٤-٤ قانون الجيوب

1 أوجد مساحة ΔABC الذي فيه: $A = 31^\circ$, $b = 18\ m$, $c = 22\ m$, مقربة إلى أقرب جزءٍ من عشرةٍ .

المساحة = $\frac{1}{2} bc \sin A$

المساحة = $\frac{1}{2} (18)(22) \sin 31^\circ$

المساحة = $198 \sin 31^\circ$

المساحة ≈ 102.0

إذن المساحة تساوي $102.0\ m^2$ تقريباً.

2 حُلّ ΔNPQ الذي فيه: $P = 42^\circ$, $n = 5$, $Q = 65^\circ$, قرّب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم.

الخطوة 1 : نوجد قياس الزاوية الثالثة.

$$m\angle N = 180^\circ - (42^\circ + 65^\circ) = 180^\circ - 107^\circ = 73^\circ$$

الخطوة 2 : نستعمل قانون الجيوب لإيجاد كل من الطولين : p , q .

نكتب معادلة لإيجاد قيمة كل منهما.

$$\frac{\sin P}{p} = \frac{\sin N}{n}$$

$$\frac{\sin 42^\circ}{p} = \frac{\sin 73^\circ}{5}$$

$$p = \frac{5 \sin 42^\circ}{\sin 73^\circ}$$

$$p \approx 3.5$$

$$\frac{\sin Q}{q} = \frac{\sin N}{n}$$

$$\frac{\sin 65^\circ}{q} = \frac{\sin 73^\circ}{5}$$

$$q = \frac{5 \sin 65^\circ}{\sin 73^\circ}$$

$$q \approx 4.7$$

حدد إن كان لكل مثلث مما يأتي حل واحد، أم حلّان، أم ليس له حل. أوجد الحلول، مقربةً أطوال الأضلاع إلى أقرب جزء من عشرة، وقياسات الزوايا إلى أقرب درجة.

3A ΔRST الذي فيه: $R = 95^\circ, r = 10, s = 12$

بما أن $\angle R$ منفرجة، و $12 > 10$ ، إذن لا يوجد حل للمثلث.

3B ΔMNP الذي فيه: $N = 32^\circ, n = 7, p = 4$

بما أن $\angle N$ حادة، و $4 < 7$ ، إذن يوجد حل واحد للمثلث.

الخطوة 1: نوجد $m\angle P$

$$\frac{\sin P}{p} = \frac{\sin N}{n}$$

$$\frac{\sin P}{4} = \frac{\sin 32^\circ}{7}$$

$$\sin P = \frac{4 \sin 32^\circ}{7}$$

$$p = \sin^{-1} \frac{4 \sin 32^\circ}{7}$$

$$p \approx 18^\circ$$

الخطوة 2 : نوجد $m\angle M$

$$m\angle M \approx 180^\circ - (32^\circ + 18^\circ) \approx 180^\circ - 50^\circ \approx 130^\circ$$

الخطوة 3 : نوجد m

$$\frac{\sin M}{m} \approx \frac{\sin N}{n}$$

$$\frac{\sin 130^\circ}{m} \approx \frac{\sin 32^\circ}{7}$$

$$m \approx \frac{7 \sin 130^\circ}{\sin 32^\circ}$$

$$m \approx 10.1$$

3C ABC Δ الذي فيه: $A = 47^\circ$, $a = 15$, $b = 18$

بما أن $\angle A$ حادة، و $18 > 15$ ، نوجد قيمة h ونقارنها مع قيمة a.

$$h = b \sin A$$

$$h = 18 \sin 47^\circ$$

$$h \approx 13.2$$

بما أن: $18 > 15 > 13.2$ أو $h < a < b$.

فإن للمثلث حلين وبالتالي هناك مثلثان يطلب حلهما.

الحالة 1 : $\angle B$ حادة.

الخطوة 1 : نوجد $m\angle B$

$$\frac{\sin B}{b} = \frac{\sin A}{a}$$

$$\frac{\sin B}{18} = \frac{\sin 47^\circ}{15}$$

$$\sin B = \frac{18 \sin 47^\circ}{15}$$

$$B = \sin^{-1} \frac{18 \sin 47^\circ}{15}$$

$$B \approx 61^\circ$$

الخطوة 2 : نوجد $m\angle C$

$$m\angle C \approx 180^\circ - (47^\circ + 61^\circ) \approx 180^\circ - 108^\circ \approx 72^\circ$$

الخطوة 3 : نوجد c

$$\frac{\sin C}{c} = \frac{\sin A}{a}$$

$$\frac{\sin 72^\circ}{c} \approx \frac{\sin 47^\circ}{15}$$

$$c \approx \frac{15 \sin 72^\circ}{\sin 47^\circ}$$

$$c \approx 19.5$$

الحالة 2 : $\angle B$ منفرجة.

الخطوة 1 : نوجد $m\angle B$

قيمة دالة الجيب موجبة في الربع الثاني، لذا نوجد زاوية منفرجة B بحيث: $\sin B \approx 0.88$

$$m\angle B \approx 180^\circ - 61^\circ \approx 119^\circ$$

الخطوة 2 : نوجد $m\angle C$

$$m\angle C \approx 180^\circ - (47^\circ + 119^\circ) \approx 180^\circ - 166^\circ \approx 14^\circ$$

الخطوة 3 : نوجد c

$$\frac{\sin C}{c} = \frac{\sin A}{a}$$

$$\frac{\sin 14^\circ}{c} \approx \frac{\sin 47^\circ}{15}$$

$$c \approx \frac{15 \sin 14^\circ}{\sin 47^\circ}$$

$$c \approx 5.0$$

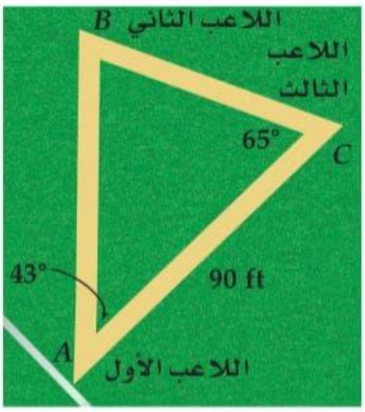
لذا فإن أحد الحلين هو: $B \approx 61^\circ, C \approx 72^\circ, c \approx 19.5$،

والحل الثاني هو: $B \approx 119^\circ, C \approx 14^\circ, c \approx 5.0$

4 أوجد المسافة بين اللاعب الأول واللاعب الثاني.

الخطوة 1 : نوجد قياس الزاوية الثالثة.

$$m\angle B = 180^\circ - (65^\circ + 43^\circ) = 180^\circ - 108^\circ = 72^\circ$$



الخطوة 2 : نستعمل قانون الجيوب.

$$\frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$

$$\frac{\sin 72^\circ}{90} = \frac{\sin 65^\circ}{c}$$

$$c = \frac{90 \sin 65^\circ}{\sin 72^\circ}$$

$$c \approx 85.8$$

إذن المسافة بين اللاعب الأول واللاعب الثاني تساوي 85.8 ft تقريباً.