

سكيتشات الصف ثاني ثانوي

الفصل الدراسي الثاني

معلمة الرياضيات :
عواطف العتيبي



تحت رقم إيداع

1444/8120

1444/08/20

وتاريخ

هـ، ورقم ردمك

978-603-04-5591-1

الردمك

الحمد لله والصلاة والسلام على نبينا محمد
وعلى آله وصحبه أجمعين

هي مجموعة تدار من قبل معلمين ومعلمات الرياضيات
من جميع أنحاء المملكة
وهي قائمة على التطوير المهني للمعلمين والمعلمات
وابتكار الأفكار الإبداعية لتعليم العام
وبهدف التيسير والتسهيل
لمادة الرياضيات ونشر العلم

نقدم لكم من سلسلة رفعة سكريتشات الرياضيات ٢-٢

نسأل الله أن يكون خالصاً لوجهه وأن تجدوا فيه الفائدة



حسابات مجموعة رفعة



حساب المؤلف

$f[g(x)]$ أو $f \circ g$

رمزها

وتقرأ f بعد g

تركيب دالتين ..



العمليات على الدوال

جمع الدوال وطرحها ..

$$f(x) = x^2 + 5x - 2, g(x) = 3x - 2$$

-4

لجمع الدالتين نجمع المتشابهة مع بعض
أي $5x$ و $3x$

وهكذا مع بقية الحدود
والطرح نفسه لكن عملية طرح

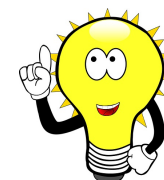
المجال ؛ $(+ - \times)$
جميع الأعداد الحقيقية

ضرب الدوال وقسمتها ..

$$f(x) = x^2 + 5x - 2, g(x) = 3x - 2$$

نضرب الحد الاول من دالة الاولى
في الحد الاول من الدالة الثانية
ثم الحد الاول في الحد الثاني
وهكذا

لا ننسى في الضرب
نجمع الاسس



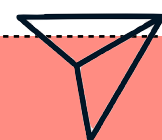
انتبه هناك فرق بين تركيب
والضرب
حيث ان تركيب دمج الدالتين



القسمة نضعها على صورة
دالة نسبية اي بسط ومقام

ونستثنى من مجال الدالة
ما يجعل المقام يساوي

صفر





انتبه 1- ليس أساً

رمزها f^{-1}



العلاقات والدوال العكسية

العلاقة العكسية ..

إيجاد معكوس الدالة ..

01

نضع بدل $f(x)$ الـ y

02

نبدل بين x و y

03

نحل المعادلة بدلالة المتغير y

04

نضع بدل y $f^{-1}(x)$

في الأزواج المرتبة نعكس

بين x و y

للحصول على العلاقة العكسية

تذكر ان الدالة المتباينة
ياصل للمدى سهم واحد فقط

اختبار الخط ..

الخط

أفقي

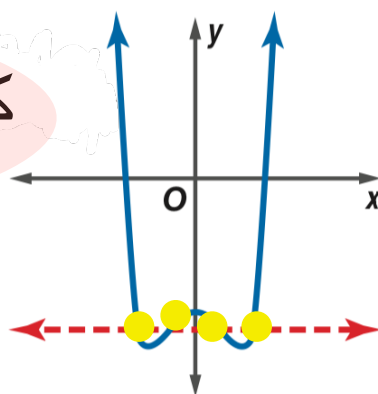
رأسي

كيف نعرف ان كل دالة عكسية لالاخرى ..

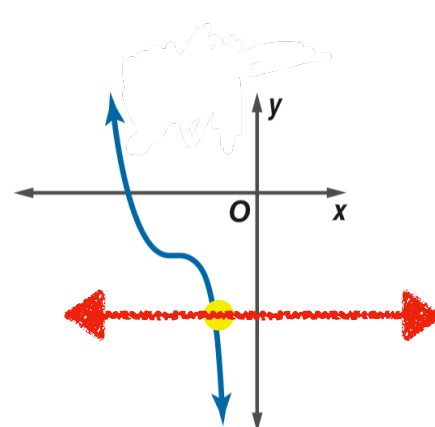
اذا كان التركيبين يساوي

الدالة المحايدة $I(x) = x$

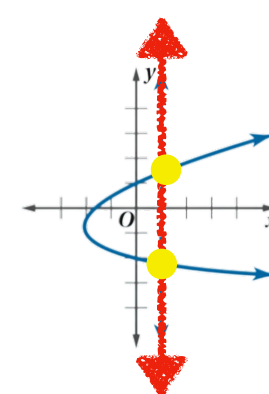
$[f \circ g](x)$ و $[g \circ f](x)$



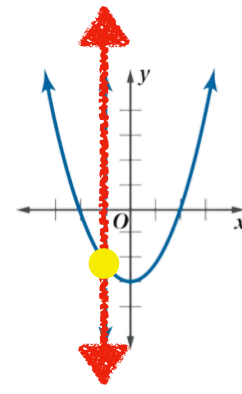
قطعها في كثر من نقطة
اذا المعكوس ليس دالة



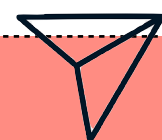
قطعها في نقطة واحدة
المعكوس دالة



قطعها في نقطتين
اذا العلاقة ليست دالة



قطعها في نقطة واحدة
فقط اذا العلاقة دالة





دوال ومتباينات الجذر التربيعي

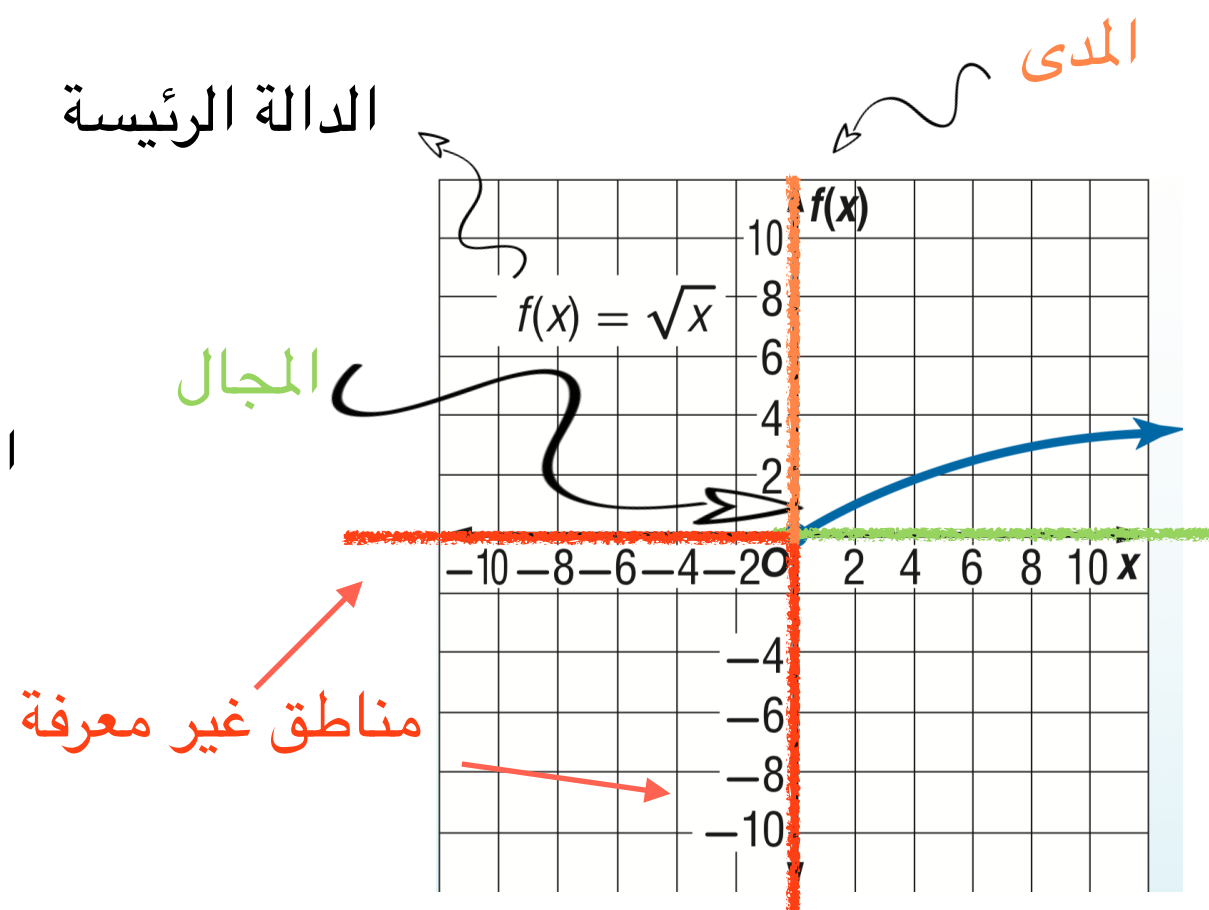
دالة الجذر التربيعي ..

إذا كانت قيمتها موجبه
الرسمه الى اسفل
اي العكس

إذا كانت قيمتها سالبه
الرسمه الى اعلى بشكل
طبيعي

$$f(x) = a\sqrt{x-h} + K$$

الدالة الرئيسة



المجال ويكون عكس الاشارة

$$x \geq$$

المدى ويكون نفس الاشارة

$$y \geq$$

متباينة الجذر التربيعي ..

المقطعان (0, 0)

سلوك طرفي ..

$$x \rightarrow 0, f(x) \rightarrow 0$$

$$x \rightarrow +\infty, f(x) \rightarrow +\infty$$

1 تحويل المتباينة إلى دالة

2

نوجد مجال الدالة

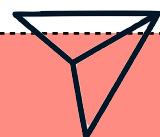
إذا كانت قيمة y اقل من الحد

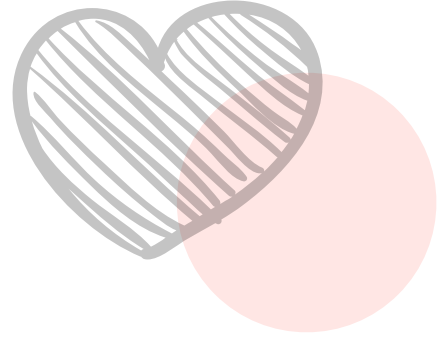
تظليل تحت الحد والعكس صحيح

4

3 نمثل دالة الحد بيانياً

3





.. الجذر النوني ..

$$\sqrt{25}$$

الجذر التربيعي الرئيس
للعدد 25

$$-\sqrt{25}$$

معكوس الجذر التربيعي
الرئيس للعدد 25

$$\pm\sqrt{25}$$

الجذرين التربيعيين
للعدد 25

ما هو الرقم الذي نضربه
في نفسه اربع مرات يعطي
النتيجة 625



$$x^4 = 625$$

$$5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$$



عدد التكرارات عبارة عن دليل

الرقم المكرر ناتج
النتيجة داخل الجذر

عند قسمة الاس على الدليل
يساوي 2 وهو عدد زوجي
لا نحتاج لوضع القيمة المطلقة

$$\sqrt[3]{8x^6}$$

الدليل

$$\sqrt[n]{81}$$

رمز الجذر

ما تحت الجذر

$$\sqrt[4]{625} = 5$$

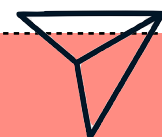
عند قسمة الاس على الدليل
يساوي 1 وهو عدد فردي
نضع القيمة المطلقة حتى نضمن
ان القيمة ليست سالبة

$$\sqrt[4]{y^4}$$

اذا كان ما بداخل الجذر اصغر من الصفر
ليس هناك جذر حقيقي موجب
ويوجد جذر حقيقي سالب

اذا كان ما بداخل الجذر
يساوي صفر ؟ ..

اذا كان ما بداخل الجذر اكبر من الصفر
هناك جذر حقيقي موجب





العمليات على العبارات الجذرية

انطاق المقام ..



نضرب البسط والمقام في مقام الجذر

اذا كان الدليل 2

$$\frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

اذا كان الدليل اكبر من 2 ؟ نتبع الآتي ..
الدليل نفسه مايتغير

لكن .. مابداخل الجذر نرفعه لاس جديد

وهو عبارة عن طرح الدليل من الاس

نضرب البسط والمقام في الجذر الجديد

$$\frac{5}{\sqrt[3]{2}} = \frac{5}{\sqrt[3]{2}} \cdot \frac{\sqrt[3]{2^2}}{\sqrt[3]{2^2}}$$

ضرب الجذور ..

اذا كان لها نفس الدليل
نضعها في جذر واحد
او نوزعها على جذرين

$$\sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{9} = \sqrt[3]{27}$$

ضرب العبارات الجذرية .. يجب ان تكون نفس الدليل

نضرب مابخارج الجذر مع مابخارجه

ونضع العبارتين في جذر واحد

$$\sqrt{4^2 \cdot 2 \cdot (x^4)^2}$$

$$\sqrt{4^2} \cdot \sqrt{(x^4)^2} \cdot \sqrt{2}$$

جمع العبارات الجذرية وطرحها ..

فقط الجذور المتشابهه

نتذكر في الضرب نجمع الأسس

قسمة الجذور ..

نفس ماسبق في الضرب

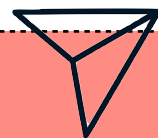
$$7\sqrt{2} - 8\sqrt{2} \quad \text{يمكن}$$

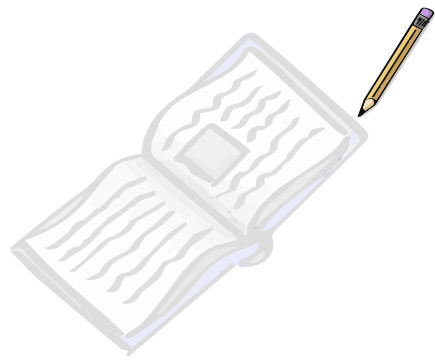
$$7\sqrt{2} - 24\sqrt{3} \quad \text{لا يمكن}$$



لكن الجذر في مقام نتخلص منه

تكون لها نفس دليل الجذر
ومابداخل الجذر نفس المقدار





.. الأسس النسبية ..

إذا كان البسط لا يساوي 1

$$x^{\frac{3}{5}}$$

يكتب بطريقتين
وكلاهما يعطي نفس النتيجة

$$= \sqrt[5]{x^3}$$

وهي نفس الطريقة السابقة ..

$$= (\sqrt[5]{x})^3$$

او
حيث ان الأس لا يتأثر بالجذر

الأسس النسبية
اسهل في التبسيط
من الجذور

$$\sqrt[4]{d^7} =$$

الدليل يصبح في المقام
والأس في البسط

$$d^{\frac{7}{4}}$$

عبارات تتضمن أسساً نسبية ..



كيف نتخلص من الأس السالب

جميع الأسس غير سالبة

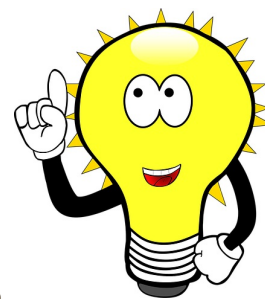
جميع الأسس في المقام هي أعداد

صحيحة موجبة

لا يتضمن أي من البسط أو المقام أو

كليهما كسراً

دليل الجذر أصغر ما يمكن

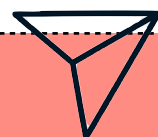


الصورة الجذرية ..

$$27^{\frac{1}{3}} =$$

المقام يصبح دليل
والبسط يصبح اس

$$\sqrt[3]{27}$$





حل المعادلات والمتباينات الجذرية

الحل الدخيل ..

- عند التأكد من صحة الحل لا يحقق المساواة

حل المتباينات الجذرية .. !

✓ $\sqrt{x+2} = 3$

✓ $(\sqrt{x+2})^2 = 3^2$

- ارفع طرفي المعادلة لقوة مساوية لدليل الجذر وذلك لتخلص من الجذر
- حل معادلة كثيرة الحدود الناتجة ثم تحقق من صحة الحل

المتباينة الجذرية .. !

تنبيهات مهمة ..

- هي متباينة تحتوي على متغيراً في الصورة الجذرية

حل المتباينة الجذرية .. !

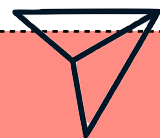
- ✓ لتخلص من الجذر التربيعي نرفعه للأس 2

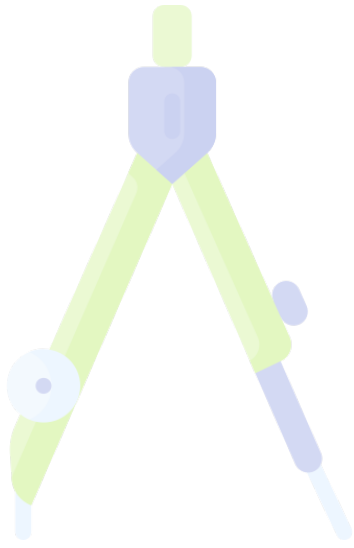
- ✓ ولتخلص من الجذر التكعيبي نرفعه للأس 3

- اذا كان دليل الجذر عدداً زوجياً فعين قيم المتغير التي لا تجعل ماتحت الجذر سالباً
- حل المتباينة جبرياً

المجال

- اختبر القيم لتتأكد من صحة



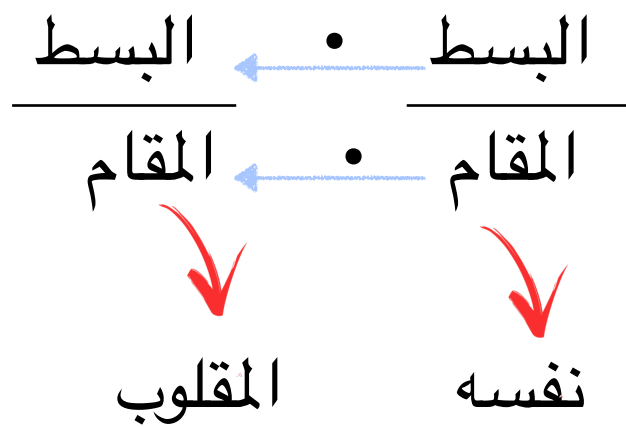


ضرب العبارات النسبية وقسمتها

العبارة النسبية .. ! لتبسيط نستخدم $\rightarrow$ GCF

الضرب العبارات النسبية .. !

• هي النسبة بين كثيرتي حدود



القسمة .. !

متى تكون العبارة غير معرفة .. !?

نحلل المقام الى عوامله
القيم التي تجعله صفراً

عبارات نسبية تتضمن كثيرات حدود .. !

$$\frac{x^2 - 6x - 16}{x^2 - 16x + 64}$$

✗

$$\frac{(x + 4)(x - 4)}{12(y + 3)}$$

✓

* نحلل البسط والمقام الى عوامله

* نختصر العوامل المشتركة

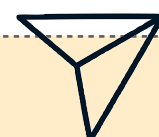
* نبسط

$$\frac{x - 3}{8} \cdot \frac{x - 2}{x + 4}$$

$$\frac{(x-8)(x+2)}{(x-8)(x-8)} \cdot \frac{x-8}{(x+3)(x+2)}$$

الكسور المركبة .. !

$\rightarrow$ يحوي بسطه او مقامه او كلاهما على كسور



جمع العبارات النسبية وطرحها

لا ننسى توحيد المقامات

• عند جمع او طرح عبارتین نسبیتین بمقامین مختلفین نستخدم $\rightarrow$ LCM

اختصار المضاعف
المشترك الأصغر

طريقة إيجاده

نحل كل قيمة

نحدد المشترك بينهم

نختار الأس الأكبر من كل مقدار مشترك

$$15x^2, 9xy^4$$

$$15x^2 = 3 \cdot 5 \cdot x^2$$

$$9xy^4 = 3 \cdot 3 \cdot x \cdot y^4$$

لهما الأس الأكبر

LCM

$$45x^2y^4$$

هنا يوجد 5 الأس صفر
وهو = 1
لذلك لا يكتب بالتحليل
و y بالمثل

جمع العبارات النسبية وطرحها .. !

★ نوجد المضاعف المشترك الأصغر

★ نضرب الكسور لتوحيدها

★ نجمع أو نطرح

عبارات نسبية تتضمن كثيرات حدود .. !

★ نحل البسط والمقام الى عوامله

★ نختصر العوامل المشتركة

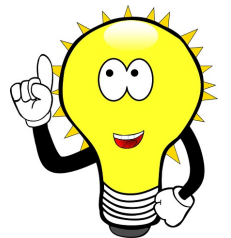
★ نبسط

الكسور المركبة .. !

يحتوي بسطه او مقامه او كلاهما على كسور

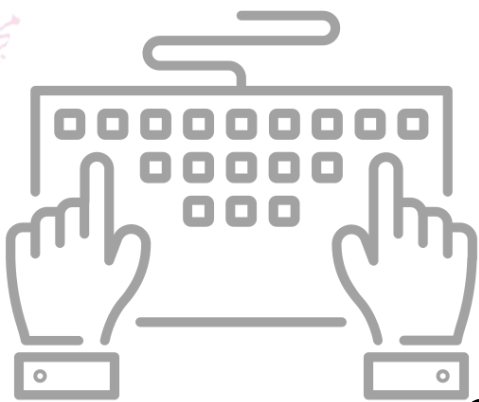
★ نوجد LCM

★ نضرب البسط والمقام في LCM





.. تمثيل دوال المقلوب بيانياً ..



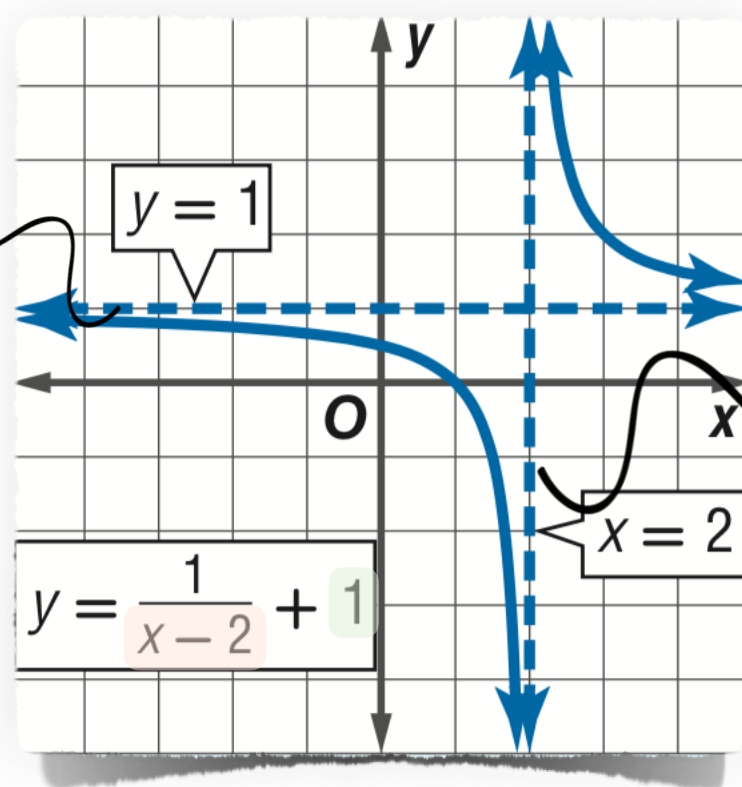
خط تقارب أفقي
يقترب من التمثيل
لكن لا يمسه

وهي أيضاً قيمة
غير معرفة عندها الدالة

التمثيل على شكل قطع زائد ..

المجال
جميع الأعداد الحقيقية ماعدا

2



خط تقارب رأسي
يقترب من التمثيل
لكن لا يمسه

لا يوجد مقطعان لها ..

خط تقارب رأسي
 $x = 2$

خط تقارب أفقي
 $y = 1$

المدى
جميع الأعداد الحقيقية ماعدا
1

على شكل قطع زائد

الدالة الرئيسية لدوال المقلوب ..

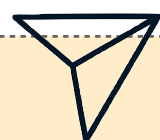
خطوط التقارب = 0

$$f(x) = \frac{1}{x}$$

الدالة غير معرفة
عند الصفر

المجال والمدى جميع الأعداد الحقيقية ماعدا 0

ايضاً يوضح
سلوك طرفي التمثيل
البياني لدالة





.. تمثيل الدوال النسبية بيانياً ..

تذكر انها على شكل
بسط ومقام



الدالة النسبية ..

خط تقارب أفقي

الدرجة

$$f(x) = \frac{a(x)}{b(x)}$$

كثيرة حدود

لا يوجد خط

$$y = 0$$

درجة البسط < درجة المقام

درجة البسط > درجة المقام

لا يساوي الصفر

$$y = \frac{\text{معامل الرئيس للبسط}}{\text{معامل الرئيس للمقام}}$$

درجة البسط = درجة المقام

خط تقارب رأسي ..

المجال ..

$$x = 0$$

نقطة الانفصال ..

جميع القيم ما عدا اصفارها

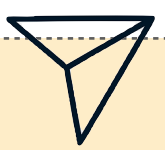
نحلل البسط والمقام

نحذف العوامل المشتركة

المتبقي هو ٠ في التمثيل البياني

نعوض عن قيمة x في الدالة
لنحصل على y

صفر الدالة ..





..دوال التغير..

القانون الاساسي والبقية تتفرع منه

التغير الطردي ..

نضيف المتغير Z للمقام مع المتغير X

التغير المشترك ..

$$\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2}$$

$$\frac{y_1}{x_1 z_1} = \frac{y_2}{x_2 z_2}$$

نبدل بين x_2 و x_1

التغير العكسي ..

نضيف المتغير Z للبسط مع المتغير Y

$$\frac{y_1}{x_2} = \frac{y_2}{x_1}$$

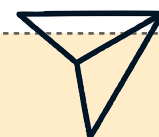
التغير المركب ..

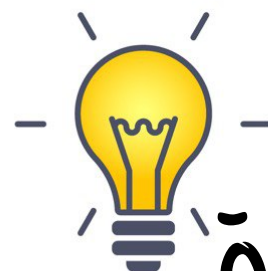
ثابت التغير ..

$$\frac{y_1 z_1}{x_1} = \frac{y_2 z_2}{x_2}$$

إذا كانت $\frac{y}{x}$ تساوي قيمة ثابتة التغير الطردي ..

إذا كانت xy تساوي قيمة ثابتة التغير العكسي ..





حل المعادلات والمتباينات النسبية

المتباينة النسبية ..

هي المتباينة التي تحتوي على
عبارة نسبية أو أكثر

المعادلة النسبية ..

تستخدم في حل كثير
هي المعادلة التي تحتوي على من مسائل الحياتية والتطبيقات
عبارة نسبية أو أكثر

نوجد LCM

نضرب LCM للمقامات لتخلص منها

نحل ما يحتاج لتحليل

نحذف العوامل المشتركة لتبسيط

نتحقق من صحة الحل

حدد القيم المستثناة وهي القيم

التي يكون عندها المقام صفراً

نحول المتباينة الى معادلة

نحل المعادلة كما سبق

استعمل القيم التي حصلت عليها من حل المعادلة

لتقسيم خط الأعداد

اختبر قيمة كل فترة لتحديد الفترات التي تحتوي

قيماً تحقق المتباينة

الحل الدخيل ..

هو الحل الذي لا يحقق

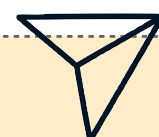
المعادلة الأصلية بعد التعويض

يجب التحقق من جميع الحلول

التي نحصل عليها بالتعويض

في المعادلة الأصلية

لتحديد الحلول الدخيلة





المتابعات بوصفها دوال ..

المتابعة الهندسية ..

يتم ايجادها بضرب قيمة ثابتة
في الحد الذي يسبقه

الحدود



يسمى النسبة المشتركة
أو الأساس



قسمة الحد الثاني من الأول

التمثيل البياني ..

الحسابية خطي

الهندسية أسّي



تذكر انها متصلة ومتباينة
مجالها الأعداد الحقيقية

المدى

الأعداد الحقيقية الموجبة فقط

المتابعة الحسابية ..

مجموعة من الأعداد مرتبة
في نمط محدد أو ترتيب معين



يتم ايجاده باضافة قيمة ثابتة
الى الحد الذي يسبقه



يسمى الفرق المشترك
أو الأساس



طرح الحد الثاني من الأول

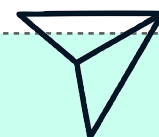
المجال والمدى لهما ..

المجال عدد الحدود

المدى الحدود

اما ان تكون منتهية نستطيع عد الحدود

او غير منتهية لا نستطيع عد الحدود



المتتابعات والمتسلسلات الحسابية

المجموع الجزئي ..

$$S_n = \frac{n}{2} (a_1 + a_n)$$

الحد الأول

الحد الأخير

كيف نوجد

صيغة الحد النوني !.

الحد النوني ..

$$a_n = a_1 + (n - 1)d$$

الأساس

الحد الأول

عدد الحدود

المجموع الجزئي (البديل) ..

يمكن استخدامه في إيجاد
حدود المتسلسلة

إيجاد الأوساط الحسابية ..

$$S_n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n - 1)d]$$

نوجد n (عدد الحدود المعطاه + عدد الحدود المطلوبة)

رمز المجموع ..

يقرأ سيجما

نوجد d (نستخدم قانون الحد النوني لإيجاده)

$$\sum_{k=1}^n f(k)$$

آخر قيمة لـ k
أول قيمة لـ k

المتابعة
هي مجموعة من الأعداد
المتسلسلة
نضع + لنحصل على مجموع

نوجد الحدود باضافة d الى الحد الأول وهكذا



المتتابعات والمتسلسلات الهندسية

المجموع الجزئي ..

عدد الحدود

$$S_n = \frac{a_1 (1 - r^n)}{1 - r}$$

كيف نوجد

صيغة الحد النوني !.

الحد النوني ..

$$a_n = a_1 r^{n-1}$$

عدد الحدود

الحد الأول

الحد الأول

الأساس

يمكن استخدامه في إيجاد

حدود المتسلسلة

الأساس

المجموع الجزئي (البديل) ..

إيجاد الأوساط الهندسية ..

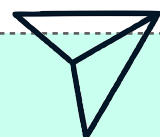
$$S_n = \frac{a_1 - a_1 r^n}{1 - r}$$

نوجد n (عدد الحدود المعطاه + عدد الحدود المطلوبة)

نوجد r (نستخدم قانون الحد النوني لإيجاده)

نوجد الحدود بالضرب r في الحد الأول وهكذا

المتتابعة
هي مجموعة من الأعداد
المتسلسلة
نضع + لنحصل على مجموع

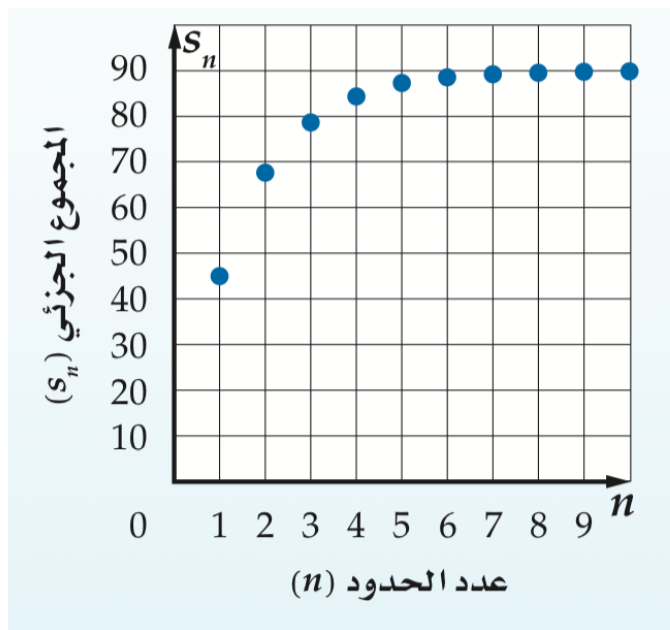




المتسلسلات الهندسية اللانهائية

المتسلسلة المتقاربة ..

- لها مجموع
- تقترب من عدد حقيقي
- الأساس اكبر من -1 واقل من 1



نلاحظ من الرسم البياني
المجموع يقترب من عدد حقيقي

مجموع المتسلسلة الهندسية اللانهائية

$$S = \frac{a_1}{1 - r}$$

الحد الأول a_1

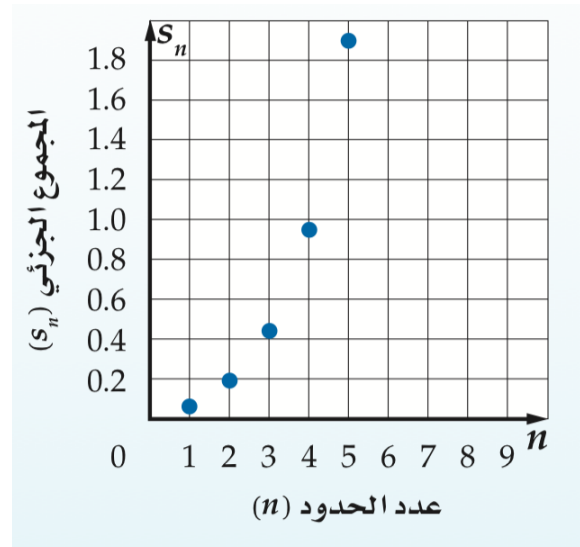
الأساس r

المتسلسلة الهندسية غير المنتهية ..

هي التي لها عدد لا نهائي من الحدود

المتسلسلة المتباعدة ..

- ليس لها مجموع
- الأساس اكبر من 1



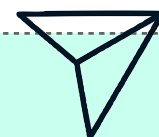
نلاحظ من الرسم البياني
المجموع لا يقترب من عدد حقيقي

الكسور العشرية الدورية ..

هو مجموع متسلسلة هندسية
لانهاية

تحويل الكسر العشري الدوري
الى كسر اعتيادي

- نضعه على شكل بسط ومقام
- نوجد الحد الأول
- نوجد الأساس
- نستعمل صيغة المجموع





.. نظرية ذات الحدين ..

مثلت باسكال ..

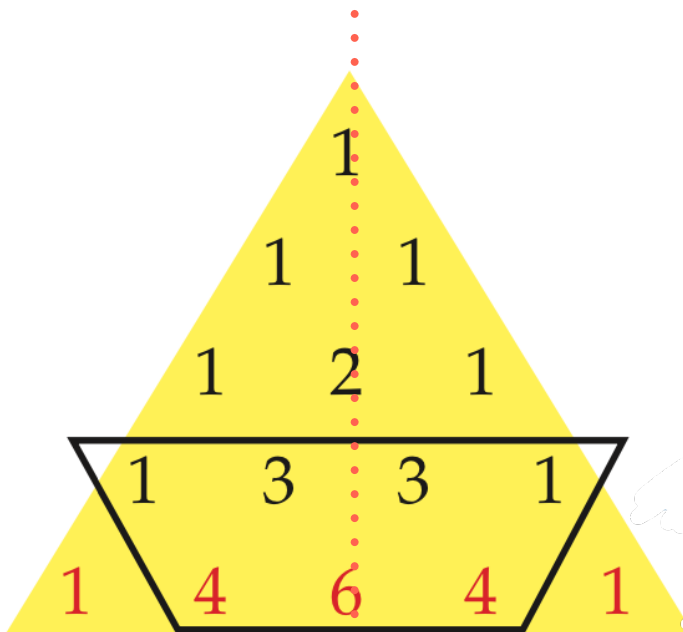
$$(a + b)^0$$

$$(a + b)^1$$

$$(a + b)^2$$

$$(a + b)^3$$

$$(a + b)^4$$



نلاحظ وجود تماثل

عدد الأسس بكل حد يساوي الاس في المفكوك

الأسس تبدأ من 4 وتتناقص إلى صفر

$$= 1a^4b^0 + 4a^3b^1 + 6a^2b^2 + 4a^1b^3 + 1a^0b^4$$

الأسس تبدأ من صفر وتزايد إلى 4

عدد الحدود اكبر من الأس بواحد

إيجاد قيمة حد معين ..

$$(c + d)^{10}$$

C

$$c^5 d^5$$

10

5

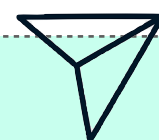
طلب الحد السادس اقل منه بحد

الناتج 10 - 5

نظرية ذات الحدين ..

الأس

$$= \sum_{k=0}^n \frac{n!}{k!(n-k)!} a^{n-k} b^k$$





البرهان باستعمال مبدأ الاستقراء الرياضي

الاستقراء الرياضي ..

هو أسلوب لبرهنة الجمل الرياضية المتعلقة بالأعداد الطبيعية

الاستقراء الرياضي برهان المجموع ..

- نعوض عن n بـ 1 في كلا الطرفين ثم نبرهن انها صحيحة
- نعوض عن n بـ k وهي فرضية الاستقراء
- نعوض عن n بـ $k+1$ في كلا الطرفين ثم نبرهن انها صحيحة

نفسها برهنة قابلية القسمة

الأمثلة المضادة ..

أعط مثلاً مضاداً يبيّن خطأ الجملة:

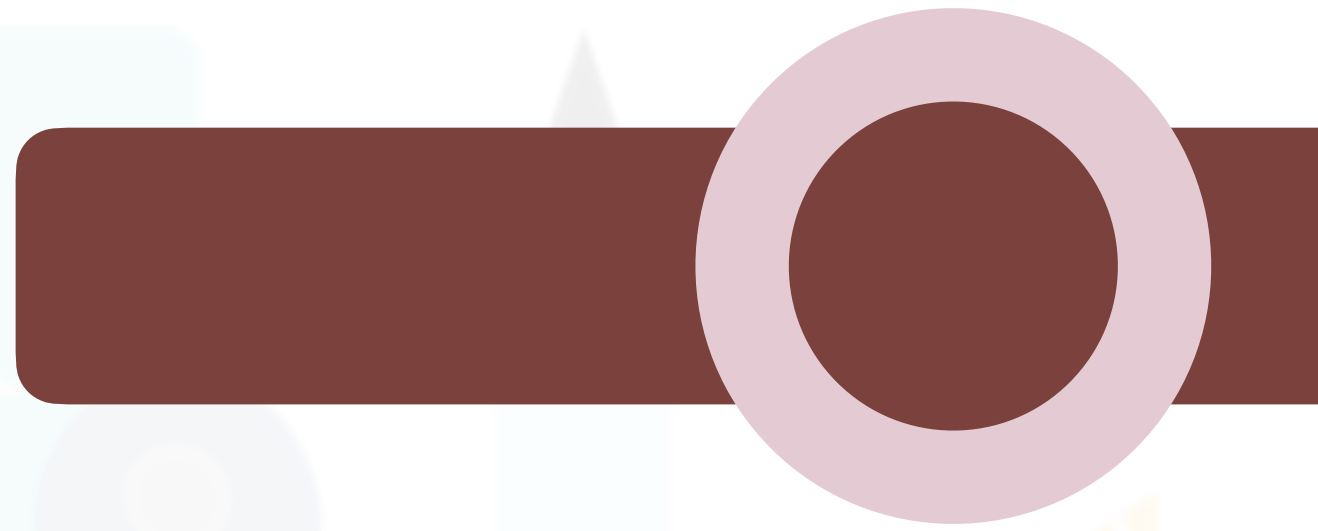
" $2^n + 2n^2$ تقبل القسمة على 4 ، حيث n أي عدد طبيعي".

إثبات خطأ جملة رياضية

إيجاد مثال مضاد

n	$2^n + 2n^2$	هل تقبل القسمة على العدد 4 ؟
1	$2^1 + 2(1)^2 = 2 + 2 = 4$	نعم
2	$2^2 + 2(2)^2 = 4 + 8 = 12$	نعم
3	$2^3 + 2(3)^2 = 8 + 18 = 26$	لا





نسأل الله ان يكون نافع لي ولطالباتي
ولجميع
ونسأله سبحانه ان يوفقنا لما يحبه ويرضى
انه القادر على ذلك وهو الولي ..

معلمة الرياضيات :
عواطف العتيبي

