



فيما سبق

درستُ حل المعادلات التربيعية.

والآن

- أبسط عبارات جذرية وأجمعها، وأطرحها، وأضربها.
- أحل معادلات جذرية.
- أستعمل نظرية فيثاغورس.
- أجد النسب المثلثية.

لماذا؟

المحيطات: يتكون التسونامي أو الموجات العالية من هزات أرضية تحت البحر. ويمكن استعمال معادلة جذرية لإيجاد سرعة التسونامي بالمتري لكل ثانية أو عمق المحيط بالأمتار.

المفردات:

- إنطاق المقام ص (٤٨)
- المعادلات الجذرية ص (٥٨)
- الحلول الدخيلة ص (٥٩)
- النسب المثلثية ص (٧٩)

منظم أفكار

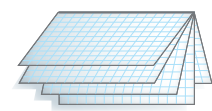
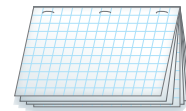
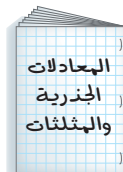
المطويات

المعادلات الجذرية والمثلثات: اعمل هذه المطوية لتساعدك على تنظيم ملاحظاتك حول المعادلات الجذرية والمثلثات مبتدئاً بأربع أوراق مربعات.

- ٣ سَمِّ غلاف المطوية بعنوان الفصل، ثم اكتب كذلك عنوان كل درس في الفصل على كل صفحة من صفحاتها بدءاً من اليمين.

- ٢ ثَبِّت الأوراق معاً عند خط الطي.

- ١ اطو الأوراق من المنتصف عرضياً.





التهيئة للفصل ٩

أجب عن الاختبار الآتي. انظر المراجعة السريعة قبل الإجابة عن الاختبار.

مراجعة سريعة

مثال ١

أوجد الجذر التربيعي للعدد ٥٠ مقرباً الجواب إلى أقرب جزء من مئة إذا لزم الأمر.

اختبار سريع

أوجد الجذر التربيعي لكل ممّا يأتي، مقرباً الجواب إلى أقرب جزء من مئة إذا لزم الأمر: (مهارة سابقة)

$$\begin{array}{l} ٨٢٦ (١) \\ ٢٦٦ (٢) \\ ١٥٦ (٣) \\ ٩٩٦ (٤) \end{array}$$

(٥) صندوق الرمل: إذا صنع إسحاق صندوقاً رملياً قاعدته مربعة الشكل مساحتها ١٠٠ قدم مربعة. فما طول ضلع قاعدة الصندوق؟

مثال ٢

بسّط العبارة: ٣س + ٧ص - ٤س - ٨ص

بسّط كل عبارة فيما يأتي: (مهارة سابقة)

$$\begin{array}{l} (٦) (٢١س + ١٥ص) - (٩س - ٤ص) \\ (٧) ١٣س - ٥ص + ٢ص \\ (٨) (١٠أ - ٥ب) + (٦أ + ٥ب) \\ (٩) ٦م + ٥ن - ٤م - ٣ن + ٦ \end{array}$$

مثال ٣

حلّ المعادلة: ٢س - ٥س + ٦ = ٠

حلّ كل معادلة فيما يأتي: (الدرسان ٨ - ٨.٣ - ٤)

$$(١٠) ٢س - ٤س = ٠$$

$$(١١) ٢س + ٧ص - ٥ = ١$$

(١٢) هندسة: إذا كانت مساحة



المستطيل المجاور ٩٠ سم^٢، فما قيمة س؟

س - ١

مثال ٤

استعمل الضرب التبادلي لتحديد إذا كانت النسبتان $\frac{٨}{١٣}$ و $\frac{٢}{٣}$ تشكّلان تناسباً أم لا.

استعمل الضرب التبادلي لتحديد إذا كانت النسبتان الآتيتان تشكّلان تناسباً، واكتب "نعم" أو "لا": (مهارة سابقة)

$$(١٣) \frac{٤}{٩}, \frac{٢}{٣} \quad (١٤) \frac{١٥}{٢٠}, \frac{٣}{٤}$$

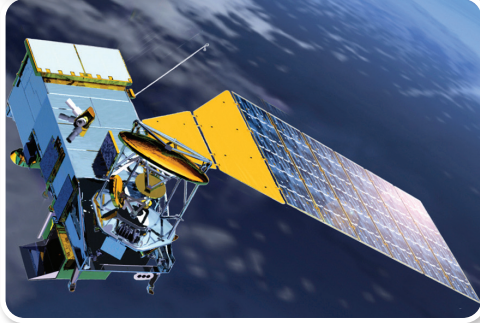
(١٥) خرائط: إذا مثّلت مسافة ١٠ كلم ستمتراً واحداً على الخريطة، فما المسافة بين مدينتين على الخريطة إن كانت المسافة بينهما ٥٠ كلم؟





تبسيط العبارات الجذرية

لماذا؟



تؤدي الأقمار الاصطناعية العديد من المهام، منها:
دراسة الكون والتنبؤ بالطقس، والاتصالات بأنواعها،
وتيسير الملاحة البحرية والجوية... إلى غير ذلك، حيث
تدور هذه الأقمار بسرعات محددة في مدارات خاصة
بها حول الأرض، يمكن حسابها بالعلاقة:

$$ع = \sqrt{\frac{١٤١٠ \times ٤}{نق}}$$

الاصطناعي بوحدة المتر/ ثانية، (نق) نصف قطر المدار ويساوي بعد القمر عن مركز الأرض.

ويذكر أن المملكة العربية السعودية أطلقت منظومة أقمار اصطناعية تجارية صغيرة يصل عددها إلى
٢٤ قمراً.

خاصية ضرب الجذور التربيعية: تتضمن **العلاقة الجذرية** جذراً، كالجذر التربيعي مثلاً، وتكون العبارة

الجذرية في أبسط صورة إذا تحققت الشروط التالية في العبارة التي تحت الجذر:

• لا يكون أي من عوامله مربعاً كاملاً عدا ١.

• لا يتضمن كسوراً.

• لا يظهر أي جذر في مقام الكسر.

ويمكنك استعمال الخاصية الآتية لتبسيط الجذور التربيعية.

١-٩

فيما سبق

درست إيجاد الجذور
التربيعية.

والآن

■ استعمل خاصية ضرب
الجذور التربيعية
في تبسيط العبارات
الجذرية.

■ استعمل خاصية قسمة
الجذور التربيعية
في تبسيط العبارات
الجذرية.

المفردات

العبارة الجذرية

إنطاق المقام

المرافق

أضف إلى

مطوياتك

خاصية ضرب الجذور التربيعية

مفهوم أساسي

التعبير اللفظي: الجذر التربيعي للمقدار أ ب لأي عددين حقيقيين غير سالبين أ، ب، الجذر التربيعي
للمقدار أ يساوي الجذر التربيعي للمقدار أ مضروباً في الجذر التربيعي للمقدار ب.

$$\sqrt{أ ب} = \sqrt{أ} \times \sqrt{ب}، إذا كانت أ \geq ٠، ب \geq ٠$$

الرموز:

$$\sqrt{٦} = \sqrt{٣ \times ٢} = \sqrt{٣} \times \sqrt{٢} = \sqrt{٦}$$

أمثلة:

تبسيط الجذور التربيعية

مثال ١

بسط العبارة: $\sqrt{٨٠}$.

تحقق من فهمك

$$\sqrt{٥٤} (أ١)$$

$$\sqrt{١٨٠} (ب١)$$



ضرب الجذور التربيعية

مثال ٢

بسّط العبارة: $2\sqrt{14} \times 3\sqrt{2}$

تحقق من فهمك

$$(ب) 8\sqrt{2} \times 6\sqrt{2}$$

$$(أ) 10\sqrt{2} \times 5\sqrt{2}$$

عند النظر إلى العبارة $2\sqrt{14}$ قد يبدو لك أن $\sqrt{14} = 2$ ، لذا عند إيجادك الجذر التربيعي الرئيس لعبارة تحتوي متغيرات، عليك التأكد من أن النتيجة ليست سالبة. فمثلاً، افترض أن $3 = -3$.

$$2\sqrt{14} = 2\sqrt{2 \times 7}$$

عوض عن س بـ (3-)

$$2\sqrt{14} = 2\sqrt{2 \times 7}$$

$$9 = 2(3-)$$

$$3 - \frac{9}{2}$$

$$3 = \sqrt{9}$$

$$3 - \neq 3$$

عند تبسيط العبارات الجذرية، إذا كان ما تحت الجذر التربيعي متغير ذا أس زوجي، وناتج تبسيطه ذا أس فردي، يجب استعمال القيمة المطلقة والأمثلة التالية توضح ذلك.

$$3\sqrt{14} = \sqrt{14} \times 3$$

$$2\sqrt{14} = \sqrt{14} \times 2$$

$$3\sqrt{14} = \sqrt{14} \times 3$$

$$2\sqrt{14} = \sqrt{14} \times 2$$

تبسيط الجذر التربيعي لمتغيرات

مثال ٣

بسّط العبارة: $2\sqrt{14} \times 3\sqrt{2}$

تحقق من فهمك

$$(ب) 5\sqrt{2} \times 6\sqrt{2}$$

$$(أ) 3\sqrt{2} \times 4\sqrt{2}$$

خاصية قسمة الجذور التربيعية: يمكنك استعمال خاصية قسمة الجذور التربيعية عند قسمة الجذور التربيعية وتبسيط العبارات الجذرية.

أضف إلى

مطوياتك

خاصية قسمة الجذور التربيعية

مفهوم أساسي

التعبير اللفظي: لأي عددين حقيقيين أ، ب، حيث $0 < ب$ ، $أ \leq ٠$ ، الجذر التربيعي للمقدار $\frac{أ}{ب}$ يساوي الجذر التربيعي للبسط مقسوماً على الجذر التربيعي للمقام ب.



$$\frac{\sqrt{\frac{أ}{ب}}}{\sqrt{ب}} = \frac{\sqrt{أ}}{\sqrt{ب}}$$

الرموز:

قراءة الرياضيات

الكسور تحت الجذر

تقرأ العبارة $\sqrt{\frac{أ}{ب}}$: الجذر التربيعي لـ أ على ب، أو الجذر التربيعي للمقدار "أ" على ب.

يمكنك استعمال خصائص الجذر التربيعي **لإنطاق المقام** وكتابته على صورة عدد نسبي إذا كان جذراً، وهذا يتضمن ضرب كل من البسط والمقام في عامل يؤدي إلى حذف الجذر من المقام.

مثال ٤ من اختبار

إرشادات للاختبار

تبسيط:

انظر أولاً إلى ما تحت الجذر إن كان يمكن تبسيطه؛ لأن ذلك يجعل حساباتك أبسط.

أكتب العبارة $\sqrt{\frac{35}{15}}$ في أبسط صورة.

(أ) $\frac{21\sqrt{5}}{15}$ (ب) $\frac{21\sqrt{3}}{3}$ (ج) $\frac{525}{15}\sqrt{}$ (د) $\frac{35\sqrt{}}{15}$

تحقق من فهمك

(٤) بسط العبارة: $\frac{\sqrt{6}\sqrt{3}}{12\sqrt{}}$

كل من ثنائيي الحد $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ و $\sqrt{a} - \sqrt{b}$ جـ $\sqrt{a} - \sqrt{b}$ تُسمى **مرافقة** للآخرى حيث أ، ب، ج، د أعداد نسبية، فعلى سبيل المثال $2 + \sqrt{7}$ و $2 - \sqrt{7}$ مترافقتان. حاصل ضرب العددين المترافقين هو عدد نسبي، ويمكن إيجاداه باستعمال الفرق بين مربعين.

مثال ٥ استعمال المرافق في إنطاق المقام

بسط العبارة: $\frac{3}{2\sqrt{5} + 5}$

تحقق من فهمك

(أ) $\frac{3}{2\sqrt{5} + 2}$ (ب) $\frac{7}{\sqrt{7} - 3}$



الأمثلة ٣-١

بسّط كل عبارة فيما يأتي:

$$\begin{array}{lll}
 (١) \sqrt{24} & (٢) \sqrt{16} \times 3 & (٣) \sqrt{25} \times 2 \\
 (٤) \sqrt{14} \times \sqrt{10} & (٥) \sqrt{18} \times \sqrt{3} & (٦) \sqrt{10} \times 4 \times \sqrt{3} \\
 (٧) \sqrt{60} \text{ ص } ٤ \text{ ص } ٧ & (٨) \sqrt{81} \text{ م } ٣ \text{ ب } ٢ \text{ ر } ٥ & (٩) \sqrt{99} \text{ أ ب } ٩ \text{ ج } ٢
 \end{array}$$

مثال ٤

(١٠) اختيار من متعدد: بسّط العبارة $\sqrt{\frac{45}{10}}$

$$\begin{array}{lll}
 (أ) \frac{\sqrt{2} \times 5}{10} & (ب) \frac{\sqrt{45}}{10} & (ج) \frac{\sqrt{50}}{10} \\
 (د) \frac{\sqrt{2} \times 3}{2}
 \end{array}$$

مثال ٥

بسّط كل عبارة فيما يأتي:

$$\begin{array}{lll}
 (١١) \frac{3}{5\sqrt{3}+3} & (١٢) \frac{5}{6\sqrt{2}-2} & (١٣) \frac{2}{10\sqrt{2}-1} \\
 (١٤) \frac{1}{12\sqrt{2}+4} & (١٥) \frac{4}{7\sqrt{2}-6} & (١٦) \frac{6}{11\sqrt{2}+5}
 \end{array}$$

تدرب وحل المسائل

الأمثلة ٣-١

بسّط كل عبارة فيما يأتي:

$$\begin{array}{lll}
 (١٧) \sqrt{52} & (١٨) \sqrt{56} & (١٩) \sqrt{72} \\
 (٢٠) \sqrt{18} \times 3 & (٢١) \sqrt{243} & (٢٢) \sqrt{245} \\
 (٢٣) \sqrt{15} \times \sqrt{5} & (٢٤) \sqrt{7} \times 2 \times \sqrt{8} \times 3 & (٢٥) \sqrt{8} \times 5 \times \sqrt{2} \\
 (٢٦) \sqrt{25} \times 3 & (٢٧) \sqrt{81} \times ٥ & (٢٨) \sqrt{288} \times ٣ \\
 (٢٩) \sqrt{75} \times ٣ & (٣٠) \sqrt{66} \times ٤ & (٣١) \sqrt{10} \times ٢ \times \sqrt{2} \times ٢
 \end{array}$$



الربط مع الحياة

صدر الأمر الملكي في عام ١٣٤٦هـ بإنشاء أول فرقة إطفاء في المملكة في مكة المكرمة ضمن جهاز البلدية، وفي عام ١٣٨٥هـ عُدِّلَ مُسمّى المديرية العامة للإطفاء إلى المديرية العامة للدفاع المدني.

(٣٢) **مكافحة حرائق:** تمثل سرعة الماء (ع) الذي يُضخ لمكافحة الحرائق بالمعادلة $\sqrt{2} = \text{ف ج}$ ، حيث (ف) أقصى ارتفاع للماء، (ج) تسارع الجاذبية الأرضية (٣٢ قدماً/ث^٢).

(أ) حلّ المعادلة بالنسبة لـ ف.

(ب) إذا احتاجت إدارة مكافحة الحرائق في الدفاع المدني إلى مضخة لتضخ الماء إلى ارتفاع ٨٠ قدماً، فهل تفي بحاجتها مضخة تقذف الماء بسرعة ٧٠ قدماً/ث؟ فسّر إجابتك.

(ج) تريد إدارة مكافحة الحرائق شراء مضخة تضخ الماء إلى ارتفاع ٩٠ قدماً. فهل المضخة التي تضخ الماء بسرعة ٧٧ قدماً/ث تحقق حاجة الإدارة؟ فسّر إجابتك.

المثالان ٤ ، ٥ : بسّط كل عبارة فيما يأتي:

$$\begin{array}{lll}
 (٣٣) \sqrt{\frac{٣٢}{٤}} & (٣٤) \sqrt{\frac{٢٧}{٩}} & (٣٥) \sqrt{\frac{٢٨}{٢٧}} \\
 (٣٦) \sqrt{\frac{٩}{٥}} \times \sqrt{\frac{٣}{١٦}} & (٣٧) \frac{٩}{٨\sqrt{٦}-٦} & (٣٨) \frac{٥\sqrt{٢}}{٣\sqrt{٣}+٧\sqrt{٢}}
 \end{array}$$

(٣٩) **طاقة حركية:** يمكن تحديد سرعة كرة بالمعادلة: $\sqrt{\frac{٢ق}{ك}}$ ، حيث (ق) تشير إلى الطاقة الحركية للكرة، (ك) كتلة الكرة.

(أ) بسّط المعادلة معتبراً كتلة الكرة ٣ كيلو جرامات.

(ب) إذا كانت سرعة الكرة ٧ أمتار/ ثانية، فما قيمة الطاقة الحركية للكرة بالجول؟

(٤٠) **قفز بالمظلات:** إذا كان الزمن التقريبي (ن) بالثواني اللازم لسقوط جسم من ارتفاع (ل) بالأقدام يُعطى بالمعادلة: $\sqrt{\frac{ل}{١٦}}$ ، فما الارتفاع الذي سقط منه مظليٌّ إذا كان الزمن قبل فتح المظلة كما هو موضح بالجدول الآتي:

الارتفاع	٤	٥	٦	٧
زمن السقوط				

مسائل مهارات التفكير العليا

(٤١) **تبرير:** وضح كيف تحل $٢(٢-٣) = ٢(٢+٦)$.

(٤٢) **مسألة مفتوحة:** اكتب ثنائيي حد على الصورة $\sqrt{أ} + \sqrt{ب}$ ، $\sqrt{أ} - \sqrt{ب}$ ، $\sqrt{أ} + \sqrt{ب}$ ، $\sqrt{أ} - \sqrt{ب}$ ثم أوجد ناتج ضربيهما.

(٤٣) **تحديد:** استعمل خاصية قسمة الجذور التربيعية لتشتق القانون العام لحل المعادلة التربيعية من خلال حل المعادلة $أس^٢ + ب + س + ج = ٠$ (ابدأ بإكمال المربع).

(٤٤) **اكتب:** ملخصاً تبين فيه كيف تكتب عبارة جذرية في أبسط صورة.

تدريب على اختبار

(٤٦) أيّ العبارات الآتية تكافئ $\sqrt{١٦٠}س^٢ص^٥$ ؟

(أ) $\sqrt{١٦}ص|س|ص^٢\sqrt{١٠}$

(ب) $\sqrt{١٦٠}ص^٢ص|س|$

(ج) $\sqrt{١٠}ص|س|ص^٢\sqrt{١٦٠}$

(د) $\sqrt{١٠}ص|س|ص^٢\sqrt{٤}$

(٤٥) **إجابة قصيرة:** دفع أحمد قيمة فاتورة الكهرباء أقلّ بـ ٢٣ ريالاً مما دفع خالد. وكان مجموع قيمة الفاتورتين ١٠٩ ريالاً. اكتب معادلة يمكن استعمالها لإيجاد قيمة فاتورة خالد.

مراجعة تراكمية

حل كل معادلة فيما يأتي باستعمال القانون العام مقرباً الجواب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر: (الدرس ٨-٤)

$$(٤٧) \quad ٠ = ٢٥ + ٢ \quad (٤٨) \quad ٤٠ = ١٠٠ + ٢ \quad (٤٩) \quad ٣ = ١١ - ٢$$

حل كل كثيرة حدود فيما يأتي، إن أمكن ذلك، وإلا فاكتب أولية: (مهارة سابقة)

$$(٥٠) \quad ٢٩ - ٤ \quad (٥١) \quad ٢٧ - ٢ \quad (٥٢) \quad ٢٧ + ٢ - ٣ - ٣ - ٩ - ٢$$

استعد للدرس اللاحق

مهارة سابقة :

حل كل من الأعداد التالية إلى عواملها الأولية:

$$\begin{array}{lll} (٥٣) \quad ٢٤ & (٥٤) \quad ٨٨ & (٥٥) \quad ١٨٠ \\ (٥٦) \quad ٣١ & (٥٧) \quad ٦٠ & (٥٨) \quad ٩٠ \end{array}$$





درست خصائص الأسس للأعداد الكلية إلا أن بعض الأسس قد تكون أعدادًا نسبية أو كسورًا. ويمكنك في هذا النشاط استعمال الحاسبة لاستكشاف معنى الأسس النسبية.

القيمة	العبرة	القيمة	العبرة
٤	$\sqrt[4]{16}$	٤	$\sqrt[4]{16}$
	$\sqrt[4]{25}$		$\sqrt[4]{25}$
	$\sqrt[4]{64}$		$\sqrt[4]{64}$
	$\sqrt[4]{125}$		$\sqrt[4]{125}$
	$\sqrt[4]{216}$		$\sqrt[4]{216}$
	$\sqrt[4]{81}$		$\sqrt[4]{81}$

الأسس النسبية

نشاط

الخطوة ١: احسب قيمة $\sqrt[4]{16}$ ثم $\sqrt[4]{16}$.

اضغط المفاتيح: 16 $\sqrt{x}$ 1 $\div$ 2 $\sqrt{x}$ enter

اضغط المفاتيح: 16 $\sqrt{x}$ enter

سجّل النتائج في الجدول المجاور.

الخطوة ٢: استعمل الحاسبة لإيجاد قيمة كل عبارة، ثم سجّل النتائج في جدولك.

لإيجاد الجذور الأخرى غير الجذر التربيعي، اختر دالة $\sqrt[n]{x}$ بالضغط

على المفاتيح $\sqrt{x}$ $\sqrt[n]{x}$.

(أ) ما الذي تلاحظه في أثناء دراستك الجدول حول قيمة العبارة التي على

الصورة أ؟

(ب) ما الذي تلاحظه حول قيمة العبارة التي على الصورة أ؟

تمارين

(١) تذكر خاصية قوة القوة لأي عدد حقيقي أ، وأي عددين صحيحين م، ن. $(a^m)^n = a^{mn}$

افترض أن الأسس الكسرية تعامل معاملة أسس الأعداد الكلية، وأوجد قيمة (ب) $\left(\frac{1}{2}\right)^2$

خاصية قوة القوة

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2 = 2 \times \frac{1}{2}$$

بسط

$$= \frac{1}{2}$$

لذا، فإن ب $\frac{1}{2}$ هو عدد مربعه يساوي ب؛ لذا فمن الممكن تعريف ب $\frac{1}{2}$ ب $\sqrt[2]{b}$. استعمل طريقة مشابهة لتعريف ب $\frac{1}{3}$.

(٢) عرّف ب $\frac{1}{3}$ ب $\sqrt[3]{b}$. برّر إجابتك.

اكتب كل جذر فيما يأتي على صورة عبارة أسية باستعمال الأسس النسبية، ثم أوجد قيمتها:

$$\sqrt[4]{121} \quad (٤)$$

$$\sqrt[3]{36} \quad (٣)$$

$$\sqrt[5]{32} \quad (٦)$$

$$\sqrt[4]{256} \quad (٥)$$

$$\sqrt[4]{1296} \quad (٨)$$

$$\sqrt[3]{216} \quad (٧)$$

$$\sqrt[3]{8} \quad (١٠)$$

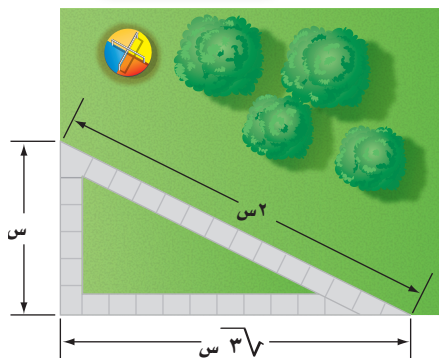
$$\sqrt[4]{16} \quad (٩)$$





العمليات على العبارات الجذرية

لماذا؟



يتدرب خالد على الجري في الحديقة، في مسار على صورة مثلث كما في الشكل المجاور؛ استعداداً للمشاركة في مسابقات الجري، منهياً ثلاث دورات يومياً. ما المسافة التي يقطعها في دورة الجري الواحدة؟ وما المسافة التي يقطعها يومياً؟

جمع العبارات الجذرية وطرحها: يجب أن تكون العبارات الجذرية عند جمعها أو طرحها متشابهة مثلها مثل وحيدات الحد.

العبارات الجذرية

$$\sqrt{5}(2 + 4) = \sqrt{5}2 + \sqrt{5}4$$

$$\sqrt{5}6 =$$

$$\sqrt{3}(2 - 9) = \sqrt{3}2 - \sqrt{3}9$$

$$\sqrt{3}7 =$$

وحيدات الحد

$$4(2 + 4) = 4 \times 2 + 4 \times 4$$

$$46 =$$

$$9(2 - 9) = 9 \times 2 - 9 \times 9$$

$$97 =$$

لاحظ أن ما تحت الجذر لا يتغير عند جمع العبارات الجذرية أو طرحها، ويحدث الشيء نفسه عند جمع وحيدات الحد، إذ تبقى المتغيرات كما هي.

جمع عبارات ماتحت جذورها متشابهة وطرحها

مثال ١

بسّط كل عبارة فيما يأتي:

$$(أ) \sqrt{2}6 - \sqrt{2}7 + \sqrt{2}5$$

$$(ب) \sqrt{11}6 - \sqrt{7}4 + \sqrt{11}5 + \sqrt{7}10$$

تحقق من فهمك

$$(أ) \sqrt{11}9 - \sqrt{11}2 + \sqrt{11}6$$

$$(أ) \sqrt{2}4 + \sqrt{2}5 - \sqrt{2}3$$

$$(أ) \sqrt{7}3 + \sqrt{3}6 - \sqrt{7}3 + \sqrt{3}4$$

$$(ج) \sqrt{3}11 - \sqrt{5}6 + \sqrt{5}14 - \sqrt{3}15$$

بعض العبارات الجذرية لا يكون لها ما تحت الجذر نفسه، وعند تبسيطها قد يكون لها ما تحت الجذر نفسه فيمكنك جمعها أو طرحها.

مثال ٢

جمع عبارات ما تحت جذورها غير متشابه وطرحها

بسّط: $\sqrt{18} + 2\sqrt{32} + \sqrt{72}$.

إرشادات للدراسة

بسّط:

يجب تبسيط كل حد جذري أولاً، ثم إجراء العمليات الحسابية المطلوبة.

تحقق من فهمك

$$\begin{aligned} \text{(أ)} \quad & \sqrt{24} + \sqrt{54} - \sqrt{4} \\ \text{(ب)} \quad & \sqrt{48} - \sqrt{12} - \sqrt{4} \\ \text{(ج)} \quad & \sqrt{240} - \sqrt{20} + \sqrt{40} \end{aligned}$$

ضرب العبارات الجذرية: يشبه ضرب العبارات الجذرية ضرب وحدات الحد.

$$\begin{aligned} \text{وحدات الحد} \quad & (2\sqrt{3})(3\sqrt{2}) = 2 \times 3 \times \sqrt{3} \times \sqrt{2} = 6\sqrt{6} \\ \text{العبارات الجذرية} \quad & (2\sqrt{3})(3\sqrt{2}) = (2 \times 3)(\sqrt{3} \times \sqrt{2}) = 6\sqrt{6} \end{aligned}$$

كما يمكنك أيضًا تطبيق خاصية التوزيع على العبارات الجذرية.

مثال ٣

ضرب العبارات الجذرية

بسّط كل عبارة فيما يأتي:

$$\text{(أ)} \quad \sqrt{6} \times \sqrt{24}$$

$$\text{(ب)} \quad (3\sqrt{5} + 5\sqrt{2})\sqrt{3}$$

تنبيه

ضرب العبارات الجذرية
الخطأ الشائع عند ضرب العبارات الجذرية هو جمع ما تحت جذورها لا ضربه؛ لذا تحقق من ضرب ما تحت الجذور.

تحقق من فهمك

$$\begin{aligned} \text{(أ)} \quad & \sqrt{15} \times \sqrt{9} \\ \text{(ب)} \quad & \sqrt{37} \times \sqrt{2} \\ \text{(ج)} \quad & (3\sqrt{6} + 3\sqrt{4})\sqrt{3} \\ \text{(د)} \quad & (3\sqrt{5} - 2\sqrt{3})\sqrt{5} \end{aligned}$$



ويمكنك أيضًا ضرب عبارات جذرية يضم كل منها أكثر من حد واحد. وهو ما يشبه ضرب عبارتين جبريتين ثنائيتين الحد.

مثال ٤ من واقع الحياة ضرب عبارات جذرية



هندسة: أوجد مساحة المستطيل المجاور بأبسط صورة.

$$\sqrt{3}\sqrt{4} + \sqrt{5}\sqrt{7}$$

$$\sqrt{3}\sqrt{2} - \sqrt{2}\sqrt{5}$$

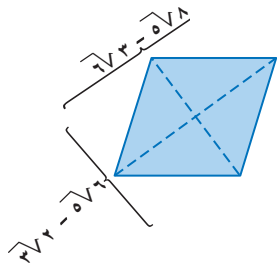
قراءة الرياضيات

طريقة التوزيع بالترتيب:

اضرب ثنائيي حد عن طريق إيجاد مجموع حاصل ضرب الحدين الأولين والحدين في الطرفين والحدين الأوسطين والحدين الأخيرين.

تحقق من فهمك

(٤) **هندسة:** يمكن إيجاد مساحة معين باستعمال المعادلة $\frac{1}{2} \times ١ \times ٢$ ، حيث ق١، ق٢ طولاً قطريي المعين. ما مساحة المعين في الشكل المجاور؟



ملخص المفهوم

العمليات على العبارات الجذرية

العملية	الرموز	مثال
الجمع، $b \leq ٠$	$\sqrt{a} + \sqrt{b} = \sqrt{a+b}$ (أ + ج) ما تحت الجذرين متشابه	$\sqrt{3}(٦ + ٤) = \sqrt{3}٦ + \sqrt{3}٤$ $\sqrt{3}١٠ =$
الطرح، $b \leq ٠$	$\sqrt{a} - \sqrt{b} = \sqrt{a-b}$ (أ - ج) ما تحت الجذرين متشابه	$\sqrt{5}(٨ - ١٢) = \sqrt{5}٨ - \sqrt{5}١٢$ $\sqrt{5}٤ =$
الضرب، $b \leq ٠, ج \leq ٠$	$(\sqrt{a})(\sqrt{b}) = \sqrt{a \times b}$ (أ د ج) ليس من الضروري تشابه ما تحت الجذرين.	$(\sqrt{٧} \times \sqrt{٢})(٥ \times ٣) = (\sqrt{٧}٥) \sqrt{٢}٣$ $\sqrt{١٤}١٥ =$

تأكد

بسط كل عبارة فيما يأتي:

الأمثلة ٣-١

$$\sqrt{٢٠}٢ + \sqrt{٥}٤$$

$$\sqrt{٧}٦ - \sqrt{٧}٢$$

$$\sqrt{٥}٦ + \sqrt{٥}٣$$

$$\sqrt{١٢}٦ - \sqrt{٣}٢ + \sqrt{٧}٢$$

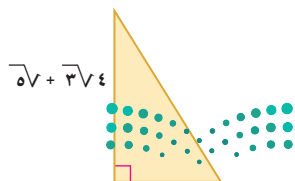
$$\sqrt{١٨}٦ + \sqrt{١٢}٦ + \sqrt{٨}٢$$

$$\sqrt{٣}٦ - \sqrt{١٢}٦$$

$$(\sqrt{٢}٤ + \sqrt{٢}) \sqrt{٥}٩$$

$$(\sqrt{٢}٣ + \sqrt{٧}) \sqrt{٣}٨$$

$$(\sqrt{٦}٤) \sqrt{٢}٩$$



(١٠) **هندسة:** يمكن إيجاد مساحة المثلث م باستعمال المعادلة: $\frac{1}{2} \times ق \times ع$ ، حيث (ق) طول القاعدة، (ع) ارتفاع المثلث. احسب مساحة المثلث في الشكل المجاور.

مثال ٤

تدرب وحل المسائل

الأمثلة ٣-١

بسّط كل عبارة فيما يأتي:

$$(١٢) \quad 32\sqrt{3} - 50\sqrt{3}$$

$$(١١) \quad 6\sqrt{9} + 6\sqrt{2}$$

$$(١٤) \quad (5\sqrt{3} + 5\sqrt{7})\sqrt{7}$$

$$(١٣) \quad 3\sqrt{5} + 2\sqrt{3} + 2\sqrt{2} - 3\sqrt{7}$$

$$(١٦) \quad (3\sqrt{6} - 10\sqrt{6})3\sqrt{5}$$

$$(١٥) \quad (2\sqrt{3} + 10\sqrt{2})6\sqrt{7}$$

$$(١٨) \quad (5 - 10\sqrt{2})(5\sqrt{3} + 2\sqrt{5})$$

$$(١٧) \quad (12\sqrt{7} + 15\sqrt{6})(2\sqrt{7} - 3\sqrt{6})$$

مثال ٤ (١٩) هندسة: أوجد محيط ومساحة مستطيل عرضه $5\sqrt{2} - 7\sqrt{2}$ وطوله $5\sqrt{3} + 7\sqrt{3}$.

بسّط كل عبارة فيما يأتي:

$$(٢٢) \quad 8\sqrt{7} - 2\sqrt{2} + \frac{1}{4}\sqrt{2}$$

$$(٢١) \quad 6\sqrt{7} + \frac{2}{3}\sqrt{7}$$

$$(٢٠) \quad 5\sqrt{7} - \frac{1}{5}\sqrt{7}$$

$$(٢٥) \quad 2(3\sqrt{7} + 2\sqrt{6})$$

$$(٢٤) \quad 2(5\sqrt{7} - 3)$$

$$(٢٣) \quad \frac{1}{5}\sqrt{10} - 20\sqrt{3} + \frac{5}{4}\sqrt{8}$$

(٢٦) لعبة الأفعوانية: تعبر المعادلة $\sqrt{64 - 2} = \sqrt{62}$ عن سرعة الانطلاق (ع) بالقدم/ثانية في أدنى نقطة لها عند هبوطها من ارتفاع عمودي (ل) بالأقدام وبسرعة (ع).

(أ) كم تكون سرعة الأفعوانية عند قمة ارتفاعها ٢٢٥ قدماً كي تصل سرعتها إلى ١٢٠ قدماً/ثانية في أدنى نقطة لها؟

(ب) فسّر لماذا لا تكافئ المعادلة $\sqrt{64 - 2} = \sqrt{62}$ المعادلة المعطاة؟



الربط مع الحياة

لعبة الأفعوانية نموذج مصغر لسكة حديدية ملتوية ترتفع عن الأرض، وتعد من الألعاب الشهيرة والرئيسية في مدن الألعاب الكبيرة، ويقبل عليها الكثيرون وخصوصاً الشباب للتسلية والترفيه، ولما يميزها من المتعة والإثارة.

(٢٧) استثمار: استثمر عامر مبلغ ٢٢٥٠٠ ريال في التجارة، فأصبح المبلغ ٢٧٠٠٠ ريال بعد سنتين.

يمكنك استعمال المعادلة $\sqrt{1 - \frac{24}{ع}} = 1$ لإيجاد معدل الربح السنوي (ر)، حيث تمثل (ع) المبلغ

الأصلي، و (٢٤) المبلغ بعد سنتين. أوجد معدل الربح السنوي للمبلغ الذي استثمره عامر؟

(٢٨) كهرباء: تستعمل المعادلة $\frac{\sqrt{P}}{\sqrt{R}} = \frac{\sqrt{P_{قد}}}{\sqrt{R_{قد}}}$ لحساب شدة التيار الكهربائي بالأمبير (ت)، حيث (قد) قدرة

الجهاز بالواط، (م) المقاومة بالأوم. ما شدة التيار الكهربائي في فرن الميكروويف إذا كانت قوة التيار

٨٥٠ واط، ومقاومته ٥ أوم؟ اكتب شدة التيار في أبسط صيغة جذرية، ثم قدر قيمته إلى أقرب جزء من

عشرة.

مسائل مهارات التفكير العليا

(٢٩) تحدّ: حدّد إذا كانت العبارة الآتية صحيحة أو غير صحيحة، وأعط مثلاً أو مثلاً مضاداً:



س + ص < $\sqrt{س^2 + ص^2}$ عندما س < ٠، ص < ٠

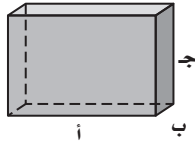
(٣٠) **تبرير:** بين أنه إذا كانت أ، ب، ج، د، أعداداً نسبية، فإن ناتج ضرب: $\sqrt{a} + \sqrt{b} - \sqrt{c} - \sqrt{d}$ لا يحوي جذوراً. فسر إجابتك.

(٣١) **مسألة مفتوحة:** اكتب معادلة جمع جذرين ما تحت كل منهما مختلف. وفسر كيف يمكنك جمع هذين الحدين.

(٣٢) **اكتب:** صف بالخطوات كيف تضرب عبارتين جذريتين يتكون كل منهما من حدين، واكتب مثلاً يوضح ذلك.

تدريب على اختبار

(٣٥) **هندسة:** أي عبارة مما يأتي تمثل مجموع أطوال الاثني عشر حرفاً للمشور الرباعي (متوازي المستطيلات) أذناه؟



(أ) $2(a + b + c)$ (ج) $4(a + b + c)$

(ب) $3(a + b + c)$ (د) $12(a + b + c)$

(٣٣) **إجابة قصيرة:** إذا كان عدد سكان مدينة ١٣٠٠٠٠ نسمة ويتزايدون بمقدار ٢٥٠٠ شخص في السنة، فإنه يمكن التعبير عن عدد سكانها بعد (س) سنة من ذلك بالمعادلة: $ع = ١٣٠٠٠٠ + ٢٥٠٠س$. بعد كم سنة يصبح عدد سكان المدينة ١٤٥٠٠٠؟

(٣٤) أي مما يأتي يكافئ العبارة: $٨(٣-ص) + ٥(٣-ص)$ ؟

(أ) $٣٩-ص$ (ج) $١٣(٣-ص)$

(ب) $٤٠(٣٠-ص)$ (د) $١٣(٦-٢ص)$

مراجعة تراكمية

بسّط كل عبارة فيما يأتي: (الدرس ٩-١)

(٣٨) $\sqrt{60}$

(٣٧) $\sqrt[3]{24}$

(٣٦) $\sqrt{18}$

(٤١) $\sqrt[5]{63 \times 3 \times 4 \times 5}$

(٤٠) $\sqrt[7]{١٦٩ \times ٤ \times ٧}$

(٣٩) $\sqrt[3]{٥٠ \times ٢}$

حلّ كل ثلاثية حدود فيما يأتي:

(٤٢) $٢س + ١٢ + ٢٧$ (٤٣) $٣٠ + ٢ص + ١٣ص$ (٤٤) $٧٢ + ٢ب - ١٧ب$

(٤٥) $٧س + ٢س - ٦س$ (٤٦) $٤٢ص - ٢ص - ٤٢ص$ (٤٧) $٧٢و - ٦و + ٢و$

استعد للدرس اللاحق

حلّ كل معادلة فيما يأتي مقرباً الجواب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر:

(٥٠) $٩,٦ = ٤ + م,٣$

(٤٩) $٨٤,١ = ٣٣,٧ - ك,٢$

(٤٨) $٠,٨ = ١,٢ - ج,٤$

(٥٣) $٦ + ٣,٦ = ٢,٦ + ٦$

(٥٢) $١٣ = \frac{٥-}{٧-} - ٤$

(٥١) $٦ = \frac{ن}{٥} - ١٠$



المعادلات الجذرية

لماذا؟



طول غاطس القارب الشراعي هو طول الخط الذي يصنعه مع حافة الماء عندما يكون حاملاً أقصى حمولته. ويمكن تقدير أقصى سرعة للقارب بالكيلومتر/ ساعة باستعمال المعادلة: $E = 0.4\sqrt{L}$ ، حيث L تمثل طول غاطس القارب بالأمتار.

فيما سبق

درست جمع عبارات جذرية وطرحها وضربها.

والآن

- أحل معادلات جذرية.
- أحل معادلات جذرية تتضمن حلولاً دخيلة.

المفردات

المعادلات الجذرية
الحلول الدخيلة

المعادلات الجذرية: المعادلات التي تحتوي متغيرات تحت الجذر، مثل $E = 0.4\sqrt{L}$ تُسمى **معادلات جذرية**. ولحل مثل هذه المعادلات اجعل المتغير الذي تريد إيجاد قيمته في طرف من المعادلة أولاً، ثم رُبّع طرفي المعادلة؛ للتخلص من الجذر.

أضف إلى

محتوياتك

خاصية تربيع طرفي المساواة

مفهوم أساسي

التعبير اللفظي: إذا رُبّع طرفي معادلة صحيحة، فإن المعادلة الناتجة تبقى صحيحة.

الرموز: إذا كانت $A = B$ ، فإن: $A^2 = B^2$.

مثال: إذا كانت $\sqrt{A} = \sqrt{B}$ ، فإن $(\sqrt{A})^2 = (\sqrt{B})^2$

متغير تحت الجذر

مثال ١ من واقع الحياة

إبحار: يبحر إدريس وموسى في قارب شراعي، سرعته ٦٥، ١٦ كلم/ ساعة. أوجد طول الغاطس إلى أقرب عُشر من المتر. بالرجوع إلى فقرة لماذا، حل السؤال التالي:

افهم:

خطط:

حل:

تحقق:



تحقق من فهمك

(١) **قيادة:** تمثل المعادلة $\sqrt{3x+21}$ نق السرعة القصوى بالكيلومتر/ ساعة التي يمكن أن تسير بها سيارة بأمان على طريق منحنٍ غير محدد الجانبين، حيث (نق) نصف قطر المنحنى بالأمتار. فإذا صُمم الطريق لسرعة قصوى مقدارها ١٠٥ كلم/ ساعة، فما طول نصف قطر المنحنى؟

لحل المعادلات الجذرية: اجعل الجذر في طرف من المعادلة أولاً، ثم ربّع طرفيها.

حل المعادلة الجذرية

مثال ٢

حل المعادلة: $\sqrt{x+5} + 7 = 12$.

تنبيه

تربيع الطرفين

تذكر أنه عند تربيع طرفي المعادلة، يجب تربيع كل طرف منها وإن كان يتكون من أكثر من حد واحد.

تحقق من فهمك

(٢) $\sqrt{x-1} + 4 = 14$

(١٢) $\sqrt{x-3-2} = 4$

حلول دخيلة: ينتج عن تربيع طرفي المعادلة أحياناً حل لا يحقق المعادلة الأصلية. وهذه الحلول تُسمى **حلولاً دخيلة**؛ لذا عليك التحقق من الحلول كلها في المعادلة الأصلية.

حل المعادلة التي تحتوي متغيراً في كلا طرفيها

مثال ٣

حل المعادلة: $\sqrt{x+1} = 1 - x$. وتحقق من صحة الحل.

تحقق من فهمك



(٣) $\sqrt{x-9} = 3 - x$

(١٣) $\sqrt{x+5} = 3 + x$

مثال ١ (١) **هندسة:** ما طول نصف قطر كرة سلة إذا كانت معادلة مساحة سطحها هي $x = 4$ ط نق ٢ ؟

المثالان ٢، ٣ **حل** كل معادلة فيما يأتي، وتحقق من صحة الحل:

$$\begin{aligned}
 (٤) \quad ٦ &= \sqrt{٣ - ج} + ٥ & (٣) \quad ٧ &= ٣ + \sqrt{٢ + ر} & (٢) \quad ٢١ &= ١ + \sqrt{١٠ - هـ} \\
 (٧) \quad ١ &= ٤ + \sqrt{٢ - أ} & (٦) \quad ٣ &= \sqrt{٣ + ن} & (٥) \quad ٥ - س &= \sqrt{٣ - س}
 \end{aligned}$$

تدرب وحل المسائل

مثال ١ (٨) **رياضة:** يمكن استعمال الدالة $ط = \sqrt{\frac{٩,٨}{٧}}$ ، لتقريب أقصى سرعة يمكن أن يركض بها شخص، حيث (ع) السرعة بالمتري/ ثانية، (ل) طول ساق الشخص بالأمتار.

- (أ) ما أقصى سرعة يركض بها شخص طول ساقه ٤,٠ متر إلى أقرب جزء من عشرة من المتر؟
 (ب) ما طول الساق لشخص سرعته القصوى ٧,٢ م/ث إلى أقرب جزء من عشرة من المتر؟
 (ج) هل تزيد السرعة القصوى أم تنقص بزيادة طول الساق؟

المثالان ٢، ٣ **حل** كل معادلة فيما يأتي، وتحقق من صحة الحل:

$$\begin{aligned}
 (١١) \quad ٣ &= \sqrt{٧ + ك} & (١٠) \quad ٢١ &= ١١ + \sqrt{أ} & (٩) \quad ٢١ &= ١١ + \sqrt{أ} \\
 (١٤) \quad ١٤ &= ٤ + \sqrt{٣ - أ} & (١٣) \quad ٣ - ر &= \sqrt{٣ + ر} & (١٢) \quad ١٢ - ص &= \sqrt{ص} \\
 (١٧) \quad ٢ &= ٩ - \sqrt{٥ - س} & (١٦) \quad ٥ &= ٣ - \sqrt{\frac{٥}{٤}} & (١٥) \quad ١٥ &= ٩ + \sqrt{١٥ + س}
 \end{aligned}$$

(١٨) **بندول:** يُطلق على الزمن (ن) بالثواني الذي يستغرقه بندول ساعة لعمل دورة كاملة الزمن الدوري. ويُعبّر عنه بالمعادلة: $٢ = ط \sqrt{\frac{ل}{٣٣}}$ ، حيث (ل) طول البندول بالأقدام.
 (أ) ما طول بندول ساعة زمنه الدوري ٨ ثواني؟ قرب إلى أقرب قدم.
 (ب) هل زيادة طول البندول تزيد السرعة أم تنقصها؟ فسّر إجابتك.

(١٩) **تمثيلات متعددة:** سوف تكتشف في حل المعادلة $٧ - س = \sqrt{٢ - س}$ طرائق متنوعة للحل.

(أ) **بيانيًا:** افتح شاشة جديدة، ثم أدخل الطرف الأيمن من المعادلة على صورة $٧ - س = \sqrt{٢ - س}$ ، وأدخل الطرف الأيسر على صورة $٧ - س = \sqrt{٢ - س}$ ، ثم اضغط مفتاح **2: Add Graphs** .

(ب) **بيانيًا:** مثل ما يظهر على الشاشة.

(ج) **تحليليًا:** استعمل مفتاح المقطع من قائمة **3: Intersection Point(s)** ، لإيجاد نقطة التقاطع.

(د) **تحليليًا:** حل المعادلة الجذرية جبريًا، وكيف يمكن مقارنة حلك بالحل البياني؟

- (٢٠) **تغليظ:** حجم علبة شوكولاتة أسطوانية ١٦٢ سنتيمترًا مكعبًا. تستعمل المعادلة $\sqrt{\frac{c}{p}}$ لإيجاد نصف قطر العلبة، حيث (ح) حجم العلبة، و (ع) ارتفاعها.
(أ) إذا كان نصف قطر العلبة ٥ سم، فأوجد ارتفاعها إلى أقرب جزء من مئة.
(ب) إذا كان ارتفاع العلبة ١٠ سم، فأوجد نصف قطرها إلى أقرب جزء من مئة.

مسائل مهارات التفكير العليا

- (٢١) **تبرير:** بين الاختلاف في حل المعادلتين الآتيتين: $\sqrt{s+1} = 5$ ، $\sqrt{s+1} = 5$.
(٢٢) **مسألة مفتوحة:** اكتب معادلة جذرية تحتوي متغيرًا في كلا طرفيها، ثم حل المعادلة.
(٢٣) **تبرير:** هل المعادلة الآتية صحيحة أحيانًا، أم صحيحة دائمًا أم غير صحيحة أبدًا؟ فسر إجابتك.
$$\sqrt{(s-2)^2} = s-2$$

(٢٤) **تحذ:** حل المعادلة: $\sqrt{s+9} + \sqrt{s+3} = 5$
(٢٥) **اكتب:** بعض القواعد العامة المتعلقة بحل المعادلات الجذرية، موضِّحًا هذه القواعد من خلال حل معادلات جذرية.

تدريب على اختبار

- (٢٦) ما حل المعادلة:
 $\sqrt{s+3} - 1 = s - 4$ ؟
(أ) ١، ٦ (ب) ١
(ج) -١، -٦ (د) ٦
- (٢٧) أي العبارات الآتية تكافئ $\sqrt{\frac{36}{27}}$ ؟
(أ) $\sqrt{\frac{3}{3}}$ (ب) $\frac{3\sqrt{2}}{3}$
(ج) $\frac{6\sqrt{3}}{3}$ (د) $\frac{2\sqrt{3}}{2}$

مراجعة تراكمية

- بسّط كل عبارة فيما يأتي: (الدرس ٩-١)
(٢٨) $6\sqrt{2} \times 3\sqrt{7}$ (٢٩) $\sqrt{\frac{27}{21}}$ (٣٠) $\sqrt{\frac{50}{24}}$
(٣١) **فيزياء:** قُذِفَ جسم إلى الأعلى من مستوى الأرض حسب المعادلة $h = -16t^2 + 64t$ ، حيث (ع) تمثل ارتفاعه بالأقدام، بعد (ن) من الثواني. أوجد قيم ن عندما يكون ارتفاع الجسم ٩٦ قدمًا. (الدرس ٨-٤)
حلّل كل ثلاثية حدود فيما يأتي إن أمكن ذلك، وإلا فاكتب «أولية». (مهارة سابقة)
(٣٢) $5s^2 + 7s + 5$ (٣٣) $6b^2 + 5b - 6$ (٣٤) $8k^2 - 19k + 9$
حدّد العبارات الوحيدة الحد فيما يأتي، واكتب "نعم" أو "لا"، وفسر إجابتك: (مهارة سابقة)
(٣٥) 12 (٣٦) $4s^3$ (٣٧) $2 - a$

استعد للدرس اللاحق

مهارة سابقة: أوجد ناتج كل ممّا يأتي:

- (٣٨) 29 (٣٩) $10\sqrt{6}$ (٤٠) 4
(٤١) $(8f)^2$ (٤٢) $(\frac{3}{9})^2$ (٤٣) $(10\sqrt{2})^3$





نظرية فيثاغورس

لماذا؟

تُقاس أجهزة التلفاز بطول قطر شاشاتها، حيث يمكن استعمال نظرية فيثاغورس لإيجاد قياس القطر إذا كان ارتفاع الشاشة وعرضها معلومين.

نظرية فيثاغورس: يُسمّى الضلع المقابل للزاوية القائمة في المثلث القائم **وترًا**، وهو أطول الأضلاع في المثلث ويسمّى كلٌّ من الضلعين الآخرين **ساقًا**.

٩ - ٤

فيما سبق

درست حل معادلات تربيعية باستعمال خاصية الجذر التربيعي.

والآن

- أحل مسائل باستعمال نظرية فيثاغورس.
- أحدّد إذا كان المثلث المعطى قائم الزاوية أم لا.

المفردات

الوتر

الساق

المعكوس

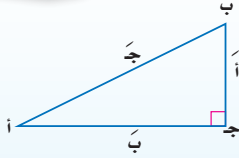
ثلاثية فيثاغورس

أضف إلى

مطويتك

نظرية فيثاغورس

مفهوم أساسي



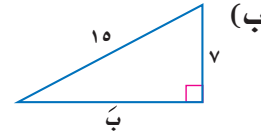
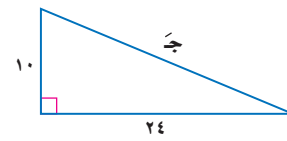
التعبير اللفظي: إذا كان المثلث قائم الزاوية فإن مربع الوتر يساوي مجموع مربعي ضلعيه (ساقيه).

$$c^2 = a^2 + b^2$$

الرموز:

مثال ١ إيجاد طول ضلع في مثلث قائم

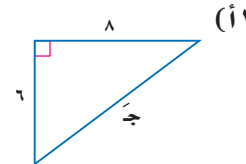
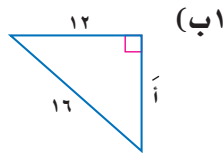
أوجد طول الضلع المجهول في كل مما يأتي، وقرب الحل إلى أقرب جزء من مئة إذا لزم الأمر:



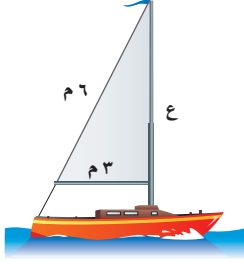
إرشادات للدراسة

في المثلث أ ب ج يُرمز للضلع المقابل للزاوية أ بالرمز أ، والمقابل للزاوية ب بالرمز ب، والمقابل للزاوية ج بالرمز ج.

تحقق من فهمك



مثال ٢ من واقع الحياة إيجاد طول ضلع في مثلث قائم



إبحار: يكون شراع الزورق النهري على صورة مثلث قائم الزاوية كما في الشكل المجاور، أوجد ارتفاع هذا الشراع.



الربط مع الحياة

تحقق من فهمك

(٢) لنفرض أن طول أطول ضلع في الشراع ٩ م، وطول أقصر ضلع فيه ٤ م. فأوجد ارتفاع الشراع.

المثلث القائم الزاوية: إذا استُبدل الفرض والنتيجة أحدهما مكان الآخر في العبارة الشرطية (إذا كان فإن)، فإن نتيجة ذلك سيكون **معكوس** العبارة الأصلية. ويمكن استعمال معكوس نظرية فيثاغورس لتحديد إذا كان المثلث قائم الزاوية أم لا.

الزورق النهري زورق شراعي يتوسطه صار عمودي على سطحه يثبت تقريباً في الثلث الأول من مقدمته. ويتصل بهذا الصاري أفقياً عمود آخر يسمى البومة يكون قاعدة للشراع المثلث على الصاري. وللقارب شرعان: أمامي؛ وهو الصغير، وخلفي وهو الشراع الرئيسي.

أضف إلى

مطوياتك

معكوس نظرية فيثاغورس

مفهوم أساسي

إذا كانت الأطوال أ، ب، جـ لأضلاع مثلث تحقق المعادلة $جـ^2 = أ^2 + ب^2$ ، فإن المثلث قائم الزاوية. وإذا كانت $جـ^2 \neq أ^2 + ب^2$ ، لا يكون المثلث قائم الزاوية.

ثلاثية فيثاغورس: مجموعة من ثلاثة أعداد صحيحة موجبة تحقق المعادلة $جـ^2 = أ^2 + ب^2$ ، حيث جـ أكبر هذه الأعداد. ومن الأمثلة على ذلك "٣، ٤، ٥"، "٥، ١٢، ١٣". وتحقق مضاعفات ثلاثيات فيثاغورس أيضاً معكوس نظرية فيثاغورس؛ لذا فإن "٦، ٨، ١٠" أيضاً من ثلاثيات فيثاغورس.

مثال ٣ التحقق من أن المثلث قائم الزاوية

حدّد إذا كانت الأطوال "٩، ١٢، ١٦" يمكن أن تشكّل أضلاع مثلث قائم الزاوية أم لا.

تحقق من فهمك

حدّد إذا كانت مجموعة الأطوال الآتية تشكّل أضلاع مثلث قائم الزاوية أم لا:

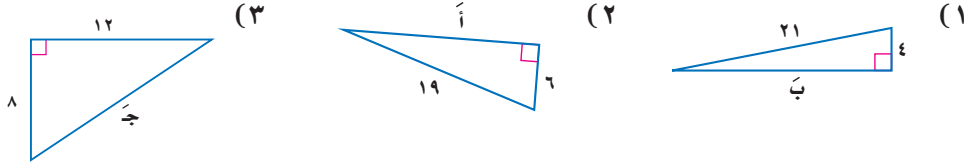


(ب) ٦، ١٢، ١٨

(أ) ٣٠، ٤٠، ٥٠

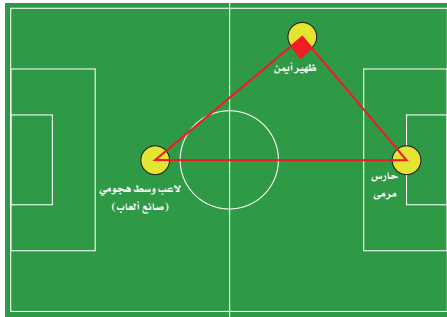
مثال ١

أوجد طول الضلع المجهول في كل مثلث مما يأتي، وقرب الحل إلى أقرب جزء من مئة، إذا لزم الأمر.



مثال ٢

(٤) كرة قدم: يوضح الشكل المجاور ملعب كرة قدم مستطيل الشكل.



(أ) إذا كان طول قطر الملعب ١٢٥ م، وعرضه ٧٥ م، فكم طوله؟

(ب) في لحظة معينة، كما في الشكل، مرّر حارس المرمى الكرة إلى الظهير الأيمن الذي يبعد عنه مسافة ٣٠ م، فركلها مباشرة إلى لاعب الوسط الهجومي الذي

يقف على مسافة ٧٢ م منه. فكم يبعد لاعب الوسط الهجومي عن حارس مرماه؟

مثال ٣

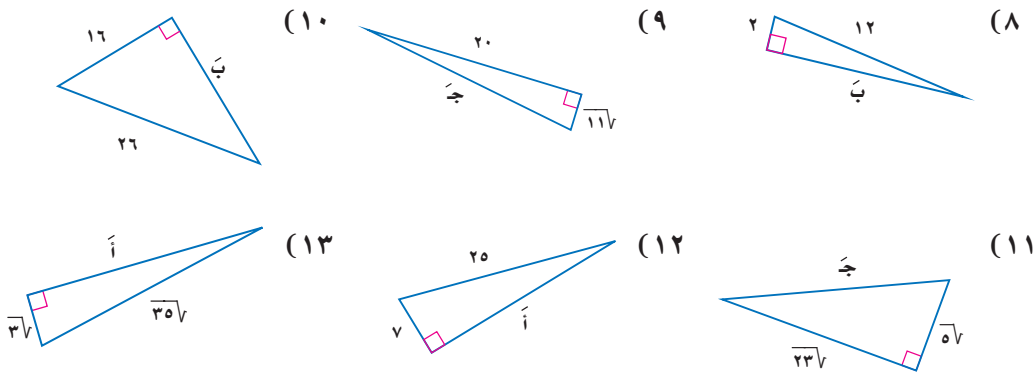
حدّد إذا كانت كل مجموعة من الأطوال الآتية تشكّل أضلاع مثلث قائم الزاوية أم لا:

- (٥) ١٦، ١٢، ٨ (٦) ٢٥، ٢٤، ٧ (٧) ٤٥، ٢٥، ١٥

تدرب وحل المسائل

مثال ١

أوجد طول الضلع المجهول في كل مثلث مما يأتي، وقرب الحل إلى أقرب جزء من مئة، إذا لزم الأمر:



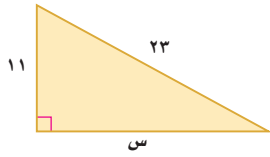
مثال ٢

(١٤) تلفاز: أراد مهندس شراء طاولة مستطيلة يضع عليها تلفازاً، قطر قاعدته ٢٧ بوصة، فإذا كان بعدا الطاولة ٢٠ بوصة و٢٦ بوصة. فهل تناسب الطاولة التلفاز؟ فسر إجابتك.

مثال ٣

حدّد إذا كانت كل مجموعة من الأطوال الآتية تشكّل أضلاع مثلث قائم الزاوية أم لا، ثم حدّد إذا كانت تشكّل ثلاثية فيثاغورس:

- (١٥) ٤١، ٤٠، ٩ (١٦) ٤١٦، ١٠٦، ٢، ٣ (١٧) ١٤، ٧، ٥، ٦ (١٨) ٣٢، ٥، ٣١، ٥، ٨ (١٩) ٩٧، ٢٦، ٦٥، ٦ (٢٠) ٩٨، ٣٣، ١٧

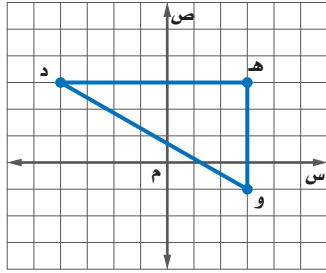


(٢١) **هندسة:** أجب عن الأسئلة الآتية اعتماداً على المثلث المجاور:

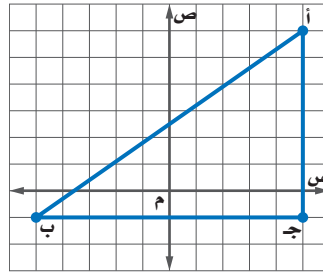
(أ) ما قيمة $\sin$ ؟

(ب) ما مساحة المثلث؟

أوجد طول الوتر في المثلثين الآتيين وقرب الحل إلى أقرب جزء من مئة:

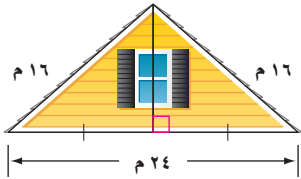


(٢٣)

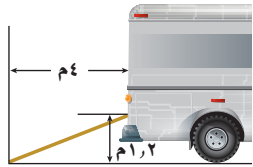


(٢٢)

(٢٤) **هندسة:** أوجد طول قطر مكعب طول ضلعه ٥ سم.



(٢٥) **منزل:** يمثل الشكل المجاور الواجهة العلوية لمنزل عرضها ٢٤ متراً، وطول الضلعين المائلين لها ١٦ متراً. أوجد ارتفاع الواجهة مقرباً إلى أقرب جزء من عشرة من المتر.



(٢٦) **شاحنات:** صنع أحمد منحدرًا خشبيًا لسحب مجموعة صناديق على عربة ذات عجلات من مخزنه إلى الشاحنة كما في الشكل. فما طول المنحدر؟

(٢٧) **هندسة:** أوجد طول قطر مربع مساحته ٢٤٢ سم^٢.

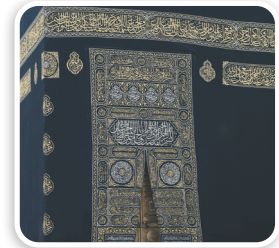
إذا كان جـ يمثل طول الوتر في المثلث القائم الزاوية، فأوجد الطول المجهول في كل مثلث مما يأتي، وقرب الحل إلى أقرب جزء من مئة إن كان ذلك ضرورياً:

(٢٩) $\sin = 12$, $\cos = 2$, جـ = $\sin$

(٢٨) $\sin = 41$, جـ = ٨٥, $\cos = \sin + 41$

(٣١) $\sin = 32$, $\cos = 1$, جـ = $\sin$

(٣٠) $\sin = 47$, $\cos = 4$, جـ = $\sin + 4$



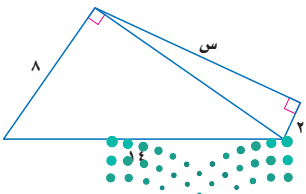
الربط مع الحياة

يقع باب الكعبة المشرفة في الجهة الشرقية منها، والباب الحالي هدية من الملك خالد بن عبدالعزيز، وصنع من ٣٠٠ كيلوجراماً من الذهب النقي عيار ٩٩, ٩٩

(٣٢) **هندسة:** طول أحد ضلعي مثلث قائم الزاوية أقل بمقدار ٨ سم عن طول الضلع الآخر، وطول وتره ٣٠ سم. أوجد طول كل من ضلعيه.

(٣٣) **الكعبة المشرفة:** باب الكعبة المشرفة مصنوع من الذهب الخالص على هيئة مستطيل أبعاده التقريبية ٢, ٣, ٧, ١ م. فكم طول قطره؟

مسائل مهارات التفكير العليا



(٣٤) **تحذ:** أوجد قيمة $\sin$ في الشكل المجاور؟

(٣٥) **تبرير:** أعط مثلاً مضاداً للعبارة الآتية:

"تساوي مساحتاً مثلثين قائمي الزاوية إذا تساوى طولاً وتريهما".

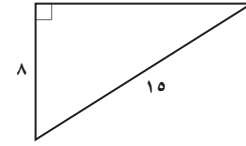
(٣٦) **اكتشف الخطأ:** يحاول حسام وحازم تحديد إن كانت الأعداد "٣٦، ٧٧، ٨٥" تشكل ثلاثية فيثاغورس. فأيهما إجابته صحيحة؟ فسّر إجابتك.

حازم	حسام
$٣٦^2 + ٧٧^2 \stackrel{?}{=} ٨٥^2$	$٣٦^2 + ٧٧^2 \stackrel{?}{=} ٨٥^2$
$١٣٣٢ + ٥٩٢٩ \stackrel{?}{=} ٧٢٢٥$	$١٣٣٢ + ٥٩٢٩ \stackrel{?}{=} ٧٢٢٥$
$٧٢٦١ \neq ٧٢٢٥$	$٧٢٢٥ = ٧٢٢٥$
لا	نعم

(٣٧) **اكتب:** وضح كيف تحدد إن كانت أطوال ثلاث قطع مستقيمة تشكل مثلثاً قائم الزاوية.

تدريب على اختبار

(٣٨) **هندسة:** أوجد الطول المجهول في الشكل أدناه.



(ج) $\sqrt{161}$

(أ) ١٧ -

(د) ١٧

(ب) $\sqrt{161}$ -

(٣٩) ما حل المعادلة: $\sqrt{s+1} = 1 + s$ ؟

(أ) ٣، ٠

(ج) ٣

(ب) صفر

(د) ليس لها حل

(٤٠) **إجابة قصيرة:** يتقاضى سبّاك ٤٠ ريالاً عن الساعة

الأولى إذا عمل خارج محله، بالإضافة إلى مبلغ

٨ ريالات عن كل $\frac{1}{4}$ ساعة إضافية. فإذا عمل السبّاك

٤ ساعات، فكم ريالاً يتقاضى؟

مراجعة تراكمية

حلّ كل معادلة فيما يأتي، وتحقق من صحة الحل: (الدرس ٩-٣)

$$(٤٣) \sqrt{s-15} = 3 - \sqrt{s}$$

$$(٤٢) \sqrt{s+1} = 2 + s$$

$$(٤١) 10 = \sqrt{s+10}$$

بسّط كل عبارة فيما يأتي: (الدرس ٩-٢)

$$(٤٦) \sqrt{12} + \sqrt{3} + \sqrt{4}$$

$$(٤٥) \sqrt{9} + \sqrt{3} - \sqrt{5}$$

$$(٤٤) \sqrt{18} - \sqrt{4} + \sqrt{2}$$

أوجد ناتج الضرب في كل ممّا يأتي: (مهارة سابقة)

$$(٤٩) (8 - v)(v + 4)$$

$$(٤٨) (9 - s)(s - 4)$$

$$(٤٧) (8 + b)(2 + b)$$

استعد للدرس اللاحق

مهارة سابقة: حلّ كلّاً من التناسبات الآتية:

$$(٥١) \frac{3}{4} = \frac{12}{s}$$

$$(٥٠) \frac{12}{3} = \frac{s}{5}$$

$$(٥٣) \frac{12}{8+s} = \frac{3}{5}$$

$$(٥٢) \frac{10}{s} = \frac{5}{4}$$



حل كل معادلة فيما يأتي، وتحقق من صحة الحل: (الدروس ٩-٣)

$$(١٥) \sqrt{5s-1} = 4$$

$$(١٦) \sqrt{b-2} = 6$$

$$(١٧) \sqrt{15s-4} = 4$$

$$(١٨) \sqrt{3s^2-32} = s$$

$$(١٩) \sqrt{2s-1} = 7$$

$$(٢٠) \sqrt{s+1} + 2 = 4$$

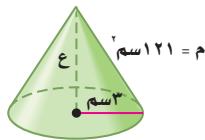
(٢١) **هندسة:** قانون المساحة الجانبية لمخروط، يعطى بالصيغة

$$M = \pi r \sqrt{r^2 + h^2}$$

حيث r نصف قطر القاعدة،

ع ارتفاع المخروط، استخدم هذه الصيغة لحساب ارتفاع

المخروط أدناه. (الدروس ٩-٣)



(٢٢) **اختيار من متعدد:** أي الأطوال التالية تشكّل أطوال أضلاع

مثلث قائم الزاوية؟ (الدروس ٩-٤)

(أ) ٩، ١٢، ١٥

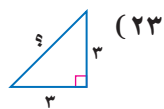
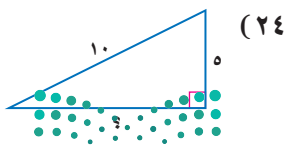
(ب) ٦، ٦، ١٢

(ج) ٣، ٤، ٨

(د) ٣، ٥، ٣

أوجد طول الضلع المجهول في كل مثلث مما يأتي، وقرب الحل

إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر: (الدروس ٩-٤)



بسط كل عبارة فيما يأتي: (الدروس ٩-١)

$$(١) \sqrt{25} \cdot 2$$

$$(٢) \sqrt{18} \cdot \sqrt{12}$$

$$(٣) \sqrt{72s^5}$$

$$(٤) \frac{3}{\sqrt{5}+1}$$

$$(٥) \frac{1}{\sqrt{7}-5}$$

(٦) **اختيار من متعدد:** أي القيم التالية تساوي $\sqrt{\frac{16}{33}}$ ؟

(الدروس ٩-١)

(ج) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

(د) ٤

(أ) $\frac{1}{2}$

(ب) ٢

بسط كل عبارة فيما يأتي: (الدروس ٩-٢)

$$(٧) \sqrt{25} + \sqrt{3}$$

$$(٨) \sqrt{18} - \sqrt{12}$$

$$(٩) \sqrt{50} + \sqrt{6}$$

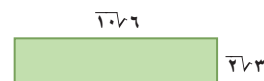
$$(١٠) \sqrt{18} - \sqrt{27}$$

$$(١١) \sqrt{6} \cdot \sqrt{2}$$

$$(١٢) \sqrt{20} \cdot \sqrt{3}$$

$$(١٣) (\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{7} + \sqrt{5})$$

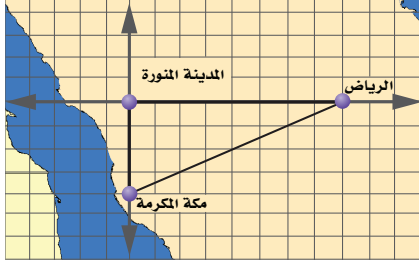
(١٤) **هندسة:** أوجد مساحة المستطيل أدناه. (الدروس ٩-٢)





المسافة بين نقطتين

لماذا؟



تستعمل طائرة الإنقاذ المروحية نظام تحديد المواقع العالمي (GPS) لحساب المسافة المباشرة بين موقعين. وتستطيع التحليق لمسافة ٩٠٠ كيلومتر قبل إعادة تزويدها بالوقود. إذا كانت مهمة الطائرة نقل شخص من مكة المكرمة إلى الرياض، وإذا افترضت أن المدينة المنورة هي نقطة الأصل، ومكة المكرمة عند النقطة $(٠, ٤٠٠)$ ، والرياض عند النقطة $(٨٠٠, ٠)$. فهل يمكن للطائرة إكمال المهمة دون التزود بالوقود في أثناء الطريق؟

قانون المسافة بين نقطتين: يستعمل نظام تحديد المواقع العالمي (GPS) قانون المسافة بين نقطتين الذي يعتمد على نظرية فيثاغورس.

فيما سبق

درست استعمال نظرية فيثاغورس.

والآن

أجد المسافة بين نقطتين في المستوى الإحداثي.

المفردات

قانون المسافة بين نقطتين

مفهوم أساسي

المسافة بين نقطتين

النموذج:

التعبير اللفظي: المسافة بين نقطتين إحداثياتها $(س_١, ص_١)$ ، $(س_٢, ص_٢)$ يُعبر عنها بالقانون:

$$ف = \sqrt{(س_١ - س_٢)^2 + (ص_١ - ص_٢)^2}$$

يمكنك استعمال هذا القانون لإيجاد المسافة بين أي نقطتين على المستوى الإحداثي.

مثال ١

المسافة بين نقطتين

أوجد المسافة بين النقطتين $(٣, ٥)$ ، $(١, ٢)$.

تحقق من فهمك

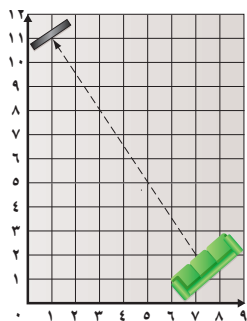
أ) $(٤, ٢)$ ، $(٣, ١)$.

ب) $(٧, ٢)$ ، $(٥, ٨)$.



استعمال قانون المسافة بين النقطتين

مثال ٢ من واقع الحياة



ترفيه: يمتلك صالِح مسرَّحاً منزلياً. ويوضع التلفاز والمقاعد عادة في ركنين متقابلين من الغرفة؛ حيث يوصي صانعو التلفاز المشاهدين بالجلوس بعيداً عنه مسافة لا تقل عن ١٣ قدماً من أجل السلامة. فإذا كان طول كل مربع في المستوى المجاور ١ قدم، فهل غرفة صالِح مناسبة لوضع التلفاز بداخلها؟



الربط مع الحياة

بدأ البث الرسمي لتلفزيون المملكة لأول مرة في التاسع من ربيع الأول ١٣٨٥ هـ (٧ يوليو ١٩٦٥ م) من مدينتي الرياض وجدة. ويبلغ عدد قنواته حالياً ٩ قنوات تغطي مجالات الثقافة المختلفة.

تحقق من فهمك

٢) يوصي صانعو مكبرات الصوت (الميكروفونات) بوضعها على مسافة لا تقل عن ٨ أقدام من مكان الجلوس. فإذا وضع ميكروفون في النقطة (٩، ٠)، فهل غرفة صالِح مناسبة لوضع الجهاز؟ فسّر ذلك.

يمكنك استعمال قانون المسافة بين نقطتين عند معرفة المسافة بينهما ومعرفة إحداثيات إحدهما لإيجاد الإحداثي المجهول للنقطة الأخرى.

إيجاد الإحداثي المجهول

مثال ٣

أوجد القيم الممكنة للمتغير (أ) إذا كانت المسافة بين النقطتين (٧، ٤)، (أ، ٣) تساوي ٥ وحدات.

إرشادات للدراسة

قيمتان ممكنتان

عند إيجاد الإحداثي المجهول، يكون أمامك خياران؛ لأن النقطة يمكن أن تكون لها البعد نفسه، ومن اتجاهين مختلفين.

تحقق من فهمك

٣) أوجد القيم الممكنة للمتغير (أ) إذا كانت المسافة بين النقطتين (٢، ٦)، (٢، أ) تساوي ١٠ وحدات.

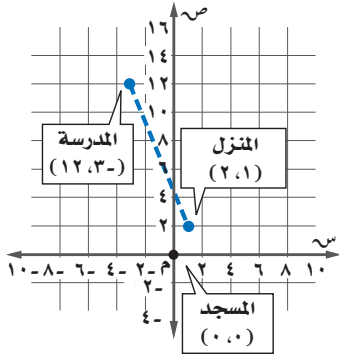
مثال ١

أوجد المسافة بين كل نقطتين فيما يأتي:

(٣) $(-٢, ٤), (-٥, ٣)$

(٢) $(٤, ٨), (-٣, ٦)$

(١) $(٦, ٢), (١٢, ٨)$



مثال ٢

(٤) **مسافات:** في المستوى الإحداثي المجاور، يقع منزل عمر عند

النقطة $(١, ٢)$ ، والمدرسة عند النقطة $(٣, ١٢)$. فإذا كان

المسجد يقع عند النقطة $(٠, ٠)$ ، وطول ضلع كل مربع في

المستوى الإحداثي كيلومتر واحد، فأوجد:

(أ) المسافة بين منزل عمر والمدرسة.

(ب) المسافة بين منزل عمر والمسجد.

مثال ٣

في الأسئلة ٥-٨ أوجد القيم الممكنة للمتغير (أ) مستعملًا إحداثيات كل نقطتين، والمسافة المعطاة بينهما.

(٦) $(٦, أ), (٥, ٠)$ ؛ ف $\sqrt{١٧}$

(٥) $(٥, أ), (٣, ١)$ ؛ ف $\sqrt{٨٩}$

(٨) $(٦, أ), (٢, ٦)$ ؛ ف $\sqrt{١٠}$

(٧) $(٥, ٨), (أ, ٢)$ ؛ ف $\sqrt{٥٣}$

تدرب وحل المسائل

مثال ١

أوجد المسافة بين كل نقطتين فيما يأتي:

(١١) $(٣, ٣), (٧, ٢)$

(١٠) $(٦, ٩), (٩, ٩)$

(٩) $(٥, ٨), (٥, ٧)$

(١٤) $(٥, ٣), (٥, ٥)$

(١٣) $(١١, ٩), (٣, ٤)$

(١٢) $(٧, ٨), (٣, ١٠)$

مثال ٢

(١٥) **تحديد مواقع:** أراد سعد وجمال أن يلتقيا في مطعم مشويات

كما في التمثيل المجاور فاستعمل سعد قاربه للوصول إلى

المطعم، في حين استعمل جمال سيارته، علمًا بأن طول ضلع

كل مربع من المستوى الإحداثي يمثل كيلومترًا واحدًا.

(أ) ما المسافة التي قطعها سعد؟

(ب) ما المسافة التي قطعها جمال؟

(ج) ما النسبة بين المسافة التي قطعها سعد إلى المسافة التي

قطعها جمال؟

في الأسئلة ٢٢-٢٥ أوجد القيم الممكنة للمتغير (أ)، مستعملًا إحداثيات كل نقطتين، والمسافة المعطاة بينهما:

(١٧) $(٦, أ), (٥, ٢)$ ؛ ف ١٠

(١٦) $(٩, ٢), (أ, ٥)$ ؛ ف ٧

(١٩) $(٤, أ), (٨, ٤)$ ؛ ف $\sqrt{٥٢}$

(١٨) $(٣, ١), (٠, ٣)$ ؛ ف $\sqrt{٢}$

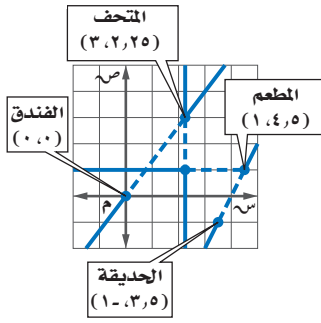
أوجد المسافة بين كل نقطتين فيما يأتي:

(٢٢) $(٤, \sqrt{٥٧}), (٦, \sqrt{١٠٥})$

(٢١) $(\frac{٤}{٥}, ١), (٢, -\frac{١}{٢})$

(٢٠) $(٤, ٢), (٦, -\frac{٢}{٣})$

(٢٣) **هندسة:** أوجد محيط الشكل الرباعي أ ب ج د الذي رؤوسه أ $(٣, -٤)$ ، ب $(١, -٤)$ ، ج $(٤, ٥)$ ، د $(٦, -٥)$ ، ثم قرب الناتج إلى أقرب جزء من عشرة.



(٢٤) **سياحة:** يستعمل أحمد نظام تحديد المواقع العالمي (GPS) كما في التمثيل المجاور للانتقال من الفندق إلى المتحف الوطني وإلى المطعم ثم إلى الحديقة العامة، ويمثل طول ضلع كل مربع من المستوى الإحداثي ٥٠٠ م. قَرِّب إجابتك إلى أقرب جزء من مئة.

(أ) ما المسافة التي يقطعها من الفندق إلى المتحف؟

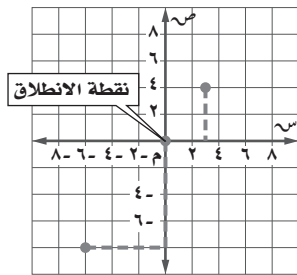
(ب) ما المسافة بين المتحف والمطعم؟

(ج) أوجد المسافة المباشرة من الحديقة العامة إلى الفندق.

مسائل مهارات التفكير العليا

(٢٥) **تحديد:** إذا كانت أ (٣، ٧-)، ب (٠، ٤)، جـ (٤، ٤-) إحداثيات رؤوس مثلث، فناقش طريقتين مختلفتين لتحديد ما إذا كان المثلث أ ب ج قائم الزاوية أم لا.

(٢٦) **تبرير:** فسّر لماذا تكون هناك قيمتان ممكنتان عند البحث عن الإحداثي المجهول لنقطة عند إعطاء إحداثيات نقطتين والمسافة بينهما.



(٢٧) **إجابة قصيرة:** انطلق قاريان من الموقع نفسه وفي الوقت نفسه كما في التمثيل أدناه، فاتجه أحدهما شرقاً ثم شمالاً. أما الآخر فاتجه جنوباً ثم غرباً. ما المسافة بينهما؟

تدريب على اختبار

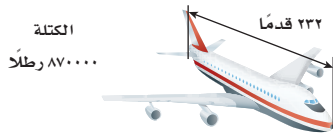
مراجعة تراكمية

إذا كان جـ يمثل طول الوتر في المثلث القائم الزاوية، فأوجد الطول المجهول في كل مثلث مما يأتي، وقَرِّب الحل إلى أقرب جزء من مئة: (الدرس ٩-٤)

(٣٠) جـ = ١٤، أ = ٩، ب = ؟

(٢٩) ب = ٣، أ = ١١٣، جـ = ؟

(٢٨) أ = ١٦، ب = ٦٣، جـ = ؟



(٣١) **طيران:** يمكن تمثيل العلاقة بين طول طائرة (ل) بالأقدام، والكتلة المناسبة لأجنحتها (ب) بالأرطال بالمعادلة $ل = \sqrt{\frac{ب}{١٠}}$ ، حيث (ك) ثابت التناسب، أوجد قيمة (ك) لهذه الطائرة إلى أقرب جزء من مئة. (الدرس ٩-٣)

استعد للدرس اللاحق

مهارة سابقة:

حُلْ كلاً من التناسبات الآتية، مقرباً الناتج إلى قرب جزء من مئة إذا لزم:

(٣٣) $\frac{٦}{١٥} = \frac{ب}{٥}$

(٣٢) $\frac{٢}{١٠} = \frac{٤}{د}$

(٣٦) $\frac{٩}{٨} = \frac{١٦}{٧}$

(٣٥) $\frac{٧}{جـ} = \frac{٦}{٧}$

(٣٤) $\frac{٢٠}{٢١} = \frac{٢٠}{٨}$

(٣٧) $\frac{٤٥}{٦٨} = \frac{ب}{٢}$



المثلثات المتشابهة

لماذا؟

لقياس ارتفاع سارية علم المدرسة يحتاج فهد إلى قياس طول ظله وطول ظل السارية، ثم استعمال المثلثات المتشابهة والقياسات غير المباشرة.

المثلثات المتشابهة: تسمى المثلثات التي لها الشكل نفسه **المثلثات المتشابهة**، إلا أنه ليس من الضروري أن تكون لها أطوال الأضلاع نفسها. والرمز ~ يُستعمل ليشير إلى مثلثين متشابهين. وتكتب رؤوس المثلثات المتشابهة عادة بالترتيب للدلالة على الأجزاء المتناظرة.

٦-٩

فيما سبق

درست حل التناسبات.

والآن

- أحد ما إذا كان مثلثان متشابهين أم لا.
- أجد العناصر المجهولة في مثلثين متشابهين.

المفردات

المثلثات المتشابهة

أضف إلى

مطويتك

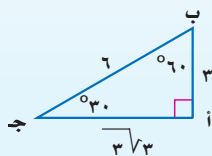
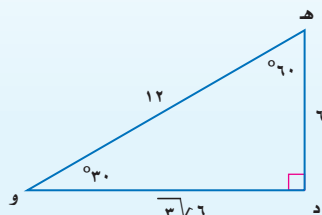
المثلثات المتشابهة

مفهوم أساسي

التعبير اللفظي: إذا تشابه مثلثان، فإن قياسات زواياهما المتناظرة متساوية، وقياسات أضلاعهما المتناظرة متناسبة.

مثال: إذا كان $\triangle أ ب ج \sim \triangle د ه و$ ، فإن $ق د = أ ق$ ، $ق د = ج د$ ، $ق د = ق د$ ، و،

$$\frac{ق د}{د ه} = \frac{ب ج}{ه و} = \frac{أ ج}{د و} = \frac{١}{٣}$$

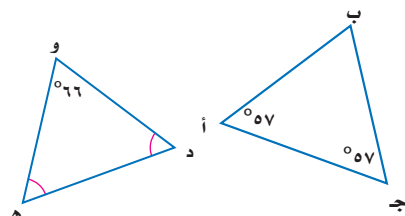


يمكن استعمال المقارنة بين قياسات الزوايا المتناظرة لتحديد إن كان المثلثان متشابهين.

تحديد المثلثين المتشابهين

مثال ١

حدد ما إذا كان المثلثان الآتيان متشابهين أم لا، وبرر إجابتك:



تحقق من فهمك



١) حدد ما إذا كان $\triangle أ ب ج$ الذي فيه $ق د = أ ق = ٦٨$ ، $ق د = ب ج$ يشابه $\triangle د ه و$ فيه $ق د = ه و = ٥٤$ ، وبرر إجابتك.

يمكنك أيضًا استعمال المقارنة بين نسب أطوال الأضلاع المتناظرة؛ لتحديد إن كان المثلثان متشابهين.

قراءة الرياضيات

قياس الزوايا

ق لا يُقرأ: قياس الزاوية أ.

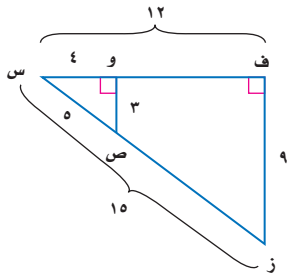
إرشادات للدراسة

المثلثات المتداخلة

في المثلثين المتداخلين يمكنك رسم كل منهما على حدة، مع التأكد من كون العناصر المتناظرة في الموقع نفسه، وضع إشارات لتوضيح الزوايا والأضلاع المتناظرة.

مثال ٢ تحديد المثلثين المتشابهين

حدّد ما إذا كان المثلثان الآتيان متشابهين أم لا، وبرّر إجابتك:



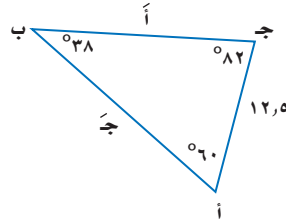
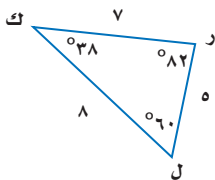
تحقق من فهمك

٢) حدّد ما إذا كان $\triangle AB$ جـ والذي فيه $AB = 6$ ، $BC = 16$ ، $AC = 20$ يشابه $\triangle EKL$ ، حيث $EK = 3$ ، $KL = 8$ ، $EL = 9$. وفّرر إجابتك.

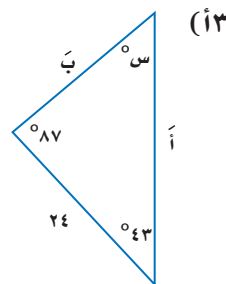
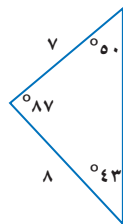
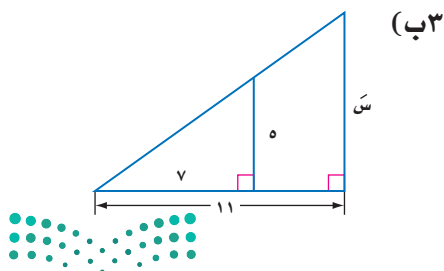
إيجاد قياسات العناصر المجهولة: يمكنك استعمال تناسب لإيجاد قياسات العناصر المجهولة، عندما تكون بعض أطوال أضلاع المثلثات المتشابهة معلومة.

مثال ٣ إيجاد قياسات العناصر المجهولة

أوجد قياسات العناصر المجهولة في المثلثين المتشابهين الآتيين:

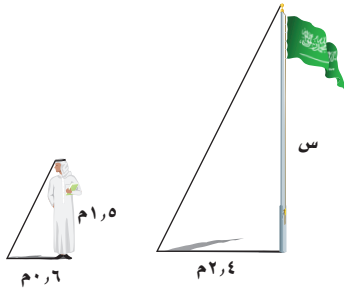


تحقق من فهمك



مثال ٤ من واقع الحياة القياسات غير المباشرة

ظل: أراد سلطان قياس ارتفاع سارية العلم، فوقف بجانبها. إذا علمت أن طول سلطان متر ٥٠ سنتمترًا، وطول ظله ٦٠ سنتمترًا، وطول ظل السارية في تلك اللحظة متران و ٤٠ سنتمترًا، فما ارتفاع السارية؟



افهم:

خطّط:

حل:

تحقق:

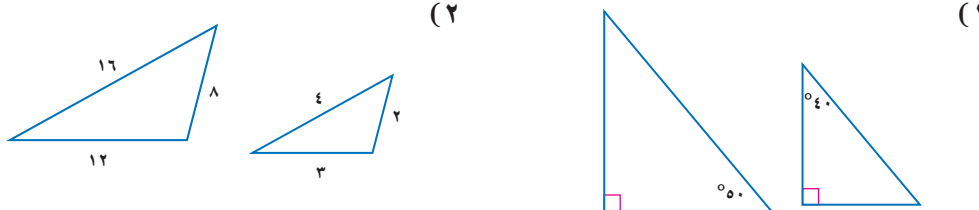
تحقق من فهمك

(٤) **خرائط:** استعمل على خريطة المملكة مقياس رسم فيه كل ١ سم تمثّل ٢٥٠ كلم، إذا كانت المسافة بين جدة والمدينة المنورة على الخريطة ٦٨, ١ سم تقريبًا. فكم المسافة الحقيقية بينهما؟

تأكد

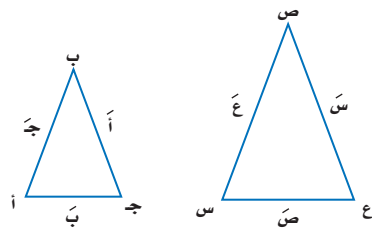
حدّد ما إذا كان كل زوج من المثلثات في السؤالين الآتيين متشابهين أم لا، وبرّر إجابتك:

المثالان ١، ٢



في الأسئلة ٣-٦، إذا كان $\triangle أ ب ج \sim \triangle س ص ع$ ، فأوجد قياسات العناصر المجهولة:

مثال ٣



(٣) $أ = ٤$ ، $ب = ٦$ ، $ج = ٨$ ، $س = ٦$

(٤) $س = ٩$ ، $ص = ١٥$ ، $ع = ٢١$ ، $ج = ٧$

(٥) $أ = ٢$ ، $ب = ٥$ ، $س = ١٠$ ، $ع = ٣٠$

(٦) $ب = ٦$ ، $ج = ١٠$ ، $س = ٣٠$ ، $ص = ١٥$

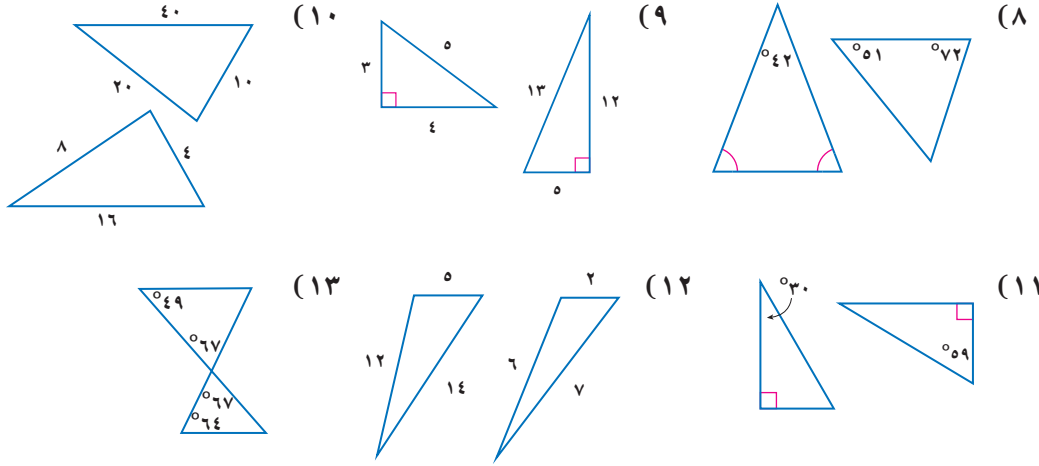
(٧) **أشجار:** ترغب مريم في إيجاد ارتفاع شجرة في حديقتها، طول ظلها متران و ٦٥ سنتمترًا. فإذا كان طول مريم متر و ٥٠ سنتمترًا، وطول ظلها في تلك اللحظة ٧٥ سنتمترًا. فما ارتفاع الشجرة؟

مثال ٤

تدرب وحل المسائل

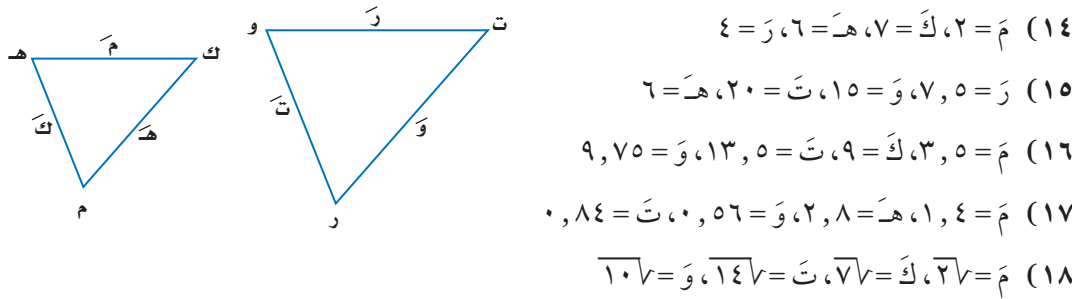
المثالان ١، ٢

حدّد ما إذا كان كل زوج من المثلثات في الأسئلة الآتية متشابهين أم لا، وبرّر إجابتك:



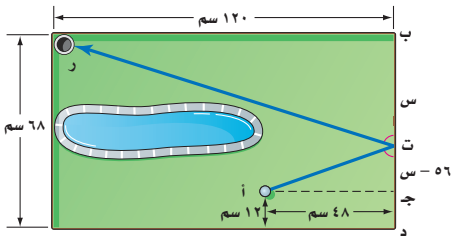
مثال ٣

في الأسئلة ١٤-١٨، إذا كان $\triangle م ك هـ \sim \triangle ر ت و$ ، فأوجد قياسات العناصر المجهولة:



مثال ٤

(١٩) **ألعاب:** يستعمل تصميم نموذج المركبات المقياس ١ سم : ٢٤ م، من الطول الفعلي للمركبة. إذا كان للمركبة الأصلية نافذة على شكل مثلث قائم الزاوية. ارتفاعها ٧٦ م، فكم سيكون ارتفاع النافذة على النموذج؟



(٢٠) **جولف:** يلعب حمد لعبة جولف مصغرة كما في الشكل المجاور، ويريد قذف الكرة من النقطة أ إلى النقطة ب لتتدحّل وتدخل الحفرة ر. استعمل تشابه المثلثات لتحديد بعد نقطة الارتداد عن الرأس ب.



الربط مع الحياة

حقّق لاعب ومدرب المنتخب السعودي للجولف علي بلحارث بطولة الكأس الوطنية لدولة باكستان للجولف التي نُظّمت في ربيع الثاني ١٤٣١ هـ في نادي ديراب للجولف في الرياض بمشاركة ١٠٠ لاعب.

(٢١) **خرائط:** يظهر مقياس رسم لخريطة المملكة أن ٢,٥ سم على الخريطة تمثّل ١٠٠ كيلومتر في الواقع. فإذا كانت المسافة بين مكة المكرمة والمدينة المنورة على الخريطة ٨ سم، فما البعد الحقيقي بينهما؟

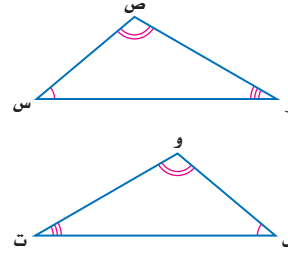
(٢٢) **مشروع المدرسة:** خطّط معلم التاريخ لعمل نموذج للكعبة المشرفة على مقياس رسم ٥ سم : ٦ م. فإذا كان الارتفاع الفعلي للكعبة المشرفة ١٤ م، فكم سيكون ارتفاع النموذج؟

مسائل مهارات التفكير العليا

(٢٣) **اكتشف الخطأ:** قارنت ر هف ونوال بين المثلثين المتشابهين المجاورين. فأيهما كانت مقارنتها صحيحة؟ فسّر إجابتك.

نوال
 $\triangle س \sim \triangle ق \Rightarrow ق \sim س$
 $\triangle ق \sim \triangle ص \Rightarrow ق \sim ص$
 $\triangle ق \sim \triangle ز \Rightarrow ق \sim ز$
 $\triangle س \sim \triangle ز \Rightarrow س \sim ز$

رهف
 $\triangle ق \sim \triangle س \Rightarrow ق \sim س$
 $\triangle ق \sim \triangle ص \Rightarrow ق \sim ص$
 $\triangle ق \sim \triangle ز \Rightarrow ق \sim ز$
 $\triangle س \sim \triangle ز \Rightarrow س \sim ز$

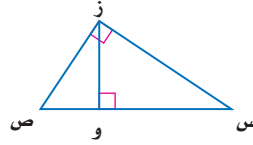


إرشادات حل المسألة

رسم مخطط

ارسم الشكل عندما يتطلب حل المسألة تبريراً مكانياً أو شكلاً هندسياً. فمثلاً في السؤال ٢٤ ارسم كل مثلث وحده ليساعدك على الحل.

(٢٤) **تحّد:** المثلث س ص ز يشابه المثلثين المتشابهين المكوّنين من القطعة المستقيمة العمودية الواصلة بين ز والقطعة المستقيمة س ص. اكتب ثلاث عبارات تتعلق بهذين المثلثين، ولم تشابه؟



(٢٥) **تبرير:** حدد ما إذا كانت العبارة الآتية صحيحة دائماً، أم صحيحة أحياناً، أم غير صحيحة أبداً؟ فسّر إجابتك.

"إذا ضربت أطوال أضلاع مثلث في ٣، فإن زوايا المثلث بعد تكبيره لها نفس قياسات زوايا المثلث الأصلي."

(٢٦) **مسألة مفتوحة:** ارسم مثلثاً وسمّه أ ب ج، ثم ارسم المثلث المشابه له وسمّه و ك ر، على أن تكون مساحته ٤ أمثال مساحة أ ب ج. و اشرح استراتيجيتك.

(٢٧) **اكتب:** لخص كيف تحدد أن المثلثين متشابهان؟ وكيف تجد القياسات المجهولة فيهما؟

تدريب على اختبار

(٢٩) أي المعادلات الآتية تمثّل مستقيماً مقطعه الصادي -٤، وميله ٦؟

- (أ) $ص = ٦س - ٤$ (ب) $ص = ٦س + ٤$
 (ج) $ص = -٦س + ٤$ (د) $ص = -٦س - ٤$

(٢٨) أوجد المسافة بين النقطتين (٢، -٤)، (-٨، ٥).

- (أ) $٣٣\sqrt{}$ (ب) $٦٥\sqrt{}$
 (ج) $١٣٥\sqrt{}$ (د) $١٥٣\sqrt{}$



مراجعة تراكمية

أوجد المسافة بين كل نقطتين فيما يأتي: (الدرس ٩-٥)

(٣٠) $(٩, ١), (٣, ٠)$ (٣١) $(١٣, ٥), (٤, ٢-)$ (٣٢) $(٥, ١), (٥, ١-)$

حدّد ما إذا كانت كل مجموعة من الأطوال الآتية تشكل أضلاع مثلث قائم الزاوية أم لا. (الدرس ٩-٤)

(٣٣) $٥, ٤, ٣$ (٣٤) $١٢, ١٠, ٨$ (٣٥) $٢٦, ٢٤, ١٠$

حلّل كل كثيرة حدود فيما يأتي إن أمكن ذلك، وإلا فاكتب "أولية": (مهارة سابقة)

(٣٦) $١٠٠ - ٢$ (٣٧) $٩ - ٦ + ٢$ (٣٨) $٩ - ٦ + ٢ - ٤٨$

استعد للدرس اللاحق

مهارة سابقة:

إذا كانت: $أ = ٣$ ، $ب = ٢ -$ ، $ج = ٦$ ، فاحسب كلّاً مما يأتي:

(٤١) $\frac{أ ج}{ب ٤ -}$

(٤٠) $\frac{أ ب ٢}{ج -}$

(٣٩) $\frac{ب}{ج -}$

(٤٣) $\frac{٢ - ب ج}{أ}$

(٤٢) $\frac{٣ - أ ج}{ب ٢ -}$

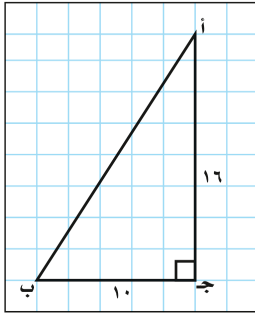




استقصاء النسب المثلثية

يمكنك استعمال ورقة المربعات لاستقصاء نسب أطوال أضلاع المثلثات القائمة الزاوية.

اجمع البيانات:



الخطوة ١: استعمل مسطرة وورقة مربعات لرسم عدة مثلثات قائمة الزاوية النسبة بين ضلعي القائمة لكل منها ٨ : ٥، سمّ الرأس أ، ب، ج، حيث ج هي الزاوية القائمة والرأس ب يقابل الساق الأطول، والرأس أ يقابل الساق الأقصر.

الخطوة ٢: انسخ الجدول أدناه، وأكمل الأعمدة الثلاثة الأولى بإيجاد طول الوتر (الضلع أ ب) في كل مثلث قائم مقرباً إلى أقرب جزء من عشرة.

الخطوة ٣: احسب النسب وسجلها في العمودين الأوسطين مقربة إلى أقرب جزء من مئة.

الخطوة ٤: استعمل المنقلة لقياس الزاويتين أ، ب بدقة، مقرباً إلى أقرب درجة، ثم سجل قياسات الزوايا في الجدول.

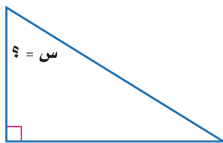
أطوال الأضلاع			النسب		قياسات الزوايا		
الضلع ب ج	الضلع أ ج	الضلع أ ب	$\frac{ب ج}{أ ج}$	$\frac{ب ج}{أ ب}$	الزاوية أ	الزاوية ب	الزاوية ج
٢,٥	٤						٩٠°
٥	٨						٩٠°
١٠	١٦						٩٠°
							٩٠°
							٩٠°
							٩٠°

حلّ النتائج:

(١) تفحص قياسات الزوايا في الجدول والنسب بين أطوال الأضلاع. ماذا تلاحظ؟ اكتب جملة أو جملتين لوصف أي نمط تراه.

خمن:

(٢) ما النسبة بين طولي أقصر وأطول ضلع في مثلث قائم الزاوية ومشابه للمثلثات التي رسمتها هنا؟



(٣) إذا كانت نسبة طول أقصر ضلع إلى الوتر في مثلث قائم الزاوية هي ٥٣, ٠ تقريباً. فما قياس الزاوية الحادة الكبرى في المثلث القائم الزاوية؟





النسب المثلثية

لماذا؟

يعني معدل انحدار طريق بنسبة ٢٥٪ أن الطريق ترتفع أو تنحدر ٢٥ قدمًا لكل ١٠٠ قدم أفقيًا. ويمكن استعمال النسب المثلثية لإيجاد قياس زاوية ارتفاع الطريق أو انحدارها.



النسب المثلثية: حساب المثلثات هو دراسة العلاقة بين زوايا المثلث وأضلاعه. والنسبة المثلثية هي النسبة التي تقارن بين طولي ضلعين من أضلاع المثلث القائم. والنسب المثلثية الثلاث الأكثر شيوعًا هي الجيب، وجيب التمام، والظل، وهي موضحة في الجدول أدناه:

فيما سبق

درست استعمال نظرية فيثاغورس.

والآن

- أجد النسب المثلثية للزوايا.
- أستعمل النسب المثلثية لحل المثلث.

المفردات

- حساب المثلثات
- النسب المثلثية
- الجيب
- جيب التمام
- الظل
- حل المثلث
- معكوس الجيب
- معكوس جيب التمام
- معكوس الظل

مفهوم أساسي

النسب المثلثية

أضف إلى

مطوياتك

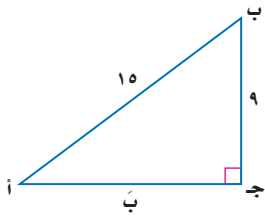
النموذج	الرموز	التعبير اللفظي
	$\frac{\text{ب}}{\text{ج}} = \text{جا أ}$	جيب الزاوية أ = $\frac{\text{الضلع المقابل للزاوية أ}}{\text{الوتر}}$
	$\frac{\text{ب}}{\text{أ}} = \text{جتا أ}$	جيب تمام الزاوية أ = $\frac{\text{الضلع المجاور للزاوية أ}}{\text{الوتر}}$
	$\frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \text{ظا أ}$	ظل الزاوية أ = $\frac{\text{الضلع المقابل للزاوية أ}}{\text{الضلع المجاور للزاوية أ}}$

مثال ١

إيجاد نسب الجيب وجيب التمام، والظل

أوجد قيم النسب المثلثية الثلاث للزاوية أ.

الخطوة ١:



الخطوة ٢:

تحقق من فهمك

١) أوجد قيم النسب المثلثية الثلاث للزاوية ب.



مثال ٢ استعمال الحاسبة لإيجاد قيم العبارات

استعمل الحاسبة لإيجاد جتا 42° إلى أقرب جزء من عشرة آلاف.

تحقق من فهمك

(أ) جتا 31° (ب) ظا 76° (ج) جتا 55°

تنبيه

وضع الآلة الحاسبة
(mode)

كن متأكدًا من وضع الآلة
الحاسبة (mode) للعمل
بالدرجات.

استعمل النسب المثلثية : عندما تجد القياسات المجهولة لأضلاع المثلث القائم وزواياه، فإنك تكون بذلك قد قمت **بحل المثلث**، ويمكنك إيجاد القياسات المجهولة إذا علمت طولي ضلعين في المثلث، أو طول ضلع وقياس إحدى الزاويتين الحادتين.

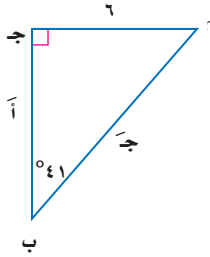
مثال ٣ حل المثلث

حلّ المثلث القائم الزاوية مقربًا طول كل ضلع إلى أقرب جزء من عشرة.

الخطوة ١ :

الخطوة ٢ :

الخطوة ٣ :

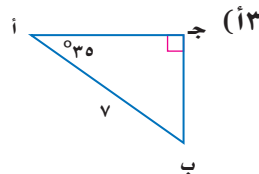
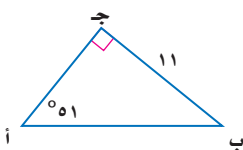


إرشادات للدراسة

تذكر رموز أطوال أضلاع المثلث

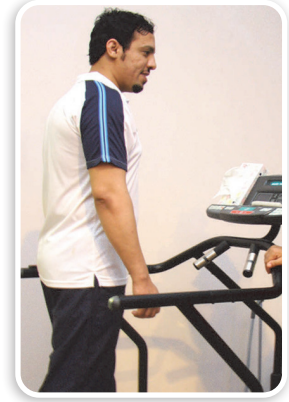
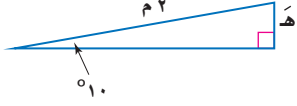
يُرمز إلى طول الضلع المقابل للرأس أ في المثلث أ ب ج بالرمز أ، وإلى طول الضلع المقابل للرأس ب بالرمز ب، وإلى طول الضلع المقابل للرأس ج بالرمز ج.

تحقق من فهمك



مثال ٤ من واقع الحياة إيجاد طول الضلع المجهول

تمرين: يضع المدرب جهاز التمرين الرياضي مائلاً بمقدار 10° ، فإذا كان طول سطح السير على الجهاز ٢ م، فكم يجب رفع نهايته عن الأرض بالسمتترات تقريباً؟



الربط مع الحياة

للمتدربين بصفة مثالية يجب على جميع الأشخاص من العمر ١٦-٦٥، التدريب لمدة ٣٠ دقيقة على الأقل على نشاط متوسط الشدة لمدة خمسة أيام في الأسبوع.

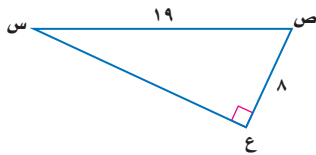
تحقق من فهمك

(٤) لوح التزلج: ما طول لوح تزلج يصنع مع سطح الأرض زاوية قياسها 25° ، ويرتفع طرفه ٢ م؟

يُعبّر عن قاعدة الدالة المثلثية إذا علمت الجيب أو جيب التمام أو الظل لزاوية حادة، فيمكنك إيجاد قياسها باستعمال معكوس النسب المثلثية.

أضف إلى مطوياتك	مفهوم أساسي	معكوس الدوال المثلثية
	إذا كانت $\angle$ زاوية حادة، وكان:	
	التعبير اللفظي: جا $\angle$ = س فإن معكوس جيب س ورمزه جا $^{-1}$ س يساوي قياس $\angle$ أ.	
	الرموز: إذا كان جا $\angle$ = س، فإن جا $^{-1}$ س = ق $\angle$ أ.	
	التعبير اللفظي: جتا $\angle$ يساوي س، فإن معكوس جيب تمام س ورمزه جتا $^{-1}$ س يساوي قياس $\angle$ أ.	
	الرموز: إذا كان جتا $\angle$ = س، فإن جتا $^{-1}$ س = ق $\angle$ أ.	
	التعبير اللفظي: ظا $\angle$ يساوي س، فإن معكوس ظل س ورمزه ظا $^{-1}$ س يساوي قياس $\angle$ أ.	
	الرموز: إذا كان ظا $\angle$ = س، فإن ظا $^{-1}$ س = ق $\angle$ أ.	

مثال ٥ إيجاد قياس الزاوية المجهولة



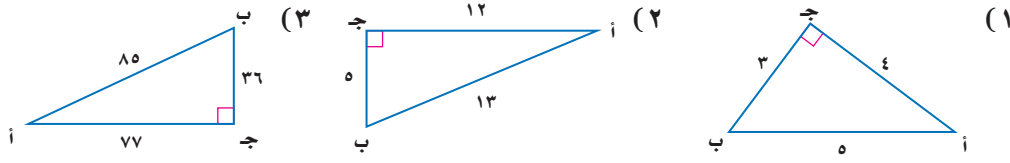
أوجد ق $\angle$ ص إلى أقرب درجة.

تحقق من فهمك

(٥) أوجد ق $\angle$ س مقرباً إلى أقرب درجة إذا كان س ص = ١٤، ص ع = ٥

مثال ١

أوجد قيم النسب المثلثية الثلاث للزاوية أ في كل مما يأتي:



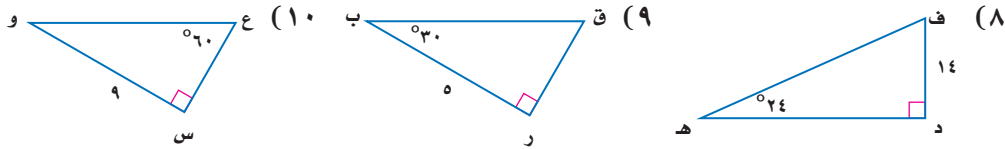
مثال ٢

استعمل الحاسبة لإيجاد قيمة كل نسبة مثلثية فيما يأتي، مقربة إلى أقرب جزء من عشرة آلاف في كل مما يأتي:

- (٤) جا 37° (٥) جتا 23° (٦) ظا 14° (٧) جتا 82°

مثال ٣

حلّ كلّ مثلث قائم الزاوية فيما يأتي مقرباً طول كل ضلع إلى أقرب جزء من عشرة:



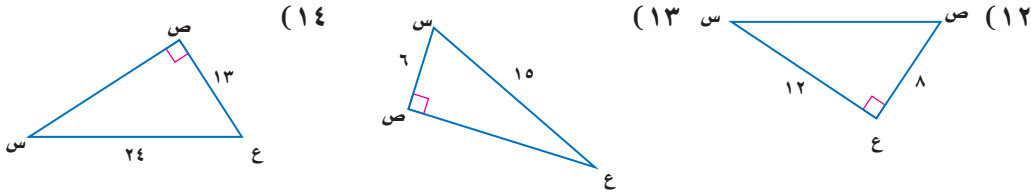
مثال ٤

(١١) **تزلج على الجليد:** في موقع للتزلج على أحد التلال، كان ارتفاع التلة الرأسية ١٠٠٠ م، وزاوية ميلها عن مستوى الأرض 18° ، قدر طول (ر).



مثال ٥

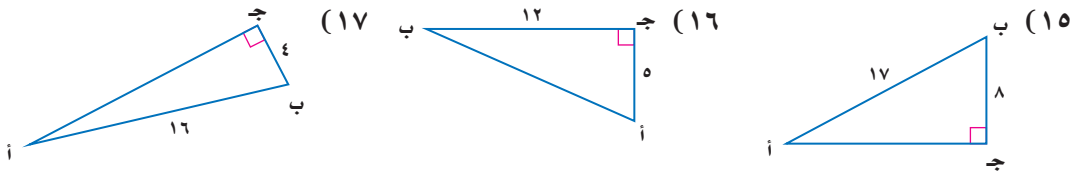
أوجد ق س لكل مثلث فيما يأتي مقرباً إلى أقرب درجة:



تدرب وحل المسائل

مثال ١

أوجد قيم النسب المثلثية الثلاث للزاوية ب في كل مما يأتي:



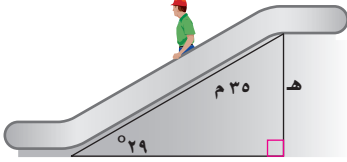
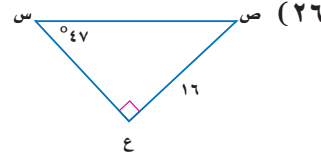
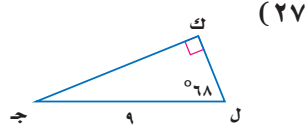
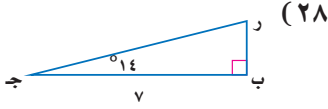
مثال ٢

استعمل الحاسبة لإيجاد قيمة كل نسبة مثلثية فيما يأتي، مقربة إلى أقرب جزء من عشرة آلاف:

- (١٨) ظا 2° (١٩) جا 89° (٢٠) جتا 44° (٢١) ظا 4°
 (٢٢) جا 73° (٢٣) جتا 90° (٢٤) جا 30° (٢٥) ظا 60°

مثال ٣

حل كل مثلث قائم فيما يأتي مقرباً طول كل ضلع إلى أقرب جزء من عشرة:

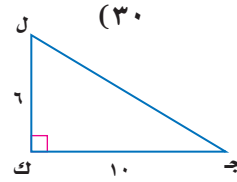
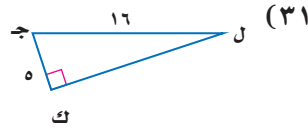
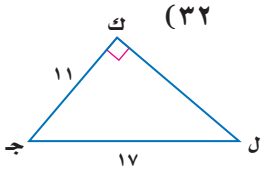


مثال ٤

(٢٩) سلم كهربائي: يبلغ طول السلم الكهربائي في أحد الأسواق الكبيرة ٣٥ متراً، وقياس الزاوية التي يكونها مع الأرض ٢٩، أوجد ارتفاع السلم.

مثال ٥

أوجد ق لـ ج لكل مثلث قائم الزاوية فيما يأتي مقرباً إلى أقرب درجة:



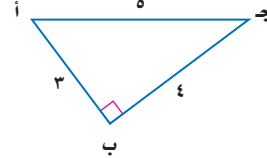
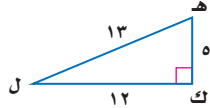
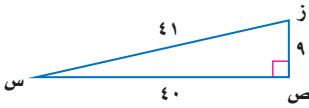
(٣٣) وقف الملك عبدالعزيز: يصل ارتفاع أبراج وقف الملك عبد العزيز المطلة على المسجد الحرام إلى ٤٠٠ متر. ينظر عمار إلى أعلى الأبراج بزاوية ٥٥. فما بُعد عمار عن قاعدة الأبراج؟

(٣٤) غابات: يقدر حارس غابة ارتفاع شجرة بنحو ٥٠ متراً. فإذا كان الحارس يقف على بعد ٣٠ متراً من قاعدة الشجرة، فما مقياس الزاوية التي يشكّلها مع قمة الشجرة؟

في السؤالين ٣٥-٣٦، افترض أن لـ أ زاوية حادة في المثلث القائم أ ب ج، ثم أوجد:

(٣٥) ج أ، ظ أ إذا كان جتا أ = $\frac{3}{4}$.
(٣٦) ظ أ، جتا أ إذا كان جتا أ = $\frac{2}{3}$.

(٣٧) تمثيلات متعددة: سوف تكتشف في هذه المسألة العلاقة بين دوال الجيب ودوال جيب التمام.



(أ) جدولياً: انقل الجدول الآتي وأكملهُ مستعملاً المثلثات أعلاه:

المثلث	النسب المثلثية	ج أ	جتا أ	ج أ + جتا أ =
أ ب ج	ج أ =	جتا أ =	ج أ =	جتا أ =
	ج ب =	جتا ب =	ج ب =	جتا ب =
هـ ك ل	ج هـ =	جتا هـ =	ج هـ =	جتا هـ =
	ج ل =	جتا ل =	ج ل =	جتا ل =
س ص ز	ج س =	جتا س =	ج س =	جتا س =
	ج ز =	جتا ز =	ج ز =	جتا ز =

(ب) لفظياً: خمن علاقة مجموع مربعي دالتي الجيب وجيب التمام لزاوية حادة في مثلث قائم الزاوية.

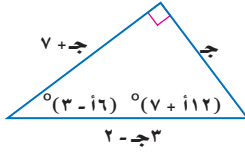
(٣٨) غواصات: إذا نزلت غواصة مسافة ٣ أميال قطرياً بزاوية مقدارها ١٠ مع قاع محيط. فكم يصبح بعدها عن سطح الماء؟



الربط مع الحياة

يبلغ طول أطول شجرة معمرة نحو ١١٥ متراً. وهناك نحو ١٣٥ شجرة من هذا النوع يزيد طولها على ١٠٧ أمتار.

مسائل مهارات التفكير العليا



(٣٩) **تحذ:** حلّ المثلث في الشكل المجاور.

(٤٠) **تبرير:** استعمل تعريف نسب الجيب وجيب التمام في تعريف نسبة الظل.

(٤١) **مسألة مفتوحة:** اكتب مسألة تستعمل فيها نسبة جيب التمام لإيجاد قياس زاوية مجهولة في مثلث قائم الزاوية، ثم حلّها.

(٤٢) **تبرير:** إذا كان جيب زاوية وجيب تمامها متساويين، فماذا تستنتج عن المثلث؟

(٤٣) **اكتب:** وضح كيف يمكن استعمال النسب المثلثية لإيجاد أطوال الأضلاع المجهولة في مثلث عُلِمَ فيه قياس زاوية حادة وطول أحد الأضلاع.

تدريب على اختبار

(٤٥) **إجابة قصيرة:** يتقاضى مندوب مبيعات ٦٤٠٠٠ ريال راتباً سنوياً، إضافة إلى ٥٪ من قيمة مبيعاته. ما قيمة المبيعات التي عليه بيعها ليزيد دخله السنوي حتى ٩٠٠٠٠ ريال؟

(٤٤) أيّ المتباينات الآتية تعبّر عن التمثيل البياني أدناه؟

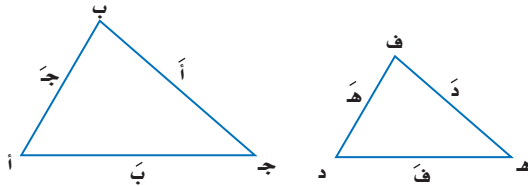


(أ) $-2 \leq x \leq 4$ (ج) $x \leq 4$ أو $x \geq -2$

(ب) $-2 > x > 4$ (د) $x < 4$ أو $x > -2$

مراجعة تراكمية

في الأسئلة ٤٦-٤٨، إذا كان $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ ، فأوجد قياسات العناصر المجهولة: (الدرس ٩-٦)



(٤٦) $\angle A = 16^\circ$, $\angle B = 12^\circ$, $\angle C = 6^\circ$

(٤٧) $\angle D = 9^\circ$, $\angle E = 6^\circ$, $\angle F = 18^\circ$

(٤٨) $\angle A = 16^\circ$, $\angle B = 36^\circ$, $\angle C = 11^\circ$

استعد للدرس اللاحق

مهارة سابقة:

إذا اخترت عشوائياً كرة من كيسٍ يحوي ٩ كراتٍ حمراء و ٦ كراتٍ زرقاء و ٥ كراتٍ صفراء، فأوجد كلاً من الاحتمالات الآتية:

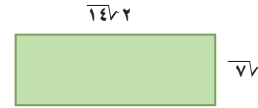
(٤٩) ح (زرقاء) (٥٠) ح (حمراء) (٥١) ح (ليست صفراء)



بسّط كل عبارة فيما يأتي:

$$(١) \sqrt{36} \cdot 5 \quad (٢) \frac{3}{\sqrt{2}-1} \quad (٣) \sqrt{2} \cdot 7 + \sqrt{2} \cdot 2 \quad (٤) (\sqrt{2}-5) \cdot \sqrt{2} \cdot 3$$

(٥) هندسة: أوجد مساحة المستطيل.



$$(١) \sqrt{2} \cdot 14 \quad (ج) 14$$

$$(ب) \sqrt{2} \cdot 98 \quad (د) \sqrt{2} \cdot 7$$

حلّ كل معادلة فيما يأتي، وتحقق من صحة الحل:

$$(٦) \sqrt{10} \cdot 20 = 20 \quad (٧) \sqrt{4} \cdot 3 - 6 = 3 - 6$$

(٨) تغليف: حجم علبة شوكولاتة أسطوانية ١٦٢ سنتيمترًا

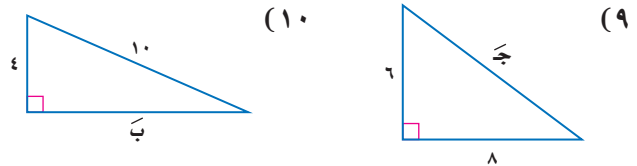
مكعبًا. وتستعمل المعادلة $\frac{C}{\pi} = \frac{h}{2}$ لإيجاد نصف قطر

العلبة، حيث (نق) نصف قطر الأسطوانة، (ع) ارتفاعها، (ح)

حجمها. فإذا كان ارتفاع الأسطوانة ٢٥، ٨، ستتمت، فأوجد

نصف قطرها.

أوجد طول الضلع المجهول في كل مثلث مما يأتي، وقرب الناتج إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر:



أوجد المسافة بين كل نقطتين فيما يأتي:

$$(١١) (٢, ٣), (٣, ٥) \quad (١٢) (٤, ٣), (٤, ٢), (٣, -٢)$$

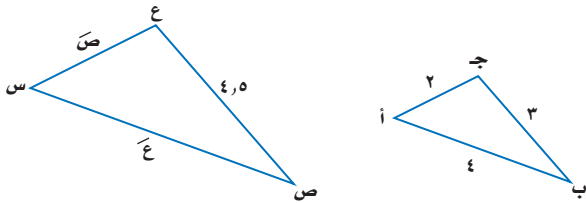
$$(١٣) (١, -١), (١, ٢), (٢, ٣) \quad (١٤) (٤, -٦), (٦, -١), (٧, ١)$$

(١٥) خدمة التوصيل: يقدم أحد مطاعم الوجبات السريعة

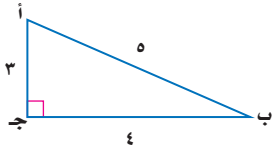
خدمة توصيل مجانية إلى أي موقع ضمن دائرة نصف قطرها ١٠ كلم من المطعم. فقطع الشخص الذي سيوصل الوجبات ٣٢ شارعًا شمالًا، ثم ٤٥ شارعًا إلى الشرق لإيصال الطلب، علمًا بأن البعد بين كل شارعين في هذه المدينة هو $\frac{1}{4}$ كلم. (أ) هل الموقع خارج نطاق الخدمة المجانية؟ فسّر ذلك.

(ب) صف موقعين للتوصيل يكون البعد بينهما ١٠ كلم تقريبًا.

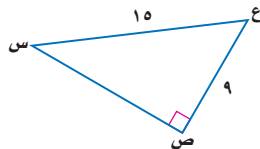
(١٦) إذا كان $\Delta ABC \sim \Delta DEF$ ، فأوجد أطوال الأضلاع المجهولة.



(١٧) أوجد قيم النسب المثلثية الثلاث للزاوية أ.



(١٨) أوجد ق $\angle$ س مقربًا إلى أقرب درجة.



اختيار من متعدد

٤) أيّ الأطوال التالية لا تمثل أطوال أضلاع مثلث قائم الزاوية؟

(أ) (٢٤، ١٦، ١٢)

(ب) (٢٦، ٢٤، ١٠)

(ج) (٥١، ٤٥، ٢٤)

(د) (٣٠، ٢٤، ١٨)

٥) أيّ ممّا يأتي لا يُعدّ عاملاً من عوامل $١٦ - ٤$ ؟

(أ) $٢ -$ س

(ب) $٢ +$ س

(ج) $٤ + ٢$ س

(د) $٤ +$ س

إرشادات للاختبارات

سؤال ٣: عوّض بقيم ل، ع في العلاقة، ثم أوجد قيمة نق.

اقرأ كل سؤالٍ ممّا يأتي، ثم اختر رمز الإجابة الصحيحة :

١) بسّط $\frac{1}{\sqrt{2}+4}$

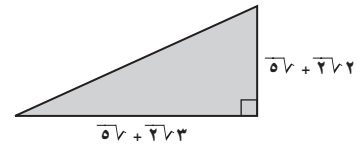
(أ) $\frac{\sqrt{2}+4}{14}$

(ب) $\frac{\sqrt{2}-2}{7}$

(ج) $\frac{\sqrt{2}-4}{14}$

(د) $\frac{\sqrt{2}+2}{7}$

٢) ما مساحة المثلث أدناه؟



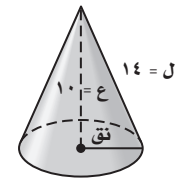
(أ) $5\sqrt{2} \cdot 10 + 2\sqrt{2} \cdot 3$

(ب) $10\sqrt{2} \cdot 5 + 17$

(ج) $5\sqrt{2} \cdot 8 + 2\sqrt{2} \cdot 12$

(د) $10\sqrt{2} \cdot 2, 5 + 8, 5$

٣) يحسب طول راسم المخروط (ل) المبيّن بالشكل أدناه بالعلاقة $ل = \sqrt{ع^2 + نق^2}$ ، حيث نق نصف قطر القاعدة، ع ارتفاع المخروط، استعمل هذه العلاقة لإيجاد نق في الشكل أدناه.



(أ) ٩، ٨

(ب) ٩، ٤

(ج) ١٠، ٢

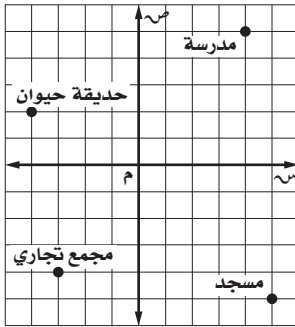
(د) ٦، ٣



إجابات مطولة

أجب عن السؤال الآتي موضحاً خطوات الحل:

(١١) حدّدت هدى مواقع بعض الأماكن في حيّها في المستوى الإحداثي المبين أدناه، حيث الوحدة = ٥, ٢ ميل



(أ) أوجد المسافة الحقيقية بين المدرسة والمسجد مقرباً إلى أقرب جزءٍ من عشرة إذا لزم.

(ب) إذا وقع منزل هدى في منتصف المسافة بين المدرسة والمجمع التجاري، فأوجد إحداثيات موقع منزل هدى موضحاً خطوات الحل.

إجابة قصيرة

أجب عن الأسئلة الآتية:

(٦) ما عدد المرات التي تتقاطع فيها الدالة $y = 2x - 4$ مع محور السينات؟

(٧) حلّ كثيرة الحدود $2x^2 - 32$ تحليلًا تامًا.

(٨) بسّط العبارة $\left(\frac{2x^2 - 5x + 2}{x^2 - 3x + 2} \right)$

(٩) استعمل خاصية التوزيع لتحليل

$3x^2 - 6x + 3$

(١٠) حلّ ثلاثية الحدود: $2x^2 + 3x - 9$

للمساعدة ..

١١	١٠	٩	٨	٧	٦	٥	٤	٣	٢	١	إذا لم تجب عن السؤال
٥-٩	مهارة سابقة	مهارة سابقة	مهارة سابقة	مهارة سابقة	٢-٨	مهارة سابقة	٤-٩	٣-٩	١-٩	مهارة سابقة	فراجع الدرس ..