠س$ إلى كلا الطرفين.

الخطوة ٢: مثل الدالة المرتبطة $د(س) = س^{٢} - ١٠س + ٢٥$

الخطوة ٣: حدد المقطع السيني للتمثيل البياني، ولاحظ أن رأس القطع المكافئ هو المقطع السيني الوحيد للدالة، لذا فإن للدالة حلا وحيدا هو ٥



تحقق: حل المعادلة بالتحليل إلى العوامل

$س^{٢} - ١٠س + ٢٥ = ٠$ المعادلة الأصلية

$(س - ٥)(س - ٥) = ٠$ حلل إلى العوامل

$س - ٥ = ٠$ أو $س - ٥ = ٠$ خاصية الضرب الصفري

$س = ٥$ أو $س = ٥$ أضف ٥ إلى كلا الطرفين

الحل الوحيد هو ٥ (جذرا مكرر)

٢ب) $س^{٢} = -٨س - ١٦$

الخطوة١: أعد كتابة المعادلة بالصورة القياسية.

$س^{٢} = -٨س - ١٦$ المعادلة الأصلية

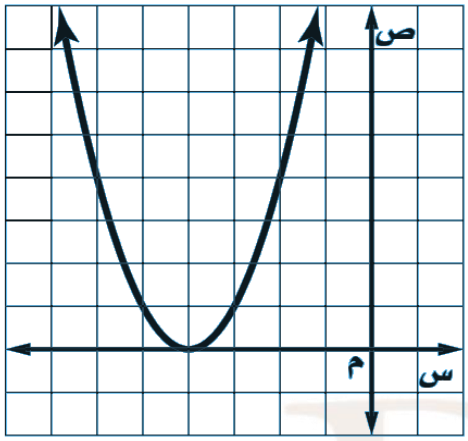
$س^{٢} + ٨س + ١٦ = ٠$ أضف ٨س، ١٦إلى كلا الطرفين.

الخطوة٢: مثل الدالة المرتبطة $د(س) = س^{٢} + ٨س + ١٦$

الحل الوحيد هو -٤ (جذرا مكرر)

٨ - ٢ حل المعادلات التربيعية بيانياً

الخطوة ٣: حدد المقطع السيني للتمثيل البياني، ولاحظ أن رأس القطع المكافئ هو المقطع السيني الوحيد للدالة،



لذا فإن للدالة حلا وحيدا هو -٤

تحقق: حل المعادلة بالتحليل إلى العوامل

$س^{٢} + ٨س + ١٦ = ٠$ المعادلة الأصلية

$(س + ٤)(س + ٤) = ٠$ حلل إلى العوامل

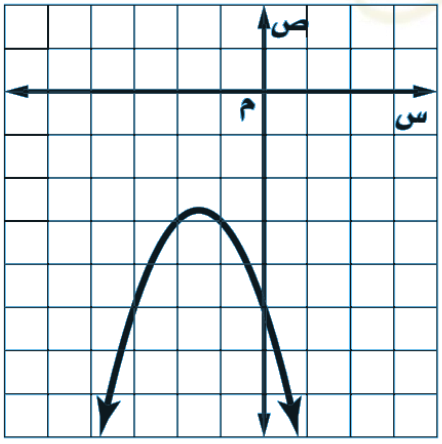
$س + ٤ = ٠$ أو $س + ٤ = ٠$ خاصية الضرب الصفري

$س = -٤$ أو $س = -٤$ أضف -٤ إلى كلا الطرفين

تحقق من فهمك

٣أ) $-س^{٢} - ٣س = ٥$

الخطوة١: أعد كتابة المعادلة بالصورة القياسية.



$-س^{٢} - ٣س = ٥$ المعادلة الأصلية

$-س^{٢} - ٣س - ٥ = ٠$ أضف -٥ إلى كلا الطرفين.

الخطوة٢: مثل الدالة المرتبطة د(س) = $-س^{٢} - ٣س - ٥$

الخطوة ٣: حدد المقطع السيني للتمثيل البياني للدالة.

لاحظ أن التمثيل البياني ليس له مقطع سيني، لذا

فليس للمعادلة جذور حقيقية، وبالتالي فإن مجموعة الحل هي ∅

تحقق: حل المعادلة بالتحليل إلى العوامل.

لا يوجد عاملان ضربهما ٥ ومجموعهما -٣ لذا فالعبارة غير قابلة للتحليل إلى العوامل، أي لا يوجد للمعادلة حلول حقيقية.

٨ - ٢ حل المعادلات التربيعية بيانياً

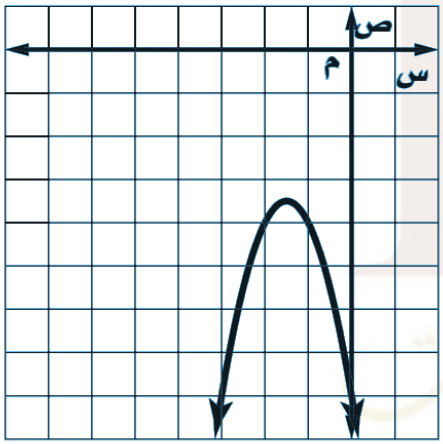
٣ب) - ٢س^{٢} - ٨ = ٦س

الخطوة١: أعد كتابة المعادلة بالصورة القياسية.

- ٢س^{٢} - ٨ = ٦س	المعادلة الأصلية
- ٢س^{٢} - ٦س - ٨ = ٠	أضف - ٦س إلى كلا الطرفين.
- س^{٢} - ٣س - ٤ = ٠	قسم على ٢ لجميع الحدود

الخطوة ٢: مثل الدالة المرتبطة د(س) = - س^{٢} - ٣س - ٤

الخطوة ٣: حدد المقطع السيني للتمثيل البياني للدالة.



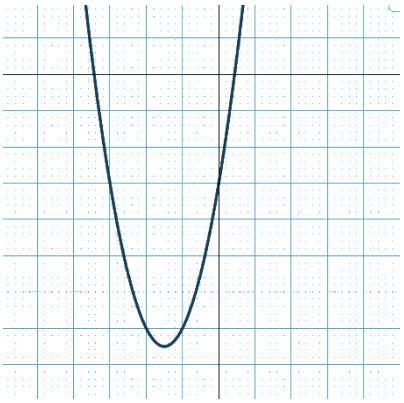
لاحظ أن التمثيل البياني ليس له مقطع سيني، لذا فليس للمعادلة جذور حقيقية، وبالتالي فإن مجموعة الحل هي ∅

تحقق: حل المعادلة بالتحليل إلى العوامل. لا يوجد عاملان ضربهما ٤ ومجموعهما -٣، لذا فالعبارة غير قابلة للتحليل إلى العوامل، أي لا يوجد للمعادلة حلول حقيقية.

تطوير - إنتاج - توثيق

تحقق من فهمك

٤) حل المعادلة ٢س^{٢} + ٦س - ٣ = ٠ بيانيا. وإذا لم تكن الجذور إعداد صحيحة، فقدرها إلى أقرب جزء من عشرة.



مثل الدالة المرتبطة د(س) = ٢س^{٢} + ٦س - ٣

يقع المقطعان السينيان بين ٠ ، ١ وبين -٣ ، -٤
أنشئ جدولا بتدرج طوله ٠,١ لقيم س التي تقع بين ٠ ، ١ وبين -٣، -٤. وابحث عن التغير في إشارات الدالة، وتعد قيمة الدالة الأقرب إلى الصفر هي التقريب الأفضل لصفر الدالة.

٨ - ٢ حل المعادلات التربيعية بيانياً

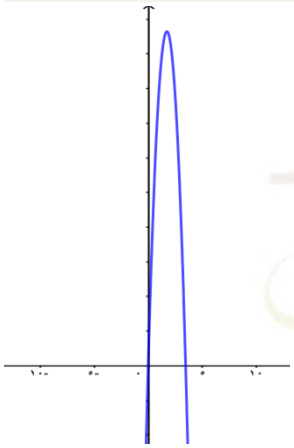
س	٠,٦	٠,٥	٠,٤	٠,٣	٠,٢	٠,١
ص	١,٣٢	٠,٥	٠,٢٨-	١,٢-	٠,٦٨-	٢,٣٨-

س	٣,٦-	٣,٥-	٣,٤-	٣,٣-	٣,٢-	٣,١-
ص	٤٤,٥٢	٤٢,٥	٠,٢٨-	٣٨,٥٨	١,٧٢-	٢,٣٨-

الجذران هما: ٠,٤ ، ٣,٤-

تحقق من فهمك

٥) إذا ركل سعد الكرة من ارتفاع قدمين من الأرض إلى أعلى بسرعة ٥٥ قدما/ ثانية. فكم تبقى الكرة في الهواء تقريبا؟



لإيجاد جذور المعادلة -١٦ن^{٢} + ٥٥ن + ١ نستعمل الحاسبة البيانية في تمثيل الدالة المرتبطة بها.

المقطع السيني الموجب للتمثيل هو ٣,٥ تقريبا،

لذا فإن الكرة بقيت في الهواء ٣,٥ ثوان تقريبا.

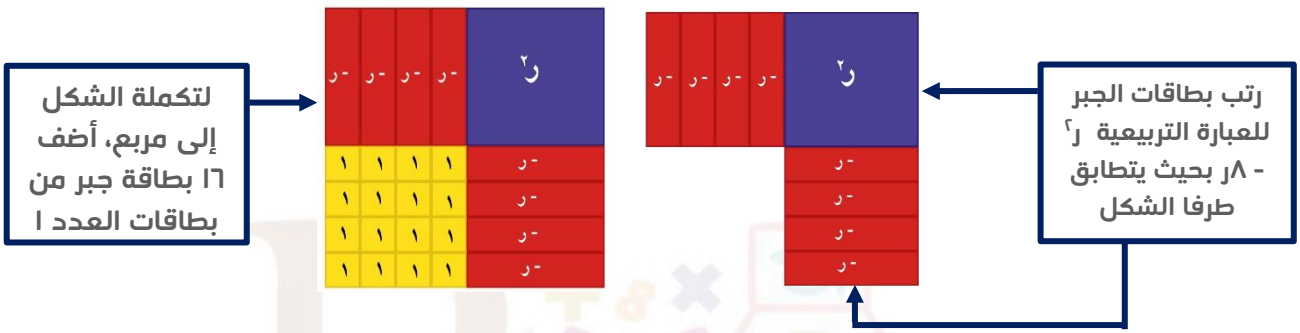
ثمرة النجاح، تأتي من الصبر الطويل.

٨ - ٣ حل المعادلات التربيعية بإكمال المربع

تحقق من فهمك

١) أوجد قيمة جـ التي تجعل ثلاثية الحدود $ر^{٢}$ - ٨ر + جـ مربعا كاملا.

الطريقة ١: استعمال بطاقات الجبر.



إذن جـ = ١٦

الطريقة ٢: استعمال خوارزمية إكمال المربع.

خطوة ١: أوجد $\frac{١}{٢}$ العدد -٨. $\frac{٨}{٢}$ - = -٤

خطوة ٢: ربع الناتج من الخطوة ١. $(-٤)^{٢}$ = ١٦

خطوة ٣: أضف الناتج من الخطوة ٢ إلى $ر^{٢}$ - ٨ر. $ر^{٢}$ - ٨ر + ١٦

إذن جـ = ١٦ لاحظ أن $ر^{٢}$ - ٨ر + ١٦ = $(ر - ٤)^{٢}$

تحقق من فهمك

٢) حل المعادلة: $س^{٢}$ - ٢١س + ٣ = ٨ بإكمال المربع.

$س^{٢}$ - ٢١س + ٣ = ٨ المعادلة الأصلية

$س^{٢}$ - ٢١س = ٥ اطرح ٣ من كلا الطرفين

$س^{٢}$ - ٢١س + ٣٦ = ٥ + ٣٦ بما أن $(\frac{١٢}{٢})^{٢}$ = ٣٦، لذا نضيف ٣٦ إلى كلا الطرفين

$(س - ٦)^{٢}$ = ٤١ حلل $س^{٢}$ - ٢١س + ٣٦

٣ - ٨ حل المعادلات التربيعية بإكمال المربع

$س - ٦ = \pm \sqrt{٤١}$	أوجد الجذر التربيعي لكلا الطرفين
$س = ٦ \pm \sqrt{٤١}$	اضف ٦ إلى كل طرف
$س \approx ٦ \pm ٦,٤$	
$س \approx ٦ + ٦,٤$ أو $س \approx ٦ - ٦,٤$	افصل الحلين
$س \approx ١٢,٤$ أو $س \approx -٠,٤$	بسط

إذن الحلان هما: ١٢,٤، -٠,٤ تقريبا.

تحقق من فهمك

٣) حل المعادلة: $٣س^{٢} - ٩س - ٣ = ٢١$ بإكمال المربع.

$\frac{٣س^{٢} - ٩س - ٣}{٣} = \frac{٢١}{٣}$	اقسم كلا الطرفين على ٣
$س^{٢} - ٣س - ١ = ٧$	بسط
$س^{٢} - ٣س = ٨$	اطرح ١ من كلا الطرفين
$س^{٢} - ٣س + (\frac{-٣}{٢})^{٢} = ٨ + (\frac{-٣}{٢})^{٢}$	إضافة $(\frac{-٣}{٢})^{٢}$ إلى كلا الطرفين
$س^{٢} - ٣س + \frac{٩}{٤} = ٨ + \frac{٩}{٤}$	بسط
$س^{٢} - ٣س + \frac{٩}{٤} = \frac{٤١}{٤}$	
$(س - \frac{٣}{٢})^{٢} = \frac{٤١}{٤}$	حلل $س^{٢} - ٣س + \frac{٩}{٤}$
$س - \frac{٣}{٢} = \pm \sqrt{\frac{٤١}{٤}}$	أوجد الجذر التربيعي لكلا الطرفين
$س = \frac{٣}{٢} \pm \sqrt{\frac{٤١}{٤}}$	اضف $\frac{٣}{٢}$ إلى كل طرف

٨ - ٣ حل المعادلات التربيعية بإكمال المربع

س = $\frac{٣}{٢}$ + $\sqrt{\frac{٤١}{٢}}$ أو س = $\frac{٣}{٢}$ - $\sqrt{\frac{٤١}{٢}}$ افصل الحلين

س ≈ ٤,٧ أو س ≈ - ١,٧ بسط

إذن الحلان هما : ٤,٧ ، - ١,٧ تقريبا.

تحقق من فهمك

٤) إذا أمكن زيادة المبلغ إلى ٩٨٠ ريالا، فما عدد قطع الزي التي يمكن شراؤها؟

٠,٢س^{٢} + ٤,٨س + ٣٥٠ = ٩٨٠ المعادلة الأصلية

$\frac{٠,٢س^{٢} + ٤,٨س + ٣٥٠}{٠,٢} = \frac{٩٨٠}{٠,٢}$ اقسم كلا الطرفين على ٠,٢

س^{٢} + ٢٤س + ١٧٥٠ = ٤٩٠٠ بسط

س^{٢} + ٢٤س = ٣١٥٠ اطرح ١٧٥٠ من كلا الطرفين

س^{٢} + ٢٤س + ١٤٤ = ٣١٥٠ + ١٤٤ بما أن $(\frac{٢٤}{٢})^{٢}$= ١٤٤، لذا نضيف ١٤٤ لكلا الطرفين

س^{٢} + ٢٤س + ١٤٤ = ٣٢٩٤ بسط

(س + ١٢)^{٢} = ٣٢٩٤ حلل س^{٢} + ٢٤س + ١٤٤

س + ١٢ = ± $\sqrt{٣٢٩٤}$ أوجد الجذر التربيعي لكلا الطرفين

س= - ١٢± $\sqrt{٣٢٩٤}$ اطرح ١٢ من كلا الطرفين

س = - ١٢+ $\sqrt{٣٢٩٤}$ أو س = - ١٢ -$\sqrt{٣٢٩٤}$ افصل الحلين

س ≈ ٤٥ أو س ≈ - ٦٩ بسط

وبما أنه لا يمكن أن نشتري عددا سالبا من القطع فالحل السالب غير معقول، إذن يمكن شراء ٤٥ قطعة من هذا الزي.

٨ - ٤ حل المعادلات التربيعية باستخدام القانون العام

تحقق من فهمك

أ) $٢س^{٢} + ٩س = ١٨$

الخطوة ١: أعد كتابة المعادلة بالصورة القياسية.

$٢س^{٢} + ٩س = ١٨$ المعادلة الأصلية

$٢س^{٢} + ٩س - ١٨ = ٠$ اطرح ١٨ من كلا الطرفين

الخطوة ٢: طبق القانون العام.

$س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^{٢} - ٤أ جـ}}{٢أ}$ القانون العام

$س = \frac{-(٩) \pm \sqrt{(٩)^{٢} - ٤(٢)(-١٨)}}{٤}$ أ = ٢، ب = ٩، جـ = -١٨

$س = \frac{-٩ \pm \sqrt{٨١ + ١٤٤}}{٤}$ اضرب

$س = \frac{-٩ \pm \sqrt{٢٢٥}}{٤} = \frac{-٩ \pm ١٥}{٤}$ اجمع ثم أوجد الجذر التربيعي

$س = \frac{-٩ + ١٥}{٤}$ أو $س = \frac{-٩ - ١٥}{٤}$ افصل الحلين

$س = \frac{٦}{٤}$ أو $س = -٦$ بسط

$س = ١,٥$ أو $س = -٦$

إذن الحلان هما: ١,٥ ، -٦

ب) $٤س^{٢} - ٢٤س + ٣٥ = ٠$

طبق القانون العام

$س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^{٢} - ٤أ جـ}}{٢أ}$ القانون العام

$س = \frac{-(٢٤) \pm \sqrt{(٢٤)^{٢} - ٤(٤)(٣٥)}}{٢(٤)}$ أ= ٤ ، ب= ٢٤ جـ = ٣٥

٨ - ٤ حل المعادلات التربيعية باستخدام القانون العام

$س = \frac{٢٤ \pm \sqrt{٥٧٦ - ٥٦٠}}{٨}$ اضرب

$س = \frac{٢٤ \pm \sqrt{١٦}}{٨} = \frac{٢٤ \pm ٤}{٨}$ اجمع ثم أوجد الجذر التربيعي

$س = \frac{٢٤ + ٤}{٨}$ أو $س = \frac{٢٤ - ٤}{٨}$ افصل الحلين

$س = \frac{٢٨}{٨}$ أو $س = \frac{٢٠}{٨}$ بسط

س = ٣,٥ أو س = ٢,٥

إذن الحلان هما: ٣,٥ ، ٢,٥

تحقق من فهمك

٢) $٣س^{٢} - ٢س - ٩ = ٠$

طبق القانون العام

$س = \frac{- ب \pm \sqrt{ب^{٢} - ٤ أ جـ}}{٢ أ}$ القانون العام

$س = \frac{- (-٢) \pm \sqrt{(-٢)^{٢} - ٤(٣)(-٩)}}{٢(٣)}$ أ= ٢ ، ب= ٩ جـ = - ١٨

$س = \frac{٢ \pm \sqrt{٤ + ١٠٨}}{٦}$ اضرب

$س = \frac{٢ \pm \sqrt{١١٢}}{٦} = \frac{٢ \pm ١٠,٦}{٦}$ اجمع ثم أوجد الجذر التربيعي

$س = \frac{٢ + ١٠,٦}{٨}$ أو $س = \frac{٢ - ١٠,٦}{٨}$ افصل الحلين

٨ - ٤ حل المعادلات التربيعية باستخدام القانون العام

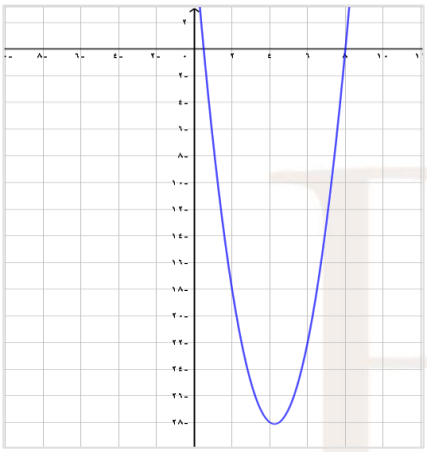
س ≈ ٢,١ أو س ≈ - ١,٤ بسط

إذن الحلان هما: ٢,١ ، - ١,٤

تحقق من فهمك

أ٣) ٢س^{٢} - ١٧س + ٨ = ٠

الطريقة١: التمثيل البياني



٢س^{٢} - ١٧س + ٨ = ٠ المعادلة الأصلية

مثل الدالة المرتبطة د(س) = ٢س^{٢} + ٩س - ١٨ بيانياً، وحدد المقطعين السينيين على التمثيل.

الحلان هما: $\frac{١}{٢}$ ، ٨

الطريقة٢: التحليل إلى عوامل

٢س^{٢} - ١٧س + ٨ = ٠ المعادلة الأصلية

(س - $\frac{١}{٢}$) (س - ٨) = ٠ حلل

س - $\frac{١}{٢}$ = ٠ أو س - ٨ = ٠ خاصية الضرب الصفري

س = $\frac{١}{٢}$ س = ٨ إيجاد قيم س

الحلان هما: $\frac{١}{٢}$ ، ٨

الطريقة٣: اكمال المربع

٢س^{٢} - ١٧س + ٨ = ٠ المعادلة الأصلية

$\frac{٢س^{٢} - ١٧س + ٨}{٢} = \frac{٠}{٢}$ اقسم كلا الطرفين على ٢

س^{٢} - $\frac{١٧}{٢}$ س + ٤ = ٠ بسط

٨ - ٤ حل المعادلات التربيعية باستخدام القانون العام

$س^{٢} - \frac{١٧}{٤} س = -٤$	اطرح ٤ من كلا الطرفين
$س^{٢} - س + (\frac{١٧}{٤})^{٢} = -٤ + (\frac{١٧}{٤})^{٢}$	إضافة $(\frac{١٧}{٤})^{٢}$ إلى كلا الطرفين
$س^{٢} - \frac{١٧}{٢} س + \frac{٢٨٩}{١٦} = \frac{٢٢٥}{١٦}$	بسط
$(س - \frac{١٧}{٤})^{٢} = \frac{٢٢٥}{١٦}$	حلل $س^{٢} - \frac{١٧}{٢} س + \frac{٢٨٩}{١٦}$
$س - \frac{١٧}{٤} = \pm\sqrt{\frac{٢٢٥}{١٦}}$	أوجد الجذر التربيعي لكلا الطرفين
$س - \frac{١٧}{٤} = \pm\frac{١٥}{٤}$	بسط
$س = \frac{١٧}{٤} \pm \frac{١٥}{٤}$	اضف $\frac{١٧}{٤}$ إلى كل طرف
$س = \frac{١٧}{٤} + \frac{١٥}{٤}$ أو $س = \frac{١٧}{٤} - \frac{١٥}{٤}$	افصل الحلين
$س = ٨$ $س = \frac{١}{٢}$	بسط

الحلان هما: $\frac{١}{٢}$ ، ٨

الطريقة ٤: القانون العام

$٢س^{٢} - ١٧س + ٨ = ٠$	المعادلة الأصلية
طبق القانون العام.	
$س = \frac{-ب \pm\sqrt{ب^{٢} - ٤أجـ}}{٢أ}$	القانون العام
$س = \frac{-(-١٧) \pm\sqrt{(-١٧)^{٢} - ٤(٢)(٨)}}{٢(٢)}$	أ = ٢، ب = -١٧ ، جـ = ٨

٨ - ٤ حل المعادلات التربيعية باستخدام القانون العام

$س = \frac{١٧ \pm \sqrt{٢٨٩ - ٦٤}}{٤}$ اضرب

$س = \frac{١٧ \pm \sqrt{٢٢٥}}{٤} = \frac{١٧ \pm ١٥}{٤}$ اجمع ثم أوجد الجذر التربيعي

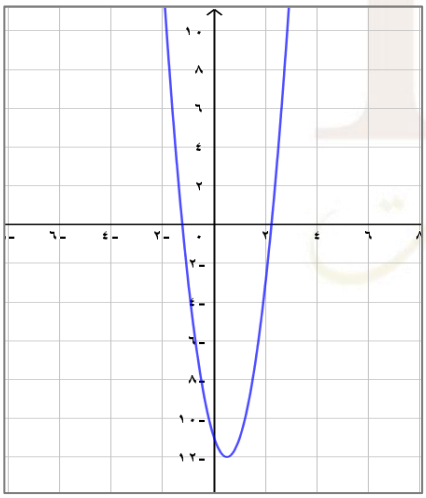
$س = \frac{١٧ + ١٥}{٤}$ أو $س = \frac{١٧ - ١٥}{٤}$ افصل الحلين

س = ٨ أو $س = \frac{١}{٢}$ بسط

الحلان هما: $\frac{١}{٢}$ ، ٨

ب٣) $٤س^{٢} - ٤س - ١١ = ٠$

الطريقة ١: التمثيل البياني



$٤س^{٢} - ٤س - ١١ = ٠$ المعادلة الأصلية

مثل الدالة المرتبطة د(س) = $٤س^{٢} - ٤س - ١١$ بيانيا،
وحدد المقطعين السينيين على التمثيل.

الحلان هما: $-١,٢$ ، $٢,٢$

الطريقة ٢: التحليل إلى عوامل

$٤س^{٢} - ٤س - ١١ = ٠$ المعادلة الأصلية

لا يمكن تحليل العبارة $٤س^{٢} - ٤س - ١١$ باستعمال الأعداد الصحيحة لأنه لا يوجد عاملان حاصل ضربهما -٤٤ ومجموعهما -٤
هي كثيرة حدود أولية

٨ - ٤ حل المعادلات التربيعية باستخدام القانون العام

الطريقة٣ : اكمال المربع

$٤س^{٢} - ٤س - ١١ = ٠$	المعادلة الأصلية
$\frac{٤س^{٢} - ٤س - ١١}{٤} = \frac{٠}{٤}$	اقسم كلا الطرفين على ٤
$س^{٢} - س - \frac{١١}{٤} = ٠$	بسط
$س^{٢} - س = \frac{١١}{٤}$	اطرح $\frac{١١}{٤}$ من كلا الطرفين
$س^{٢} - س + (\frac{١}{٢})^{٢} = \frac{١١}{٤} + (\frac{١}{٢})^{٢}$	اضاف $(\frac{١}{٢})^{٢}$ إلى كلا الطرفين
$س^{٢} - س + = ٣$	بسط
$(س - \frac{١}{٢})^{٢} = ٣$	حلل $س^{٢} - س + \frac{١}{٤}$
$س - \frac{١}{٢} = \pm\sqrt{٣}$	أوجد الجذر التربيعي لكلا الطرفي
$س = \frac{١}{٢} \pm \sqrt{٣}$	اضف $\frac{١}{٢}$ إلى كل طرف
$س = \frac{١}{٢} + \sqrt{٣}$ أو $س = \frac{١}{٢} - \sqrt{٣}$	افصل الحلين
$س \approx ٢,٢$ $\quad س \approx -١,٢$	بسط

الحلان هما: -١,٢ ، ٢,٢ تقريبا

الطريقة ٤: القانون العام

$٤س^{٢} - ٤س - ١١ = ٠$ طبق القانون العام.	المعادلة الأصلية
$س = \frac{- ب \pm \sqrt{ب^{٢} - ٤ أ جـ}}{٢ أ}$	القانون العام

٨ - ٤ حل المعادلات التربيعية باستخدام القانون العام

أ = ٤، ب = -٤، جـ = -١١ — $س = \frac{-(-٤) \pm \sqrt{(-٤)^٢ - ٤(٤)(-١١)}}{٢(٤)}$

اضرب — $س = \frac{٤ \pm \sqrt{١٦ + ١٧٦}}{٨}$

اجمع — $س = \frac{٤ \pm \sqrt{١٩٢}}{٨}$

افصل الحلين — $س = \frac{٤ + \sqrt{١٩٢}}{٨}$ أو $س = \frac{٤ - \sqrt{١٩٢}}{٨}$

س ≈ ٢,٢ — س ≈ -١,٢

الحلان هما: -١,٢ ، ٢,٢ تقريبا

تحقق من فهمك

٤أ) ٢س^٢ + ١١س + ١٥ = ٠

المعادلة الأصلية — ٢س^٢ + ١١س + ١٥ = ٠

أوجد المميز

أ = ٢، ب = ١١، جـ = ١٥ — ب^٢ - ٤أ جـ = (١١)^٢ - ٤(٢)(١٥)

بسط — = ١٢١ - ١٢٠

= ١

بما أن المميز موجب فالمعادلة لها حلان حقيقيان.

٨ - ٤ حل المعادلات التربيعية باستخدام القانون العام

٤ب) ٩س^{٢} - ٣٠س + ٢٥ = ٠

٩س^{٢} - ٣٠س + ٢٥ = ٠ المعادلة الأصلية

أوجد المميز

ب^{٢} - ٤أ جـ = (-٣٠)^{٢} - ٤(٩)(٢٥) أ = ٩، ب = -٣٠، جـ = ٢٥

= ٩٠٠ - ٩٠٠ بسط

= ٠

بما أن المميز يساوي صفر فالمعادلة لها حل حقيقي واحد فقط.

لا تقف في بداية الطريق إن وجدت صخرة، فهذه جزء من جسر ستبنيه يوماً لمستقبلك.

الفصل التاسع

المعادلات الجذرية والمثلثات

٩ - ١ تبسيط العبارات الجذرية

تحقق من فهمك

١أ) $\sqrt{٥٤}$

$\sqrt{٥٤} = \sqrt{٢ \times ٣ \times ٣ \times ٣}$ حلل ٥٤ إلى عوامله الأولية

$= \sqrt{٢} \times \sqrt{٣^{٢}} \times \sqrt{٣}$ خاصية ضرب الجذور

$= ٣\sqrt{٦}$ بسط

ب) $\sqrt{١٨٠}$

$\sqrt{١٨٠} = \sqrt{٢ \times ٢ \times ٣ \times ٣ \times ٥}$ حلل ١٨٠ إلى عوامله الأولية

$= \sqrt{٢^{٢}} \times \sqrt{٣^{٢}} \times \sqrt{٥}$ خاصية ضرب الجذور

$= ٢ \times ٣\sqrt{٥} = ٦\sqrt{٥}$ بسط

تحقق من فهمك

٢أ) $\sqrt{٥} \times \sqrt{١٠}$

$\sqrt{٥} \times \sqrt{١٠} = \sqrt{٥} \times \sqrt{٥} \times \sqrt{٢}$ خاصية ضرب الجذور

$= \sqrt{٥^{٢}} \times \sqrt{٢}$ خاصية ضرب الجذور

$= ٥\sqrt{٢}$

٢أ) $\sqrt{٦} \times \sqrt{٨}$

$\sqrt{٦} \times \sqrt{٨} = \sqrt{٢} \times \sqrt{٢} \times \sqrt{٢} \times \sqrt{٣}$ خاصية ضرب الجذور

$= \sqrt{٢^{٢}} \times \sqrt{٣}$ خاصية ضرب الجذور

$= ٢ \times ٢\sqrt{٣} = ٤\sqrt{٣}$

تحقق من فهمك

٣أ) $\sqrt{٣٢ر^{٢}ك^{٤}ت^{٥}}$

$\sqrt{٣٢ر^{٢}ك^{٤}ت^{٥}} = \sqrt{٢ \times ٢ \times ٢ \times ٢ \times ٢ \times ر^{٢}ك^{٤}ت^{٥}}$ حلل إلى العوامل الأولية

$= \sqrt{٢^{٢}} \times \sqrt{٢^{٢}} \times \sqrt{٢} \times \sqrt{ر^{٢}} \times \sqrt{ك^{٤}} \times \sqrt{ت^{٤}} \times \sqrt{ت}$ خاصية ضرب الجذور

$= ٢ \times ٢ \times ٢ \times ر \times ك^{٢} \times ت^{٢}\sqrt{ت}$ بسط

١ - ٩ تبسيط العبارات الجذرية

= ٤ | ر | ك^{٢} ت^{٢} $\sqrt{٢ت}$ — بسط

ب) $\sqrt{٥٦}$ س ص^{١٠} ك^{٥}

$\sqrt{٥٦}$ س ص^{١٠} ك^{٥} = $\sqrt{٧ \times ٢ \times ٢ \times ٢ \times}$ س ص^{١٠} ك^{٥} — حلل إلى العوامل الأولية

= $\sqrt{٧}$ × $\sqrt{٢^{٢}}$ × $\sqrt{٢}$ × $\sqrt{س}$ × $\sqrt{ص^{١٠}}$ × $\sqrt{ك^{٤}}$ × $\sqrt{ك}$ — خاصية ضرب الجذور

= $\sqrt{٧}$ × ٢ × $\sqrt{٢}$ × $\sqrt{س}$ × | ص^{٥} | × ك^{٢} × $\sqrt{ك}$ — بسط

= ٢ | ص^{٥} | ك^{٢} $\sqrt{١٤ س ك}$ — بسط

تحقق من فهمك

٤) بسط العبارة: $\frac{\sqrt{٦ ص}}{\sqrt{١٢}}$

= $\frac{\sqrt{٦ ص}}{\sqrt{١٢}} \times \frac{\sqrt{١٢}}{\sqrt{١٢}}$ — اضرب في $\frac{\sqrt{١٢}}{\sqrt{١٢}}$

= $\frac{\sqrt{٧٢ ص}}{١٢}$ — خاصية ضرب الجذور

= $\frac{\sqrt{٣٦ \times ٢ ص}}{١٢}$ — بسط

= $\frac{٦ \sqrt{٢ ص}}{١٢} = \frac{\sqrt{٢ ص}}{٢}$

تحقق من فهمك

أ٥) $\frac{٣}{٢ + \sqrt{٢}}$

$\frac{٣}{٢ + \sqrt{٢}} = \frac{٣}{٢ + \sqrt{٢}} \times \frac{٢ - \sqrt{٢}}{٢ - \sqrt{٢}}$ — مرافق ٢ + $\sqrt{٢}$ هو ٢ - $\sqrt{٢}$

$= \frac{٣ (٢ - \sqrt{٢})}{(٢)^{٢} + (\sqrt{٢})^{٢}}$ — (أ - ب) (أ + ب) = أ^{٢} - ب^{٢}

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

١ - ٩ تبسيط العبارات الجذرية

$$= \frac{-٦\sqrt{٣}\sqrt{٢}}{(\sqrt{٢})^{٢} - ٢} = \frac{-٦\sqrt{٣}\sqrt{٢}}{٢}$$

$(\sqrt{٢})^{٢} = ٢$

٥ب) $\frac{٧}{٣ - \sqrt{٧}}$

$$\frac{٧}{٣ - \sqrt{٧}} = \frac{٧}{٣ - \sqrt{٧}} \times \frac{٣ + \sqrt{٧}}{٣ + \sqrt{٧}}$$

مرافق $٣ - \sqrt{٧}$ هو $٣ + \sqrt{٧}$

$(أ - ب)(أ + ب) = أ^{٢} - ب^{٢}$

$$= \frac{٧(٣ + \sqrt{٧})}{(٣)^{٢} - (\sqrt{٧})^{٢}}$$

$$= \frac{٢١ + ٧\sqrt{٧}}{٩ - ٧} = \frac{٢١ + ٧\sqrt{٧}}{٢}$$

$(\sqrt{٧})^{٢} = ٧$

مجموعة رفعة الرياضيات

خير العمل ما نفع، وخير الهدى ما اتبع.

٩ - ٢ العمليات على العبارات الجذرية

تحقق من فهمك

أ) $٣\sqrt{٢} - ٥\sqrt{٢} + ٤\sqrt{٢}$

$٣\sqrt{٢} - ٥\sqrt{٢} + ٤\sqrt{٢} = (٣ - ٥ + ٤)\sqrt{٢}$ خاصية التوزيع

$= ٢\sqrt{٢}$ بسط

ب) $٦\sqrt{١١} + ٢\sqrt{١١} - ٩\sqrt{١١}$

$٦\sqrt{١١} + ٢\sqrt{١١} - ٩\sqrt{١١} = (٦ + ٢ - ٩)\sqrt{١١}$ خاصية التوزيع

$= -\sqrt{١١}$ بسط

جـ) $١٥\sqrt{٣} - ١٤\sqrt{٥} + ٦\sqrt{٥} - ١١\sqrt{٣}$

$١٥\sqrt{٣} - ١٤\sqrt{٥} + ٦\sqrt{٥} - ١١\sqrt{٣} = (١٥ - ١١)\sqrt{٣} + (-١٤ + ٦)\sqrt{٥}$ خاصية التوزيع

$= ٤\sqrt{٣} - ٨\sqrt{٥}$ بسط

د) $٤\sqrt{٣} + ٣\sqrt{٧} - ٦\sqrt{٣} + ٣\sqrt{٧}$

$٤\sqrt{٣} + ٣\sqrt{٧} - ٦\sqrt{٣} + ٣\sqrt{٧} = (٤ - ٦)\sqrt{٣} + (٣ + ٣)\sqrt{٧}$ خاصية التوزيع

$= -٢\sqrt{٣} + ٦\sqrt{٧}$ بسط

تحقق من فهمك

٢أ) $٤\sqrt{٥٤} + ٢\sqrt{٢٤}$

$٤\sqrt{٥٤} + ٢\sqrt{٢٤} = ٤(\sqrt{٣^{٢}} * \sqrt{٦}) + ٢(\sqrt{٤^{٢}} * \sqrt{٦})$ خاصية الضرب

$= ٤(٣\sqrt{٦}) + ٢(٢\sqrt{٦})$ بسط

$= ١٢\sqrt{٦} + ٤\sqrt{٦}$ اضرب

$= ١٦\sqrt{٦}$ بسط

٩ - ٢ العمليات على العبارات الجذرية

أ٢) $٤\sqrt{١٢} - \sqrt{٦}٤٨$

$٤\sqrt{١٢} - \sqrt{٦}٤٨ = ٤(\sqrt{٢}٢ \times \sqrt{٣}) - ٦(\sqrt{٢}٤ \times \sqrt{٣})$ خاصية الضرب

$= ٤(٢\sqrt{٣}) - ٦(٤\sqrt{٣})$ بسط

$= ٨\sqrt{٣} - ٢٤\sqrt{٣}$ اضرب

$= -١٦\sqrt{٣}$ بسط

جـ٢) $٣\sqrt{٤٥} + \sqrt{٢٠} - \sqrt{٢٤٥}$

$٣\sqrt{٤٥} + \sqrt{٢٠} - \sqrt{٢٤٥} = ٣(\sqrt{٣}٢ \times \sqrt{٥}) + (\sqrt{٢}٤ \times \sqrt{٥}) - (\sqrt{٧}٢ \times \sqrt{٥})$ خاصية الضرب

$= ٣(٣\sqrt{٥}) + (٢\sqrt{٥}) - (٧\sqrt{٥})$ بسط

$= ٩\sqrt{٥} + ٢\sqrt{٥} - ٧\sqrt{٥}$ اضرب

$= ٤\sqrt{٥}$ بسط

د٢) $\sqrt{٢٤} - \sqrt{٥٤} + \sqrt{٩٦}$

$\sqrt{٢٤} - \sqrt{٥٤} + \sqrt{٩٦} = (\sqrt{٢}٢ \times \sqrt{٦}) - (\sqrt{٣}٢ \times \sqrt{٦}) + (\sqrt{٤}٢ \times \sqrt{٦})$ خاصية الضرب

$= (٢\sqrt{٦}) - (٣\sqrt{٦}) + (٤\sqrt{٦})$ بسط

$= ٣\sqrt{٥}$ بسط

تحقق من فهمك

أ٣) $٢\sqrt{٦} \times ٧\sqrt{٣}$

$٢\sqrt{٦} \times ٧\sqrt{٣} = (٢ \times ٧)(\sqrt{٦} \times \sqrt{٣})$ خاصية التجميع

$= ١٤(\sqrt{١٨})$ اضرب

$= ١٤(٣\sqrt{٢})$ بسط

$= ٤٢\sqrt{٢}$ اضرب

ب٣) $٩\sqrt{٥} \times ١١\sqrt{١٥}$

$٩\sqrt{٥} \times ١١\sqrt{١٥} = (٩ \times ١١)(\sqrt{٥} \times \sqrt{١٥})$ خاصية التجميع

$= ٩٩(\sqrt{٧٥})$ اضرب

$= ٩٩(٥\sqrt{٣})$ بسط

$= ٤٩٥\sqrt{٣}$ اضرب

٩ - ٢ العمليات على العبارات الجذرية

جـ٣) $٣\sqrt{٢}\,(٤\sqrt{٣} + \sqrt{٦})$

$٣\sqrt{٢}\,(٤\sqrt{٣} + \sqrt{٦}) = (٣\sqrt{٢} \times ٤\sqrt{٣}) + (٣\sqrt{٢} \times \sqrt{٦})$ خاصية التوزيع

$= [(٣ \times ٤)(\sqrt{٢} \times \sqrt{٣})] + [(٣ \times ٦)(\sqrt{٢} \times \sqrt{٦})]$ خاصية التجميع

$= [١٢(\sqrt{٦})] + [١٨ \times ٢]$ اضرب

$= ١٢\sqrt{٦} + ٣٦$ بسط

جـ٣) $٥\sqrt{٣}\,(٣\sqrt{٣} - \sqrt{٣٠})$

$٥\sqrt{٣}\,(٣\sqrt{٣} - \sqrt{٣٠}) = (٥\sqrt{٣} \times ٣\sqrt{٣}) - (٥\sqrt{٣} \times \sqrt{٣٠})$ خاصية التوزيع

$= [(٥ \times ٣)(\sqrt{٣} \times \sqrt{٣})] - [(٥ \times ١)(\sqrt{٣} \times \sqrt{٣٠})]$ خاصية التجميع

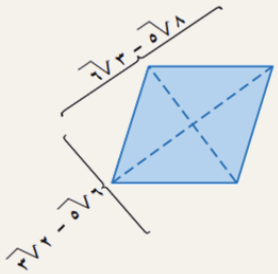
$= [١٥(\sqrt{٦})] - [٥ \times ٣]$ اضرب

$= ١٥\sqrt{٦} - ١٥$ بسط

تحقق من فهمك

٤) هندسة: يمكن إيجاد مساحة معين باستعمال المعادلة $م = \frac{١}{٢} ق_١ \times ق_٢$، حيث $ق_١$، $ق_٢$ طولا قطري المعين

ما مساحة المعين في الشكل المجاور؟



$م = \frac{١}{٢} ق_١ \times ق_٢ = \frac{١}{٢} (\sqrt{٥٨} - ٣\sqrt{٦})(٦\sqrt{٥} - ٢\sqrt{٣})$

$= \frac{١}{٢} (\sqrt{٥٨} \times ٦\sqrt{٥} + \sqrt{٥٨} \times (-٢)\sqrt{٣} - ٣\sqrt{٦} \times ٦\sqrt{٥} - ٣\sqrt{٦} \times (-٢)\sqrt{٣})$

$= \frac{١}{٢} [(٤٨ \times ٥) - ١٦\sqrt{١٥} - ١٨\sqrt{٣٠} + ١٨\sqrt{٢}]$

$= ١٢٠ - ٨\sqrt{١٥} - ٩\sqrt{٣٠} + ٩\sqrt{٢}$

٣ - ٩ المعادلات الجذرية

تحقق من فهمك

١) قيادة : تمثل المعادلة ع = $\sqrt{٣,٢١ نق}$ السرعة القصوى بالكيلومتر/ ساعة التي يمكن أن تسير بها سيارة بأمان على طريق منحن غير محدد الجانبين، حيث (نق) نصف قطر المنحنى بالأمتار. فإذا صمم الطريق لسرعة قصوى مقدارها ١٠٥ كلم/ ساعة، فما طول نصف قطر المنحنى؟

افهم:

تعلم السرعة السيارة والتي لها علاقة بنصف القطر (نق)

خطط:

تسير السيارة بسرعة ١٠٥ كلم/ ساعة على طريق منحن غير محدد الجانبين ومعادلة السرعة ع = $\sqrt{٣,٢١ نق}$

حل:

ع = $\sqrt{٣,٢١ نق}$	معادلة سرعة السيارة
١٠٥ = $\sqrt{٣,٢١ نق}$	عوض عن ع = ١٠٥
١١٠٢٥ = ٣,٢١ نق	اقسم على ٣,٢١
نق ≈ ٥١٨	بسط

تحقق:

تحقق بتعويض الحل في المعادلة الأصلية

ع = $\sqrt{٣,٢١ نق}$

١٠٥ = $\sqrt{٣,٢١(٥١٨)}$ ؟

١٠٥ = $\sqrt{٣٣٠,٤}$ ؟

١٠٥ ≈ ١٠٥

تحقق من فهمك

٢أ) $\sqrt{جـ - ٣}$ - ٢ = ٤

$\sqrt{جـ - ٣}$ - ٢ = ٤	المعادلة الأصلية
$\sqrt{جـ - ٣}$ = ٦	اضف ٢ إلى كلا الطرفين
$(\sqrt{جـ - ٣})^{٢}$ = ٦^{٢}	ربع الطرفين ، وبسط
جـ - ٣ = ٣٦	بسط
جـ = ٣٩	اضف ٣ إلى لطرفين

٩ - ٣ المعادلات الجذرية

ب٢) ٤ + $\sqrt{هـ + ١}$ = ١٤

٤ + $\sqrt{هـ + ١}$ = ١٤	المعادلة الأصلية
$\sqrt{هـ + ١}$ = ١٠	اطرح ٤ من كلا الطرفين
$(\sqrt{هـ + ١})^{٢}$ = ١٠^{٢}	ربع الطرفين ، وبسط
هـ + ١ = ١٠٠	بسط
هـ = ٩٩	اطرح ١ من الطرفين

تحقق من فهمك

أ٣) $\sqrt{ت + ٥}$ = ت + ٣

$\sqrt{ت + ٥}$ = ت + ٣	المعادلة الاصلية
$(\sqrt{ت + ٥})^{٢}$ = $(ت + ٣)^{٢}$	ربع الطرفين
ت + ٥ = ت^{٢} + ٦ت + ٩	بسط
٠ = ت^{٢} + ٥ت + ٤	اطرح ت ، ٥ من الطرفين
٠ = (ت + ١) (ت + ٤)	حلل
ت + ١ = ٠ أو ت + ٤ = ٠	خاصية الضرب الصفري
ت = -١ أو ت = -٤	حل

تحقق:

$\sqrt{ت + ٥}$ = ت + ٣	$\sqrt{ت + ٥}$ = ت + ٣
$\sqrt{(-١) + ٥}$ = (-١) + ٣	$\sqrt{(-٤) + ٥}$ = (-٤) + ٣
$\sqrt{٤}$ = ٢	$\sqrt{١}$ = ٢
٢ = ٢ ✓	١ = ٢ ✗

بما أن (-٤) لا يحقق المعادلة الاصلية ، لذا فأن (-١) هو الحل الوحيد

٩ - ٣ المعادلات الجذرية

أ٣) س - ٣ = $\sqrt{س - ١}$

س - ٣ = $\sqrt{س - ١}$ — المعادلة الاصلية

(س - ٣)^{٢} = ($\sqrt{س - ١}$)^{٢} — ربع الطرفين

س^{٢} - ٦س + ٩ = س - ١ — بسط

س^{٢} - ٧س + ١٠ = ٠ — اطرح ت ، ٥ من الطرفين

(س - ٥) (س - ٢) = ٠ — حلل

س - ٥ = ٠ أو س - ٢ = ٠ — خاصية الضرب الصفري

س = ٥ أو س = ٢ — حل

تحقق:

س = ٥ : س - ٣ = $\sqrt{س - ١}$

٥ - ٣ = $\sqrt{٥ - ١}$

٢ = $\sqrt{٤}$

٢ = ٢ ✓

س = ٢ : س - ٣ = $\sqrt{س - ١}$

٢ - ٣ = $\sqrt{٢ - ١}$

-١ = $\sqrt{١}$

٢ = ١ ✗

بما أن (٢) لا يحقق المعادلة الاصلية ، لذا فأن (٥) هو الحل الوحيد

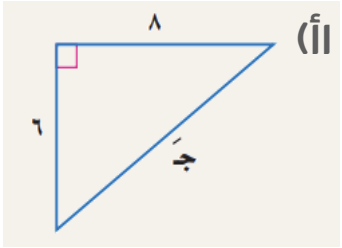
مجموعة رعد الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

لا أحد يحتكر النجاح لنفسه، النجاح ملك لمن يدفع الثمن.

٩ - ٤ نظرية فيثاغورس

تحقق من فهمك

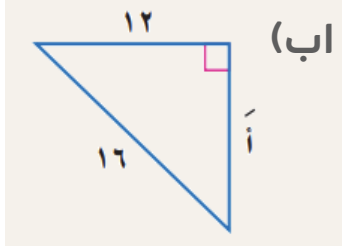
أ)



جـ^{٢} = أ^{٢} + ب^{٢}	نظرية فيثاغورس
جـ^{٢} = ٨^{٢} + ٦^{٢}	أ = ٨ ، ب = ٦
جـ^{٢} = ٦٤ + ٣٦	ربع
	بسط
جـ^{٢} = ١٠٠	
جـ = ± ١٠	أوجد الجذر التربيعي لكلا الطرفين

بما أن طول الضلع لا يكون سالباً، لذا فإن طول الضلع المجهول هو ١٠ وحدات

ب)



جـ^{٢} = أ^{٢} + ب^{٢}	نظرية فيثاغورس
١٦^{٢} = أ^{٢} + ١٢^{٢}	ب = ٦ ، جـ = ١٦
٢٥٦ = أ^{٢} + ١٤٤	ربع
أ^{٢} = ١١٢	اطرح ١٤٤ من الطرفين
أ ≈ ± ١٠،٨٥	أوجد الجذر التربيعي لكلا الطرفين

بما أن طول الضلع لا يكون سالباً، لذا فإن طول الضلع المجهول هو١٠،٥٨ وحدات

تحقق من فهمك

٢) لنفرض أن طول أطول ضلع في الشراع ٩ م، وطول أقصر ضلع فيه ٤ م. فأوجد ارتفاع الشراع.

جـ^{٢} = أ^{٢} + ب^{٢}	نظرية فيثاغورس
٩^{٢} = أ^{٢} + ٤^{٢}	ب = ٤ ، جـ = ٩
٨١ = أ^{٢} + ١٦	ربع
أ^{٢} = ٦٥	اطرح ١٦ من الطرفين
أ ≈ ± ٨،١	أوجد الجذر التربيعي لكلا الطرفين
أ ≈ ٨،١	استعمل القيمة الموجبة

ارتفاع الشراع ٨،١ أمتار تقريباً

٩ - ٤ نظرية فيثاغورس

تحقق من فهمك

حدد إذا كانت مجموعة الأطوال الآتية تشكل أضلاع مثلث قائم الزاوية أم لا:

٣أ) ٣٠، ٤٠، ٥٠

نظرية فيثاغورس: $جـ^{2} = أ^{2} + ب^{2}$

عوض عن جـ = ٥٠ ، أ = ٤٠ ، ب = ٣٠: $٥٠^{2} \stackrel{؟}{=} ٤٠^{2} + ٣٠^{2}$

ربع: $٢٥٠٠ \stackrel{؟}{=} ١٦٠٠ + ٩٠٠$

اجمع: $٢٥٠٠ = ٢٥٠٠$

$جـ^{2} = أ^{2} + ب^{2}$ ، فإن قياسات هذه الاضلاع تشكل مثلثاً قائم الزاوية

٣ب) ٦ ، ١٢ ، ١٨

نظرية فيثاغورس: $جـ^{2} = أ^{2} + ب^{2}$

عوض عن جـ = ١٨ ، أ = ١٢ ، ب = ٦: $١٨^{2} \stackrel{؟}{=} ١٢^{2} + ٦^{2}$

ربع: $٣٢٤ \stackrel{؟}{=} ١٤٤ + ٣٦$

اجمع: $٣٢٤ \neq ١٨٠$

$جـ^{2} \neq أ^{2} + ب^{2}$ ، فإن قياسات هذه الاضلاع لا تشكل مثلثاً قائم الزاوية

تطوير - إنتاج - توثيق

نحن من نصنع النجاح أو الفشل، وليس الظروف

٩ - ٥ المسافة بين نقطتين

تحقق من فهمك

أ) (٤ ، ٢) ، (-٣ ، -١)

قانون المسافة بين نقطتين

$ف = \sqrt{(س_٢ - س_١)^٢ + (ص_٢ - ص_١)^٢}$

$(س_١ - ص_١) = (٤ ، ٢)$ ، $(س_٢ - ص_٢) = (-٣ ، -١)$

$= \sqrt{(-٣ - ٤)^٢ + (-١ - ٢)^٢}$

$= \sqrt{(-٧)^٢ + (-٣)^٢}$ بسط

$= \sqrt{٤٩ + ٩}$ ربع

$= \sqrt{٥٨}$ بسط

أ) (-٧ ، -٢) ، (-٥ ، -٨)

قانون المسافة بين نقطتين

$ف = \sqrt{(س_٢ - س_١)^٢ + (ص_٢ - ص_١)^٢}$

$(س_١ - ص_١) = (-٧ ، -٢)$ ، $(س_٢ - ص_٢) = (-٥ ، -٨)$

$= \sqrt{(-٥ - (-٧))^٢ + (-٨ - (-٢))^٢}$

$= \sqrt{(٢)^٢ + (-٦)^٢}$ بسط

$= \sqrt{٤ + ٣٦}$ ربع

$= \sqrt{٤٠} = ٢\sqrt{١٠}$ بسط

تحقق من فهمك

٤) يوصي صانعو مكبرات الصوت (الميكروفونات) بوضعها على مسافة لا تقل عن ٨ أقدام من مكان الجلوس. فإذا وضع ميكروفون في النقطة (٠ ،٩)، فهل غرفة صالح مناسبة لوضع الجهاز؟ فسر ذلك.

أول المقعد عند النقطة (٧ ، ٢) ومكان مكبر الصوت عند النقطة (٠ ، ٩)

قانون المسافة بين نقطتين

$ف = \sqrt{(س_٢ - س_١)^٢ + (ص_٢ - ص_١)^٢}$

$(س_١ - ص_١) = (٠ ، ٩)$ ، $(س_٢ - ص_٢) = (٧ ، ٢)$

$= \sqrt{(٧ - ٠)^٢ + (٢ - ٩)^٢}$

$= \sqrt{(٧)^٢ + (-٧)^٢}$ بسط

٩ - ٥ المسافة بين نقطتين

$= \sqrt{٤٩ + ٤٩}$ ربع

$= \sqrt{٩٨}$ بسط

$= \sqrt{٧ \times ٢} = ٩,٩$ أقدام تقريبا

تحقق من فهمك

٣)أوجد القيم الممكنة للمتغير (أ) إذا كانت المسافة بين النقطتين (٢ ،أ)، (-٦ ،٢) تساوي ١٠ وحدات.

$ف = \sqrt{(س_٢ - س_١)^٢ + (ص_٢ - ص_١)^٢}$ قانون المسافة بين نقطتين

$١٠ = \sqrt{(-٦ - ٢)^٢ + (٢ - أ)^٢}$ $(س_١ - ص_١) = (٢ ، أ)$ ، $(س_٢ - ص_٢) = (-٦ ، ٢)$

$١٠ = \sqrt{(-٨)^٢ + (٢ - أ)^٢}$ بسط

$١٠ = \sqrt{٦٨ - ٤أ + أ^٢}$ ربع وبسك

$١٠٠ = ٦٨ - ٤أ + أ^٢$ ربع كلا الطرفين

$٠ = أ^٢ - ٤أ - ٣٢$ أطرح ١٠٠ من كر الطرفين

$٠ = (أ - ٨)(أ + ٤)$ حلل

$أ - ٨ = ٠$ أو $أ + ٤ = ٠$ خاصية الضرب الصفري

$أ = ٨$ أو $أ = -٤$ حل كل معادلة

تحقق من فهمك

٤أ) (١٢ ، ٣) ، (-٨ ، ٣)

$م = \left(\frac{س_١ + س_٢}{٢} ، \frac{ص_١ + ص_٢}{٢} \right)$ قانون نقطة المنتصف

$= \left(\frac{١٢ + (-٨)}{٢} ، \frac{٣ + ٣}{٢} \right)$ $(س_١ - ص_١) = (١٢ ، ٣)$ ، $(س_٢ - ص_٢) = (-٨ ، ٣)$

$= \left(\frac{٤}{٢} ، \frac{٦}{٢} \right) = (٢ ، ٣)$ بسط

٩ - ٥ المسافة بين نقطتين

أ) (٠ ، ٠) ، (٥ ، ١٢)

قانون نقطة المنتصف

$$م = \left(\frac{س_١ + س_٢}{٢} ، \frac{ص_١ + ص_٢}{٢} \right)$$

$$= \left(\frac{٠ + ٥}{٢} ، \frac{٠ + ١٢}{٢} \right)$$

(س١ - ص١) = (٠ ، ٠) ، (س٢ - ص٢) = (٥ ، ١٢)

بسط

$$= \left(\frac{٥}{٢} ، \frac{١٢}{٢} \right) = \left(٦ ، \frac{٥}{٢} \right)$$

أ) (٦ ، ٨) ، (٣ ، ٤)

قانون نقطة المنتصف

$$م = \left(\frac{س_١ + س_٢}{٢} ، \frac{ص_١ + ص_٢}{٢} \right)$$

$$= \left(\frac{٦ + ٣}{٢} ، \frac{٨ + ٤}{٢} \right)$$

(س١ - ص١) = (٦، ٨) ، (س٢ - ص٢) = (٣ ، ٤)

بسط

$$= \left(\frac{٩}{٢} ، \frac{١٢}{٢} \right) = \left(٦ ، \frac{٩}{٢} \right)$$

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

ادرس بجدية اليوم لتصبح الشخص الذي تتمناه غداً.

٦ - ٩ المثلثات المتشابهة

تحقق من فهمك

١) حدد ما إذا كان Δ أ ب جـ الذي فيه ق∠أ = ٦٨° ، ق∠ب = ق∠جـ يشابه Δ دهـ ف حيث ق∠هـ= ق∠ف= ٥٤° وبرر إجابتك

قياس ∠ د = ١٨٠ - (٥٤ + ٥٤) = ٧٢°
في Δ أ ب جـ، يتساوى ق∠ب ، ق ∠جـ
ولتكن س = ق∠ب = ق∠جـ

س + س + ٦٨ = ١٨٠	مجموع قياسات زوايا المثلث ١٨٠
٢س = ١١٢	اطرح ٦٨ من كلا الطرفين
س = ٥٦	اقسم كلا الطرفين على ٢

ق∠ب = ق ∠ جـ = ٥٦°
لا تتساوى قياس الزوايا المتناظرة .لذا المثلثين غير متشابهين

تحقق من فهمك

٢)حدد ما إذا كان Δ أ ب جـ والذي فيه أب = ٦ ، ب جـ = ١٦ ، أ جـ = ٢٠ يشابه Δ ع ك ل، حيث ع ك = ٣ ، ك ل = ٨ ، ع ل = ٩ .وفسر إجابتك.

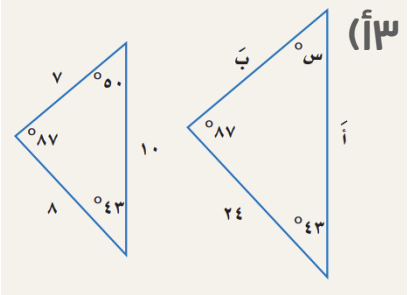
إذا كان Δ أ ب جـ ، Δ ع ك ل متشابهين فإن أطوال أضلاعهما المتناظرة متناسبة

$\frac{\text{أب}}{\text{ع ك}} = \frac{٦}{٣} = ٢$ ، $\frac{\text{أجـ}}{\text{ع ل}} = \frac{٢٠}{٩} = ٢\frac{٢}{٩}$

الاضلاع المتناظرة غير متناسبة
لذا المثلثين غير متشابهان

تحقق من فهمك

٣أ)



بما أن المثلثين متشابهين فإن قياسات زواياهما المتناظرة متساوية
لذا س = ٥٠°

٦ - ٩ المثلثات المتشابهة

بما أن المثلثين متشابهين فإن قياسات أضلاعهما المتناظرة متناسبة.

$\frac{\text{أ}}{١٠} = \frac{٢٤}{٨}$

٨ أ = ٢٤٠ اضرب تبادلياً

أ = ٣٠ اقسم على ٨

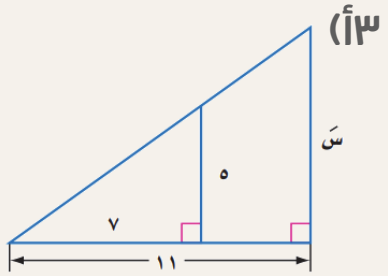
$\frac{\text{ب}}{٧} = \frac{٢٤}{٨}$

٨ ب = ١٦٨ اضرب تبادلياً

ب = ٢١ اقسم على ٨

قياسات العناصر المجهولة ٥٠°، ٣٠، ٢١

٣أ)



بما أن المثلثين متشابهين فإن قياسات أضلاعهما المتناظرة متناسبة.

$\frac{\text{س}}{٥} = \frac{١١}{٧}$

٧س = ٥٥ اضرب تبادلياً

س = $\frac{٥٥}{٧}$ اقسم على ٧

قياس العنصر المجهول $\frac{٥٥}{٧}$

تحقق من فهمك

٤) خرائط: استعمل على خريطة المملكة مقياس رسم فيه كل ١ سم تمثل ٢٥٠ كلم، إذا كانت المسافة بين جدة والمدينة المنورة على الخريطة ١,٦٨ سم تقريباً. فكم المسافة الحقيقية بينهما؟

نفرض أن س هي المسافة الحقيقية بين مكة وجدة

$\frac{١,٦٨}{\text{س}} = \frac{١}{٢٥٠}$ اضرب تبادلياً

س = ٤٢٠ كلم

٩ - ٧ النسب المثلثية

تحقق من فهمك

أ) أوجد قيم النسب المثلثية الثلاث للزاوية ب.

جا ب : $\frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} = \frac{١٢}{١٥} = \frac{٤}{٥}$

جتا ب : $\frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}} = \frac{٩}{١٥} = \frac{٣}{٥}$

ظا ب : $\frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}} = \frac{١٢}{٩} = \frac{٤}{٣}$

تحقق من فهمك

٢أ) جا ٣١ °

جا ٣١ ° ≈ ٠,٥١٥٠

٢ب) ظا ٧٦ °

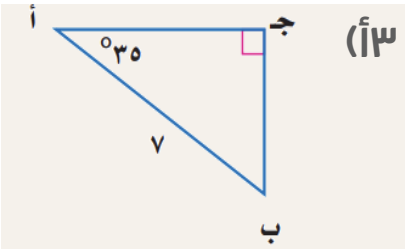
ظا ٧٦ ° ≈ ٤,٠١٠٨

٢أ) جتا ٥٥ °

جتا ٥٥ ° ≈ ٠,٥٧٣٦

تحقق من فهمك

٣أ)



الخطوة١ :

أوجد قياس∠ ب ١٨٠ ° - (٩٠ ° + ٣٥ °) = ٥٥ °

قياس∠ ب = ٥٥ °

الخطوة٢ :

أوجد أَ . بما أن قياس الضلع المقابل للزاوية جـ معطى وتريد إيجاد قياس الضلع المقابل للزاوية أ فاستعمل نسبة الجيب

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

٧ - ٩ النسب المثلثية

جا ٣٥ ° = $\frac{أ}{٧}$ تعريف الجيب

أ = ٧ (جا ٣٥ °) اضرب كلا الطرفين في ٧

أ = ٤,٠ تقريباً بسط

الخطوة٣ :

أوجد ب . بما أن قياس الضلع المقابل للزاوية جـ معطى وتريد إيجاد قياس ب فاستعمل نسبة جيب التمام

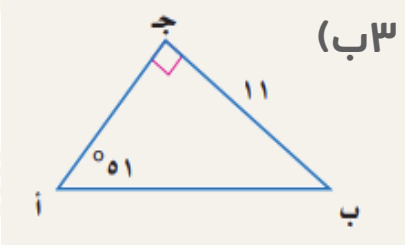
جتا ٣٥ ° = $\frac{ب}{٧}$ تعريف جيب التمام

ب = ٧ جتا ٣٥ ° اضرب كلا الطرفين في ٧

ب = ٥,٧ تقريباً

لذا فإن ∠ ب = ٥٥ ° ، جـ ≈ ٤,٠ ، ب ≈ ٥,٧

٣ب)



الخطوة١ :

أوجد قياس ب ١٨٠ ° - (٩٠ ° + ٥١ °) = ٣٩ °

قياس ∠ ب = ٣٩ °

الخطوة٢ :

أوجد جـ . بما أن قياس الضلع المقابل للزاوية أ معطى وتريد إيجاد قياس الضلع المقابل للزاوية جـ فاستعمل نسبة الجيب

جا ٥١ ° = $\frac{١١}{جـ}$ تعريف الجيب

جـ جا ٥١ ° = ١١ اضرب كلا الطرفين في جـ

جـ = $\frac{١١}{جا ٥١}$ = ١٤,٢ تقريباً اقسم كلا الطرفين على جا ٥١ °

الخطوة٣ :

أوجد ب . بما أن قياس الضلع المقابل للزاوية أ٣ معطى وتريد إيجاد قياس ب فاستعمل نسبة الظل

ظا ٥١ ° = $\frac{١١}{ب}$ تعريف جيب التمام

ب ظا ٥١ ° = ١١ اضرب كلا الطرفين في ب

٩ - ٧ النسب المثلثية

ب َ ظا ٥١ ° = ١١ — اضرب كلا الطرفين في ب َ

ب َ = ١١ / ظا ٥١ = ٨,٩ تقريباً — اقسم كلا الطرفين

لذا فإن ∠ ب = ٥٥ ° ، جـ َ ≈ ١٤,٢ ، ب َ ≈ ٨ , ٩

تحقق من فهمك

٤) لوح التزلج: ما طول لوح تزلج يصنع مع سطح الأرض زاوية قياسها ٢٥ °، ويرتفع طرفه ٢ م؟

جا ٢٥ ° = المقابل / الوتر

جا ٢٥ ° = ٢ / جـ — تعريف الجيب

جـ َ جا ٢٥ ° = ٢ — اضرب كلا الطرفين في جـ َ

جـ َ = ٢ / جا ٢٥ — اقسم كلا الطرفين على جا ٢٥ °

جـ َ ≈ ٤ , ٧ تقريباً

تحقق من فهمك

٥) أوجد ق ∠ س مقرباً إلى أقرب درجة إذا كان س ص = ١٤ ، ص ع = ٥

تعلم طول الضلع المقابل للزاوية س وقياس الوتر

استعمل نسبة الجيب

جا س = ٥ / ١٤

استعمل الحاسبة البيانية ودالة جا$^{-1}$ [Sin^{-1}] لإيجاد قياس الزاوية

لذا فإن ق ∠ س = ٦٥ °

الفصل العاشر

الإحصاء والاحتمال

١٠-١ تصميم دراسة مسحية

تحقق من فهمك

حدد العينة والمجتمع الذي اختيرت منه ، ثم صنف أسلوب جمع البيانات المستعمل في كل مما يلي :

أ) بحوث : قامت مؤسسة للبحوث العلمية بتحليل ردود أفعال مجموعتين من الفئران تجاه السكر

العينة : مجموعة الفئران الموجودة في مركز البحوث

المجتمع : هو جميع الفئران

أسلوب جميع البيانات : التجربة

ب) إعادة التدوير : يرغب مجلس بلدي في أن يبدأ مشروع إعادة تدوير ، فأرسل لمجموعة من السكان اختيروا عشوائيا ١٠٠٠ استبانة تضمنت سؤالا حول المواد التي يرغبون في إعادة تدويرها

العينة : ١٠٠٠ شخص من سكان المدينة تم اختيارهم عشوائيا

المجتمع : هو جميع سكان المدينة

أسلوب جميع البيانات : الدراسة المسحية

تحقق من فهمك

٢أ) مدرسة : سئل كل عاشر طالب يدخل المدرسة عن المادة الدراسية المفضلة لديه

غير متحيزة ، لأن هذه اختيار الطلاب تم عشوائيا

١٠-١ تصميم دراسة مسحية

٢ب) مطاعم : يريد مدير مطعم أن يتحقق من أن العاملين يخدمون الزبائن بأسلوب جيد ، فراقب أحد العاملين مدة ساعة في اليوم .

متحيزة ، لأن المدير راقب عاملاً واحد فقط ومدة ساعة واحدة فقط

تحقق من فهمك

٣أ) مستشفى : اعتماداً على المعلومات المبينة أمامك ، وفي ندوة تعريفية ، يتم اختيار طبيب من كل قسم عشوائياً ليقدم نبذة عن الخدمات التي يوفرها المستشفى في قسمة
((افتتح مستشفى الدمام المركزي عام ١٣٨٣ هـ بسعة ٥٠٠ سريراً واستمر التطور وزيادة الأقسام والعيادات حتى أصبح مجمعاً طبياً متكاملاً باسم مجمع الدمام الطبي ، يقدم خدماته إلى سكان مدينة الدمام والمنطقة الشرقية من المملكة))

العينة : الأطباء الذين تم اختيارهم

المجتمع : جميع أطباء المستشفى

نوع العينة : طبقية لأنه يتم أولاً تقسيم الأطباء في مجموعات حسب الأقسام ، ثم يتم الاختيار

٣ب) طعام : يفحص المدير في أحد المطاعم جودة الفطائر كل ٢٠ دقيقة بدءاً بوقت يحدد عشوائيا

العينة : الفطائر التي يفحصها كل ٢٠ دقيقة

المجتمع : جميع الفطائر التي تعد في المطعم

نوع العينة : منتظمة لأن يتم فحص الفطائر في فترات زمنية محددة

١٠-١ تصميم دراسة مسحية

٣جـ) احتفالات : تلصق نجمة في أحد الاحتفالات أسفل ثلاثة أطباق ، وتقدم هدايا للضيوف الذين تكون هذه الأطباق من نصيبهم .

العينة : الأطباق التي تحمل الملصقات

المجتمع : الأطباق كلها

نوع العينة : بسيطة ، لأن بكل فرد الفرصة أن يكون الملصق على طبقه

مجموعة رفعة الرياضيات

فشل من حولك لا يعني بالضرورة فشلك، لكن لا تتوقع منهم مساعدتك على النجاح.

٢ - ١٠ تحليل نتائج الدراسة المسحية

تحقق من فهمك

أ) تسوق : سجل أحد محال بيع الاجهزة الالكترونية عدد الزبائن في كل ساعة عمل في أحد الأيام كما هو موضح بالجدول .

عدد الزبائن			
٨٦	٧٩	٧١	٨٦
٨٦	٨٨	٣٢	٧٩
٧٠	٧١	٦٩	٨٢
٨٦	٨٥	٨١	٨٦

المنوال وهو العدد الأكثر تكرار ويساوي ٨٦

ب) كتب : في دراسة مسحية لمصادر أبحاث عدد من طلاب الصف الثالث المتوسط في إحدى المناطق التعليمية كانت الاستجابات على النحو الآتي : المعلم ٤٢٠ ، من مكتبة المدرسة : ١٣٢٠ ، من المكتبة العامة ١٠٢٠ ، من متاجر الكتب : ١٠٢٠ ، من المكتبة المنزلية ٧٢٠ ، من الانترنت ٥٤٠ ، من الاصدقاء ٥٤٠

لا يمكن حساب مقياس النزعة المركزية لها ، لأنها قيم تمثل أشياء مختلفة

تحقق من فهمك

٢) مدين ألعاب : طلب من كل عاشر زائر من بين ٥٠٠٠ زائر لمدينة ألعاب في أحد الأيام أن يجيب عن سؤال الاستبانة الآتي :

النتائج	
الاختيار	الاستجابة
معقولة جداً	٥٦
معقولة	١٨٥
معقولة نوعا ما	١٣٢
غير معقولة	٦٩
غير معقولة أبدا	٥٨

السؤال : هل ترى أن أسعار بطاقات الدخول لمدينة الألعاب معقولة ؟

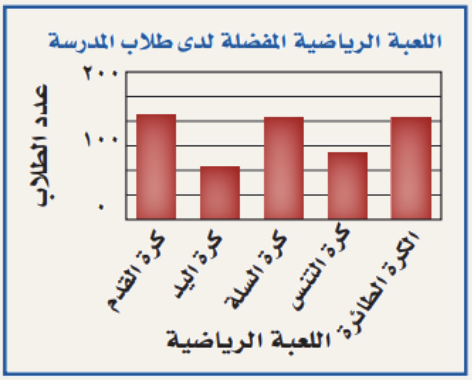
الاستنتاج : أسعار التذاكر معقولة ، ويجب أن تبقى كما هي .

أن حجم العينة مناسب ولكنها قد تكون متحيزة ، لأن الأشخاص الذين استجابوا لهذا المسح كانوا في مدينة الألعاب ، أي انهم مستعدون وراغبون في دفع ثمن بطاقة الدخول

٢ - ١٠ تحليل نتائج الدراسة المسحية

تحقق من فهمك

٣) يوضح التمثيل بالأعمدة المجاور نتائج استطلاع أجراه مدرس التربية الرياضية لمعرفة الرياضة التي يفضلها طلاب المدرسة.



السؤال : ما اللعبة الرياضية التي تفضلها ؟

الاستنتاج : كرة اليد هي اللعبة الأقل شيوعاً بين الألعاب الرياضية المفضلة .

حدد ما اذا كانت التمثيل بالأعمدة يقدم صورة صادقة أم لا لنتائج الدراسة المسحية . وفسر اجابتك

التمثيل والاستنتاج صحيحان

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

إن تنظيم العمل نصف العلم، والمثابرة والاجتهاد هو النصف الآخر

٣ - ١٠ إحصائيات العينة ومعالم المجتمع

تحقق من فهمك

ا) تغذية : يتم اختيار عبوة عشوائيا من خط إنتاج أحد الأغذية المحفوظة ، ثم يؤخذ بدءاً من تلك العبوة ، العبوات التي أرقامها من مضاعفات ٥٠٠ ، وتوزن ويحسب المنوال لعينة أوزان الإنتاج اليومي .

العينة : العبوة التي تؤخذ عن خط الإنتاج ويتم وزنها

المجتمع : جميع العبوات التي ينتجها المصنع

إحصائي العينة : منوال عينة أوزان الإنتاج اليومي

معلمة المجتمع : منوال أوزان جميع عبوات الإنتاج

تحقق من فهمك

٢) تسويق : رصد موزع صناديق العصير اليومية التي بيعت فكانت : ١٢ ، ٣٢ ، ٣٦ ، ٤١ ، ٢٢ ، ٤٧ ، ٥١ ، ٣٣ ، ٣٧ ، ٤٩ . أوجد الانحراف المتوسط لهذه البيانات

تطوير - إنتاج - توثيق

الخطوة ١ : نوجد المتوسط الحسابي

$= (١٢ + ٣٢ + ٣٦ + ٤١ + ٢٢ + ٤٧ + ٥١ + ٣٣ + ٣٧ + ٤٩) \div ١٠ = ٣٦$

الخطوة ٢ : أوجد مجموع القيم المطلقة للفريق بين كل قيمة والمتوسط الحسابي

$|١٢ - ٣٦| + |٣٢ - ٣٦| + |٣٦ - ٣٦| + |٤١ - ٣٦| + |٢٢ - ٣٦| + |٤٧ - ٣٦| + |٥١ - ٣٦| + |٣٣ - ٣٦| + |٣٧ - ٣٦| + |٤٩ - ٣٦|$

$= |-٢٤| + |-٤| + |٠| + |٥| + |-١٤| + |١١| + |١٥| + |-٣| + |١| + |١٣|$

١٠ - ٣ إحصائيات العينة ومعالم المجتمع

= ٢٤ + ٤ + ٠ + ٥ + ١٤ + ١١ + ١٥ + ٣ + ١ + ١٣ = ٩٠

الخطوة ٣ : اقسم المجموع علي عدد القيم : ٩٠ ÷ ١٠ = ٩

تحقق من فهمك

أوجد المتوسط الحسابي والتباين والانحراف المعياري مقرباً إلى أقرب جزء من عشرة لكل من مجموعتي البيانات الآتيتين :

٣أ) ٦ ، ١٠ ، ١٥ ، ١١ ، ٨

الخطوة ١ : نوجد المتوسط الحسابي بجمع البيانات والقسمة علي عددها

$$\text{المتوسط الحسابي} = \overline{س} = \frac{(٨ + ١١ + ١٥ + ١٠ + ٦)}{٥} = \frac{٥٠}{٥} = ١٠$$

الخطوة ٢ : لإيجاد التباين أوجد مربع الفرق بين كل قيمة والمتوسط الحسابي ، ثم اجمع المربعات ، واقسم علي عدد القيم

$$ع^{٢} = \frac{(٦ - ١٠)^{٢} + (١٠ - ١٠)^{٢} + (١٥ - ١٠)^{٢} + (١١ - ١٠)^{٢} + (٨ - ١٠)^{٢}}{٥}$$

$$ع^{٢} = \frac{(١٦ + ٠ + ٢٥ + ١ + ٤)}{٥}$$

$$ع^{٢} = \frac{٤٦}{٥} = ٩,٢$$

الخطوة ٣ : الانحراف المعياري يساوي الجذر التربيعي للتباين

ع = ٣,٠

٣ - ١٠ إحصائيات العينة ومعالم المجتمع

٣ب) ٩٢ ، ٨٤ ، ٧١ ، ٨٣ ، ١٠٠

الخطوة ١ : نوجد المتوسط الحسابي بجمع البيانات والقسمة علي عددها

$$\text{المتوسط الحسابي} = \overline{س} = \frac{(٩٢ + ٨٤ + ٧١ + ٨٣ + ١٠٠)}{٥} = \frac{٤٦٠}{٥} = ٨٦$$

الخطوة ٢ : لإيجاد التباين أوجد مربع الفرق بين كل قيمة والمتوسط الحسابي، ثم اجمع المربعات ، واقسم علي عدد القيم

$$ع^{٢} = \frac{(٩٢ - ٨٦)^{٢} + (٨٤ - ٨٦)^{٢} + (٧١ - ٨٦)^{٢} + (٨٣ - ٨٦)^{٢} + (١٠٠ - ٨٦)^{٢}}{٥}$$

$$ع^{٢} = \frac{(٣٦ + ٤ + ٢٢٥ + ٩ + ١٩٦)}{٥}$$

$$ع^{٢} = \frac{٤٧٠}{٥٠} = ٩٤$$

الخطوة ٣ : الانحراف المعياري يساوي الجذر التربيعي للتباين

$$ع = ٩,٧$$

تحقق من فهمك

٤) رصد خالد استهلاكه من السعرات خلال أسبوع فكان

١٩٥٠ ، ٢٠٠٠ ، ٢١٠٠ ، ٢٠٠٠ ، ١٩٠٠ ، ٢١٠٠ ، ٢٠٠٠

أوجد الانحراف المعياري لاستهلاكه من السعرات في هذا الأسبوع .

استعمل الآلة الحاسبة لإيجاد الانحراف المعياري . واضغط علي المفاتيح ثم أدخل كل قيمة من قيم البيانات في القائمة مع الضغط علي enter بعد إدخال كل قيمة . ولإظهار قيمة الانحراف المعياري علي الشاشة اضغط بالترتيب

menu | $\bar{x}$ 4:Statistics ▸ | 1:Stat Calculations | 1:One-Variable Statistics...

فيكون الانحراف المعياري ٦٧,٨ تقريباً

٤ - ١٠ التباديل والتوافيق

تحقق من فهمك

١) محاضرات : دخل ناصر وخمسة من أصدقائه قاعة محاضرات . فبكم طريقة مختلفة يمكنهم أن يجلسوا جميعا على ٦ مقاعد خالية في صف واحد ؟

٦! = ٦ × ٥ × ٤ × ٣ × ٢ × ١ = ٧٢٠ طريقة

تحقق من فهمك

٢) لوحات : رسم فنان ١٥ لوحة فنية . فبكم طريقة يمكنه اختيار ١٠ لوحات منها لعرضها في معرض فني .

$$ل^{١٥}_{١٠} = \frac{١٥ \times ١٤ \times ١٣ \times ١٢ \times ١١ \times ١٠ \times ٩ \times ٧ \times ٦ \times ٥ !}{٥!}$$

= ١٥ × ١٤ × ١٣ × ١٢ × ١١ × ١٠ × ٩ × ٨ × ٧ × ٦ = ١٠٨٩٧٢٨٦٤٠٠

تحقق من فهمك

٣) اختبار : تقدم سعيد لاختبار في التاريخ طلب فيه الإجابة عن ١٠ أسئلة من بين ١٢ سؤالا .

بكم طريقة يمكن ان يختار الأسئلة.

$$ق^{١٢}_{١٠} = \frac{١٢ \times ١١ \times ١٠ !}{١٢! \times ١٠ !} = \frac{١٢ \times ١١}{٢ \times ١} = ٦٦$$

٤ - ١٠ التباديل والتوافيق

تحقق من فهمك

٤) كتب: أراد طلاب أن يختاروا كتبا يقرؤونها من بين ١٨ كتابا مختلفاً، تتكون من ٤ روايات، و ٦ كتب علمية، و ٨ كتب إسلامية . بكم طريقة يمكنهم اختيار الكتب الأربعة؟

$$ق_{٤}^{١٨} = \frac{١٨ \times ١٧ \times ١٦ \times ١٥ \times ١٤ !}{٤! \times ١٤ !} = ٣٠٦٠ \text{ طريقة}$$

تحقق من فهمك

٥) شركات : يريد أعضاء مجلس إدارة شركة أن يختاروا رئيسا ونائبا للرئيس و أمينا للسر و أمينا للصندوق . و كان فهد وسطام من بين ٩ مرشحين لهذه المراكز .

أ) بكم طريقة يمكن لأعضاء مجلس الإدارة اختيار الأعضاء الذين يشغلون هذه المراكز ؟

$$ل_{٤}^{٩} = \frac{٩ \times ٨ \times ٧ \times ٦ \times ٥ !}{٥ !} = ٣٠٢٤ \text{ طريقة}$$

ب) إذا تم الاختيار عشوائيا ، فما احتمال أن يختار فهد أو سطام لمركز الرئيس أو نائب الرئيس ؟

طرق اختيار رئيس أو نائبه من ٩ مرشحين

$$ل_{٢}^{٩} = \frac{٩ !}{(٩-٢) !} = \frac{٩ !}{٧!} = ٧٢$$

طرق اختيار رئيس أو نائبه غير فهد وسطام

$$ل_{٢}^{٧} = \frac{٧!}{(٧-٢) !} = \frac{٧ !}{٥!} = ٤٢$$

طرق اختيار فهد وسطام فقط

$$= ٧٢ - ٤٢ = ٣٠$$

$$ح \text{ (فهد أو سلطان)} = \frac{٣٠}{٧٢} = \frac{٥}{١٢} \simeq ٤١,٧\%$$

١٠ - ٥ احتمالات الحوادث المركبة

تحقق من فهمك

أ) ح (زرقاء وخضراء)

ح (زرقاء وخضراء) = ح(زرقاء) × ح(خضراء)

$= \frac{٩}{٢١} \times \frac{٢}{٢١} = \frac{١٨}{٤٤١} = ٤,١\ ٪$ تقريباً

ب) ح (ليست سوداء و زرقاء)

ح (ليست سوداء و زرقاء) = ح(ليست سوداء) × ح(زرقاء)

$= \frac{١٥}{٢١} \times \frac{٩}{٢١} = \frac{١٣٥}{٤٤١} = ٣٠,٦\ ٪$ تقريباً

تحقق من فهمك

٢أ) ح (اثنان، خمسة، ليس خمسة)

ح (اثنان، خمسة، ليس خمسة) = ح(اثنان) × ح(خمسة) × ح(ليس خمسة)

$= \frac{٤}{٤٠} \times \frac{٤}{٣٩} \times \frac{٣٥}{٣٨} = \frac{٥٦٠}{٥٩٢٨٠} = ٠,٩\ ٪$ تقريباً

٢ب) ح (حمراء، ليست حمراء، حمراء)

ح (حمراء، ليست حمراء، حمراء) = ح(حمراء) × ح(ليست حمراء) × ح(حمراء)

$= \frac{١٠}{٤٠} \times \frac{٣٠}{٣٩} \times \frac{٩}{٣٨} = \frac{٢٧٠٠}{٥٩٢٨٠} = ٤,٦\ ٪$ تقريباً

تحقق من فهمك

٣أ) ح (أقل من ٣)

الاعداد الأقل من ٣ في المكعب هي ١ ،٢

ح (أقل من ٣) = ح(ظهور العدد ١) + ح(ظهور العدد ٢)

$= \frac{١}{٦} + \frac{١}{٦} = \frac{٢}{٦} = \frac{١}{٣} = ٣٣\ ٪$ تقريباً

٥ - ١٠ احتمالات الحوادث المركبة

٣ب) ح (عدد زوجي)

الاعداد الزوجية في المكعب هي ٢ ، ٤ ، ٦
ح (عدد زوجي) = ح(ظهور العدد ٢) + ح(ظهور العدد ٤) + ح(ظهور العدد ٦)

$$= \frac{١}{٦} + \frac{١}{٦} + \frac{١}{٦} = \frac{٣}{٦} = \frac{١}{٢} = ٥٠ \text{ ٪ تقريباً}$$

تحقق من فهمك

٤)عند رمي مكعب أرقام، ما احتمال ظهور عدد فردي أو أولي؟

الاعداد الفردية في المكعب هي ١ ، ٣ ، ٥
الاعداد الاولية في المكعب هي ٢ ، ٣ ، ٥
احتمال ظهور عدد فردي وأولي يعني ظهور ٣ ، ٥ وهما احتمالين فقط
ح (عدد فردي وأولي) = ح(ظهور فردي) + ح(ظهور أولي) - ح(ظهور فردي وأولي)

$$= \frac{٣}{٦} + \frac{٣}{٦} - \frac{٢}{٦} = \frac{٤}{٦} = \frac{٢}{٣} = ٦٦,٧ \text{ ٪ تقريباً}$$

تطوير - إنتاج - توثيق

اجتهد اليوم لتفرح غداً

المرجع

ماجروهيل. رياضيات ثالث متوسط.
وزارة التعليم، مجموعة العبيكان
للاستثمار. المملكة العربية
السعودية (٢٠٠٨)

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق