رياضيات 6

متعة وفائدة

إعداد المعلمة: سميره احمد الشهري

الأستاذة / سميره احمد الشهري

نفيدكم علما بأنه قد تم تسجيل عملكم الموسوم بـ:

رياضيات (6) متعة وفائدة

تحت رقم إيداع 1442/7455 وتاريخ 1442/08/23 هـ، ورقم ردمك 978-603-03-7621-6

إهداء

لوالدتي الحبيبة..ولأخوتي وعائلتي
ولطالباتي العزيزات.. ولمحبي رياضيات 6
ولكل من شجعني على إنجاز هذا العمل

إليكم أهدي هذا العمل المتواضع

رياضيات 6

متعة وفائدة

شُكرٌ وعِرفان

أتقدم بجزيل الشكر والعرفان لمجموعة التميز والتألق
التي يوماً عن يوماً تبهرنا بجميل صنيعها
مجموعة رفعة الرياضيات
التي تضم نخبة من مبدعي ومبدعات الرياضيات والتي اتاحت
لي هذه الفرصة لتوثيق هذا الكتاب والذي أسال الله أن أكون
قد وفقت فيه وأن تعم به الفائدة
وأن يخدم محبي رياضيات 6

سميرة الشهري
samira alshariy

حسابات مجموعة رفعة التعليمية

تويتر

الانستقرام

اليوتيوب

رفعة للدورات التطويرية

جميع الحسابات والقنوات

رفعة للكتب الرقمية

سميرة الشهري
samira alshariy

الفهرس

الفصل الأول

المتجهات

1-1 مقدمة في المتجهات 10

1-2 المتجهات في المستوى الإحداثي 13

1-3 الضرب الداخلي 14

1-4 المتجهات في الفضاء الثلاثي الأبعاد 15

1-5 الضرب الداخلي والضرب الاتجاهي للمتجهات في الفضاء 16

أوراق عمل 18

اختبر مفرداتك 19

أسئلة تحصيلي 20

مسابقة 21

سعيرة الشهري
samira alshariy

الفهرس

الفصل الثاني

الإحداثيات القطبية وألأعداد المركبة

2-1 الإحداثيات القطبية 23

2-2 الأعداد المركبة ونظرية ديموافر 24

2-3 الصورة القطبية والصورة الديكارتية للمعادلات 26

أوراق عمل 29

اختبر مفرداتك 30

أسئلة تحصيلي 31

مسابقة 32

سعيرة الشهري
samira alshariy

الفهرس

الفصل الثالث

الاحتمال والإحصاء

3-1 الدراسات التجريبية والمسحية والقائمة على الملاحظة 34

3-2 التحليل الإحصائي 35

3-3 الاحتمال المشروط 36

3-4 الاحتمال والتوزيعات الاحتمالية 37

3-5 التوزيع الطبيعي 38

3-6 التوزيعات ذات الحدين 39

أوراق عمل 41

اختبر مفرداتك 42

أسئلة تحصيلي 43

مسابقة 44

سعيرة الشهري
samira alshariy

الفصل الرابع

النهايات والاشتقاق

الفهرس

4-1 تقدير النهايات بيانياً 46

4-2 حساب النهايات جبرياً 47

4-3 المماس والسرعة المتجهة 48

4-4 المشتقات 49

4-5 المساحة تحت المنحنى والتكامل 50

4-6 النظرية الأساسية في التفاضل والتكامل 51

أوراق عمل 53

اختبر مفرادتك 54

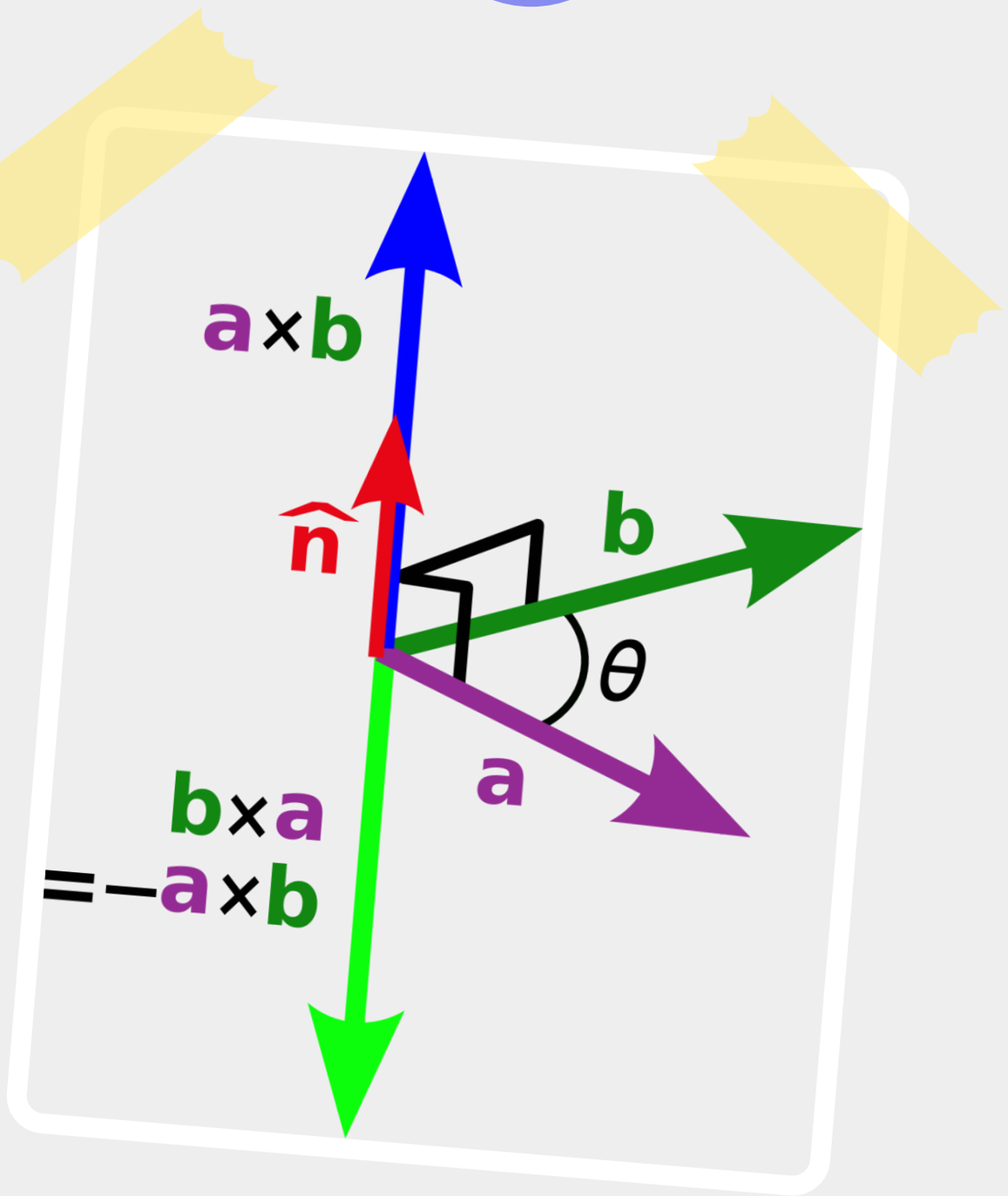
أسئلة تحصيلي 55

مسابقة 56

سعيرة الشهري
samira alshariy

الفصل الأول

المتجهات



مقدمة في المتجهات

مقدمة في المتجهات

الكميات

الكمية القياسية
كمية لها مقدار فقط
الكتلة، المسافة،الزمن

الكمية المتجهه
كمية لها مقدار واتجاه
القوة، السرعة، الدفع

أنواع المتجهات

المتجهات المتوازية
ليس بالضرورة لهما نفس الطول أو الأتجاة

المتجهات المتساوية
لهم نفس الطول والأتجاه

المتجهات المتعاكسة
لهما نفس الطول ولكن في اتجاهين متعاكسين

المحصلة

المحصلة جبرياً
ناتجة عن جمع متجهين أو أكثر

المتجه الصفري

تعريفه
ناتج عن جمع متجهين متعاكسين ، طوله صفر وليس له اتجاه

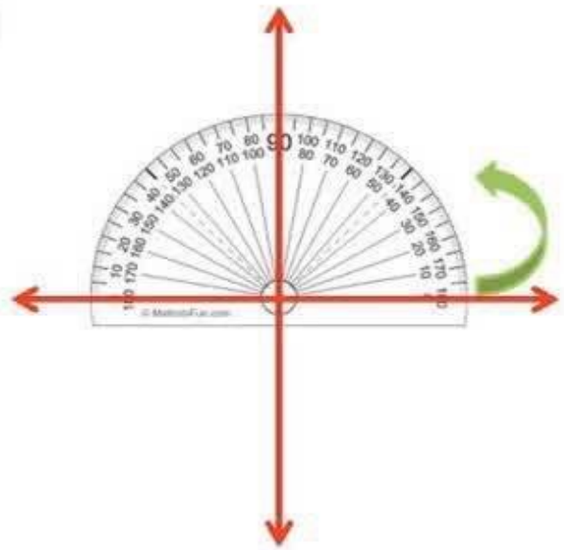
سعيرة الشهري
samira alshariy

مقدمة في المتجهات

تمثيل المتجه هندسياً

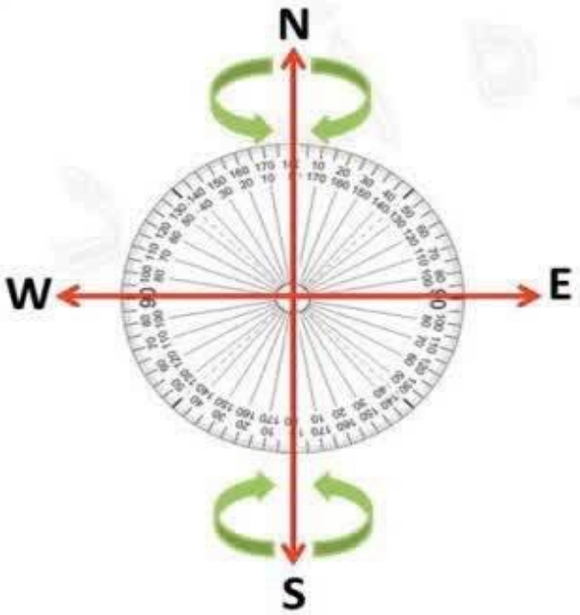
الأتجاة الأفقي

هي الزاوية التي يصنعها مع الاتجاه الأفقي أي مع الاتجاه الموجب لمحور x



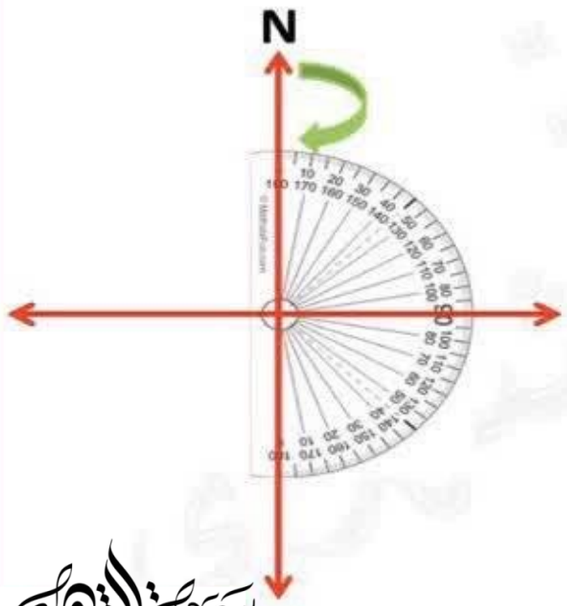
الأتجاة الربعي

هي زاوية قياسها بين 0° و 90° شرق أو غرب الخط الرأسي



الأتجاة الحقيقي

هي زاوية تقاس مع عقارب الساعة بدآ من الشمال وتقاس بثلاثة أرقام



سعيرة الشهري
samira alshariy

مقدمة في المتجهات

محصلة المتجهات المتوازية جبرياً

الاتجاه نفسه

- **الطول**
  مجموع اطوال المتجهات
- **الاتجاه**
  اتجاه المتجهات الأصلية

اتجاهين متعاكسين

- **الطول**
  القيمة المطلقة للفرق بين طولي المتجهين
- **الاتجاه**
  اتجاه المتجه الأكبر طولاً

سعيرة الشهري
samira alshariy

المتجهات في المستوى الإحداثي

الصورة الإحداثية للمتجه $\overrightarrow{AB}$

بمعلومية نقطة البداية والنهاية

البداية $A = \langle x_1 , y_1 \rangle$

النهاية $B = \langle x_2 , y_2 \rangle$

$\overrightarrow{AB} = B - A$

$= \langle x_2 - x_1, y_2 - y_1 \rangle$

طول المتجه $\overrightarrow{AB}$

بمعلومية نقطة البداية والنهاية

البداية $A = \langle x_1 , y_1 \rangle$

النهاية $B = \langle x_2 , y_2 \rangle$

$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

بمعلومية الصورة الإحداثية

$\overrightarrow{AB} = \langle a , b \rangle$

$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{a^2 + b^2}$

العمليات على المتجهات

إذا كان $\mathbf{a} = \langle a_1, a_2 \rangle, \mathbf{b} = \langle b_1, b_2 \rangle$ متجهين و k عددًا حقيقيًا، فإن:

$\mathbf{a} + \mathbf{b} = \langle a_1 + b_1, a_2 + b_2 \rangle$

$\mathbf{a} - \mathbf{b} = \langle a_1 - b_1, a_2 - b_2 \rangle$

$k\,\mathbf{a} = \langle k a_1, k a_2 \rangle$

متجه الوحدة

تعريفه

طوله يساوي 1 ورمزه u

متجه الوحدة u الذي له نفس اتجاه المتجه v

$$\mathbf{u} = \frac{\mathbf{v}}{|\mathbf{v}|}$$

التوافق الخطي

كتابة المتجه v بدلالة متجهي الوحدة القياسيين i , j

$$\mathbf{v} = a\mathbf{i} + b\mathbf{j}$$

المتجه بدلالة طوله وزاوية اتجاهه مع الافقي

كتابة المتجه

$v = \langle a , b \rangle$

بدلالة الطول و الزاوية θ

$$\mathbf{v} = \langle |v| \cos\theta, |v| \sin\theta \rangle$$

زاوية المتجه مع الاتجاه الموجب لمحور x

زاوية اتجاه المتجه

$v = \langle a , b \rangle$ مع الاتجاه الأفقي الموجب لـ x

$$\tan\theta = \frac{b}{a}$$

مهم لإيجاد الزاوية الصحيحة للمتجه/

١/تحديد الربع الذي يقع فيه المتجه .

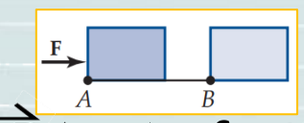
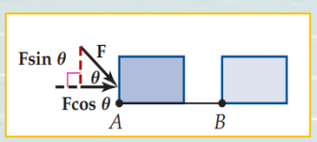
٢/إيجاد الزاوية θ من القانون ، ثم نطبق عليها قاعدة الزوايا حسب الربع.

180-θ	θ
180+θ	360-θ

سميرة الشهري
samira alshariy

الضرب الداخلي

الضرب الداخلي

الضرب الداخلي لمتجهين	المتجهان المتعامدان	خصائص الضرب الداخلي	الزاوية بين متجهين	الشغل
$A=\langle a_1, a_2\rangle$ $B=\langle b_1, b_2\rangle$ $A \bullet B =$ $a_1 b_1 + a_2 b_2$	يكون المتجهان غير الصفريين a , b متعامدين إذا وإذا فقط $a \bullet b = 0$	الإبدالية $u \bullet v = v \bullet u$ التوزيع $u \bullet (v + w) = u \bullet v + u \bullet w$ الضرب في عدد حقيقي $k(u \bullet v) = ku \bullet v = u \bullet kv$ الضرب الداخلي في المتجه الصفري $0 \bullet u = 0$ الضرب الداخلي وطول المتجه $u \bullet u = \lvert u \rvert^2$	إذا كانت θ زاوية بين متجهين غير صفريين a , b فإن $\cos\theta = \frac{a \bullet b}{\lvert a \rvert \ \lvert b \rvert}$	*القوة f موازية لـ $\overrightarrow{AB}$ $W = \lvert f \rvert \ \lvert AB \rvert$  *القوة f بأي اتجاه لـ $\overrightarrow{AB}$ $W = f \bullet AB$ 

سميرة الشهري
samira alsbariy

المتجهات في الفضاء الثلاثي الأبعاد

المتجهات في الفضاء الثلاثي الأبعاد

نظام الإحداثيات ثلاثي الأبعاد	المسافة بين نقطتين في الفضاء	الوضع القياسي	متجهات الوحدة القياسية	العمليات على المتجهات	الصورة الإحداثية للمتجه $\overrightarrow{AB}$	طول المتجه $\overrightarrow{AB}$
هو نظام ينشأ من تقاطع ثلاث محاور x ,y, z وهو يظهر الأبعاد الثلاثة الطول والعرض والارتفاع وينقسم إلى ثمان مناطق يسمى كلاً منهما الثمن	المسافة بين النقطتين $A(x_1, y_1, z_1), B(x_2, y_2, z_2)$ يعطى بالعلاقة $AB = \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2}$	يكون المتجه في الفضاء في وضع قياسي إذا كانت نقطة بدايته هي نقطة الأصل < o , o , o >	الصورة الإحداثية لمتجهات الوحدة القياسية $\mathbf{i} = \langle 1, 0, 0 \rangle$ $\mathbf{j} = \langle 0, 1, 0 \rangle$ $\mathbf{k} = \langle 0, 0, 1 \rangle$	a , b متجهين في الفضاء و k عدد حقيقي $\mathbf{a} = \langle a_1, a_2, a_3 \rangle$ $\mathbf{b} = \langle b_1, b_2, b_3 \rangle$ جمع المتجهين $\langle a_1+b_1, a_2+b_2, a_3+b_3 \rangle$ طرح المتجهين $\langle a_1-b_1, a_2-b_2, a_3-b_3 \rangle$ ضرب متجه في عدد حقيقي $k\mathbf{a} = \langle ka_1, ka_2, ka_3 \rangle$	نقطة البداية $A(x_1, y_1, z_1)$ نقطة النهاية $B(x_2, y_2, z_2)$ الصورة الإحداثية $\overrightarrow{AB} = \langle x_2-x_1, y_2-y_1, z_2-z_1 \rangle$	* الطول بمعلومية نقطة البداية و النهاية $A(x_1, y_1, z_1)$ $B(x_2, y_2, z_2)$ $\lvert\overrightarrow{AB}\rvert = \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2}$ * الطول بمعلومية الصورة الإحداثية $\overrightarrow{AB} = \langle a_1, a_2, a_3 \rangle$ $\lvert\overrightarrow{AB}\rvert = \sqrt{a_1^2+a_2^2+a_3^2}$
تعين النقاط والمتجهات في الفضاء	نقطة منتصف القطعة المستقيمة في الفضاء	المتجه الصفري	التوافق الخطي	متجه الوحدة u باتجاه $\overrightarrow{AB}$		
*تعين النقطة في الفضاء بثلاثيات مرتبة (x , y, z) *يعين المتجه بصورتة الإحداثية < x , y , z > ويرسم في وضع قياسي	نقطة منتصف المسافة بين النقطتين $A(x_1, y_1, z_1), B(x_2, y_2, z_2)$ يعطى بالعلاقة $M\left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}, \frac{z_1+z_2}{2}\right)$	هو متجه طوله يساوي صفر وليس له اتجاه ويعبر عنه بالصورة الثلاثية O = < o, o, o >	يكتب المتجه V = $\langle v_1, v_2, v_3 \rangle$ كتوافق خطي $v_1\mathbf{i} + v_2\mathbf{j} + v_3\mathbf{k}$	$\mathbf{u} = \frac{\overrightarrow{AB}}{\lvert\overrightarrow{AB}\rvert}$		

سعيرة الشهري
samira alsbariy

الضرب الداخلي والضرب الاتجاهي للمتجهات في الفضاء

الضرب الداخلي والضرب الإتجاهي للمتجهات في الفضاء

الضرب الداخلي لمتجهين

$$\mathbf{a} = \langle a_1, a_2, a_3 \rangle$$

$$\mathbf{b} = \langle b_1, b_2, b_3 \rangle$$

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3$$

الزاوية بين متجهين

الزاوية بين المتجهين $\mathbf{a}, \mathbf{b}$

$$\cos\theta = \frac{\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}}{|\mathbf{a}|\,|\mathbf{b}|}$$

الضرب الاتجاهي لمتجهين

الضرب الاتجاهي للمتجهين $\mathbf{a}, \mathbf{b}$

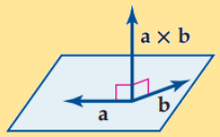
$$\mathbf{a} = a_1\mathbf{i} + a_2\mathbf{j} + a_3\mathbf{k}$$

$$\mathbf{b} = b_1\mathbf{i} + b_2\mathbf{j} + b_3\mathbf{k}$$

$$\mathbf{a} \times \mathbf{b} =$$

$$(a_2b_3 - a_3b_2)\mathbf{i} - (a_1b_3 - a_3b_1)\mathbf{j} + (a_1b_2 - a_2b_1)\mathbf{k}$$

مساحة سطح متوازي أضلاع في الفضاء



مساحة سطح متوازي أضلاع في الفضاء الذي فيه $\mathbf{u}, \mathbf{v}$ ضلعان متجاوران

$$|\mathbf{u} \times \mathbf{v}|$$

الضرب القياسي الثلاثي

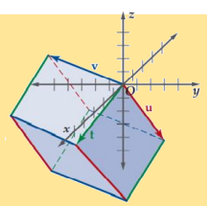
الضرب القياسي الثلاثي للمتجهات $\mathbf{t}, \mathbf{u}, \mathbf{v}$

$$\mathbf{t} = t_1\mathbf{i} + t_2\mathbf{j} + t_3\mathbf{k}$$

$$\mathbf{u} = u_1\mathbf{i} + u_2\mathbf{j} + u_3\mathbf{k}$$

$$\mathbf{v} = v_1\mathbf{i} + v_2\mathbf{j} + v_3\mathbf{k}$$

$$\mathbf{t} \cdot (\mathbf{u} \times \mathbf{v}) = \begin{vmatrix} t_1 & t_2 & t_3 \\ u_1 & u_2 & u_3 \\ v_1 & v_2 & v_3 \end{vmatrix}$$



حجم متوازي السطوح في الفضاء الناتج عن تلاقي ثلاث متجهات في مستويات مختلفة

$$|\mathbf{t} \cdot (\mathbf{u} \times \mathbf{v})|$$

المتجهات المتعامدة

شرط تعامد المتجهين $\mathbf{a}, \mathbf{b}$

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = 0$$

سميرة البحري
samira alsbariy

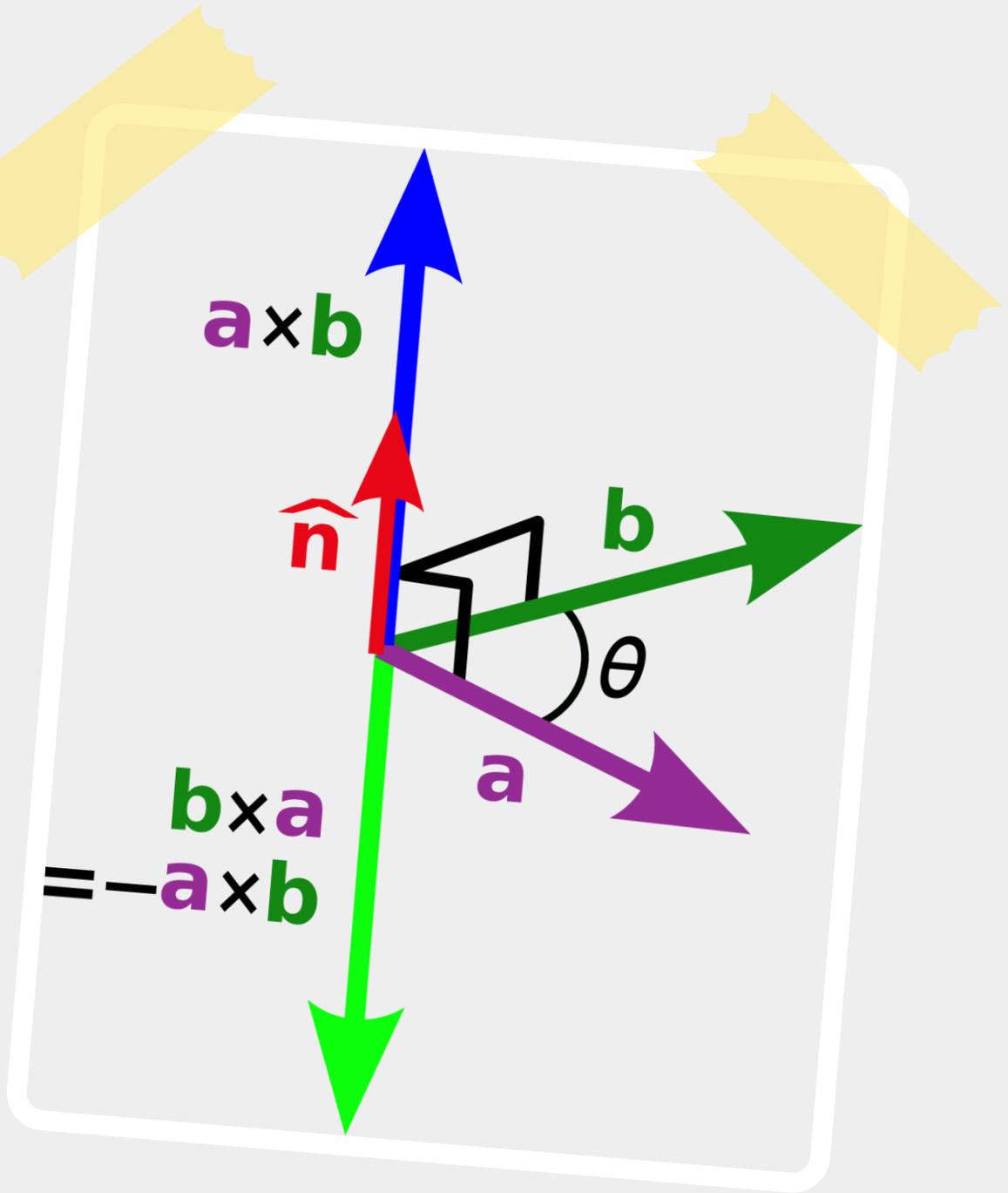
الفصل الأول (المتجهات)

أوراق عمل

اختبر مفرداتك

تحصيلي

مسابقة



أوراق العمل

1 - 1

1 - 2

1 - 3

1 - 4

1 - 5

سميرة الشهري
samira alshariy

اختبر مفرداتك

اختبر مفرداتك
الفصل الأول (المتجهات)

حدد ما إذا كانت العبارات الآتية صحيحة أم خاطئة ، وإذاكانت خاطئة فاستبدل ماتحته خط لتصبح العبارة صحيحة

1)نقطة نهاية المتجه هي الموقع الذي يبدأ منه.

2)إذا كان < 2, 3 >= b ,< 1, 4- >= a ، فإن الضرب الداخلي للمتجهين هو (2) 3 + (1) 4- .

3) نقطة منتصف $\overline{AB}$ عندما تكون $A(x_1, y_1, z_1)$, $B = (x_2, y_2, z_2)$ ، هي $\left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}, \frac{z_1+z_2}{2}\right)$.

4) طول المتجه r الذي نقطة بدايته (2 , 1-) = A ، ونقطة نهايته(4- , 2)= B هو < 6 , 3- > .

5) يتساوى متجهان إذا وفقط إذا كان لهما الطول نفسه، والاتجاه نفسه.

6) إذا تعامد متجهان غير صفريين، فإن قياس الزاوية بينهما 180° .

7) لتجد متجهآ يعامد أي متجهين على الأقل في الفضاء، أوجد الضرب الاتجاهي للمتجهين الأصليين.

8) طرح متجه يكافئ إضافة معكوس المتجه.

9)إذا كان متجه وحدة باتجاه ، فإن $v = \frac{|u|}{u}$.

سعيرة الشهري
samira alshariy

الفصل 1

المتجهات

تحصيلي

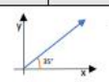
أسئلة تحصيلي رياضيات – الفصل الاول

math

1) اي الكميات التالية كميه متجهة

A المسافة	B الكتلة	C الزمن	D الإزاحة

2) قياس زاوية الاتجاه الحقيقي للمتجه المجاور



A 090^0	B 055^0	C 35^0	D 053^0

3)إذا كان اتجاه متجه120^0فأن اتجاهه الربعي

A $N30^0E$	B $N30^0W$	C $N60^0E$	D $N60^0W$

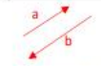
4) إذا كان اتجاه متجه180^0فأن قياس زاوية اتجاهه الحقيقي

A 180^o	B 300^o	C 90^0	D 270^0

5) في الشكل المجاور المتجه الذي يمثل محصلة المتجهين الاخرين هو

A $w+u$	B u	C w	D v

6) في الشكل المجاور , أي الخيارات التالية
يمثل العلاقة بين المتجهين a,b



A متساويان	B متوازيان	C متطابقان	D aمعكوس لـ b

7) لاعب يركل كرة قدم من سطح الأرض بسرعة مقدارها 40ft/s
و بزاوية30^0 مع الأرض, ان مقدار المركبة الرأسية

A $20\sqrt{3}ft/s$	B $20ft/s$	C $40\sqrt{3}ft/s$	D 1

8) ما الصورة الاحداثية لـ$\overrightarrow{AB}$ حيث A(5,3) ، B(6,-9)

A <-1,12>	B <11,-6>	C <1,-12>	D <30,27>

9)أي المتجهات التاليه طوله 6 وحدات

A $(\sqrt{5},1)$	B $(2,4)$	C $(2,\sqrt{3})$	D $(3\sqrt{3},3)$

10) إذا كان v=<7,3> , u=<6,3> فأن u-v يساوي

A <3,4>	B <-1,0>	C <-1,3>	D <1,3>

11)المتجه v=<2,3> بدلالة متجهي الوحدة القياسية يساوي

A $2i-3j$	B $2i+3j$	C $i+5j$	D $5i+j$

12) الصورة الاحداثية لمتجه طوله 6 و زاوية اتجاهه مع الافقي 150^0

A $(3\sqrt{3},-3)$	B $(3,3\sqrt{3})$	C $(-3\sqrt{3},3)$	D $(3,-3\sqrt{3})$

13) إذا كان v=<5,7> و u=<3,-2>فأن u.v يساوي

A -14	B 15	C 1	D -1

14)اذا كان المتجهان<u=<1,-2> و <v=<3,k> متعامدان فأن قيمة k

A $\frac{-3}{2}$	B $\frac{3}{2}$	C 2	D -2

15) قياس الزاوية بين المتجهين <3,3>,<2,0>

A 45^o	B 135^o	C 30^o	D 120^o

16) نوع المثلث الذي رؤوسه النقاط A(0,3,5) , B(1,0,2) , C(0,-3,5)

A متطابق الضلعين	B قائم الزاوية	C مختلف الاضلاع	D متطابق الاضلاع

17) إذا كانت (3,0,6) نقطة منتصف بين النقطتين A(2,3,4) , B(4,-3,k) فأن k تساوي

A 6	B 2	C 12	D 8

18)أي مما يلي متجهان متعامدان

A <1,0,0><1,2,3>	B <1,-2,3>,<2,-4,6>	C <3,-5,4>,<6,2,-2>	D <3,4,6>,<6,4,3>

19) متوازي اضلاع فيه v=7i+2j-2k و v=4i+3j-k ضلعان متجاوران ، ماامساحته بالوحدات المربعة

A $\sqrt{458}$	B $\sqrt{186}$	C 21	D 13

20) أي المتجهات التالية عمودي على المتجهين
v=2i-k , w=4i+3j-k

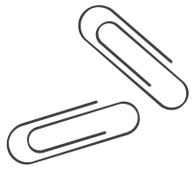
A <-3,6,-6>	B <-3,2,6>	C <-3,-6,6>	D <3,-2,6>

سميرة الشهري
samira alshariy

اضغط هنا

سميرة الشهري
samira alshariy

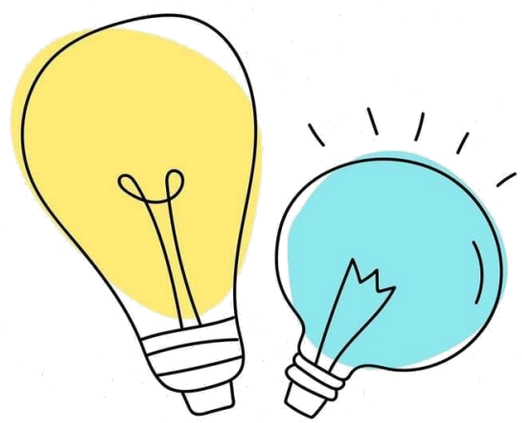
مسابقة



اختبر مفرداتك على برنامج

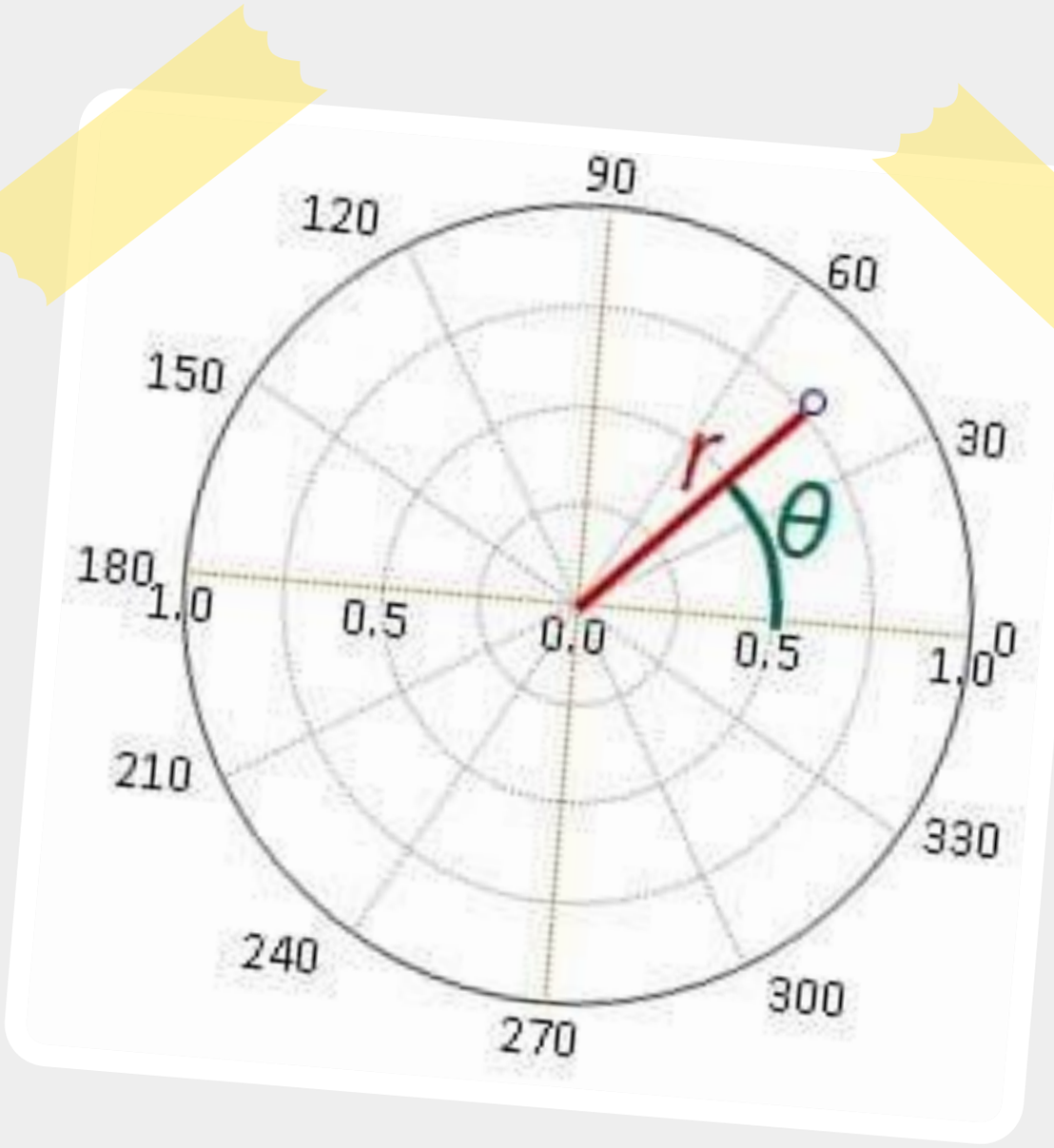
Wordwall

اضغط هنا



الفصل الثاني:

الإحداثيات القطبية والأعداد المركبة



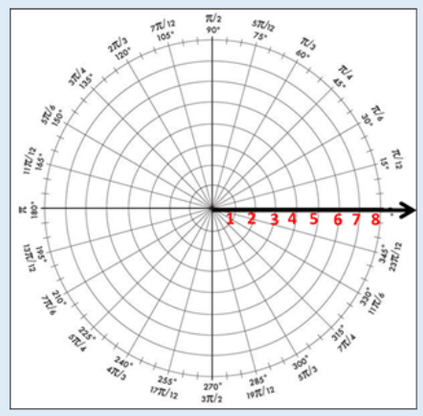
الإحداثيات القطبية

الإحداثيات القطبية

المستوى القطبي

يتكون من القطب والمحور القطبي وتمثل النقاط بالزوج

(r , θ)



المعادلة القطبية

معادلة مكتوبة بدلالة الإحداثيات القطبية من امثلتها

r = k (k عدد حقيقي)

تمثل بدائرة مركزه القطب ونصف قطرها k

θ = h (h عدد حقيقي)

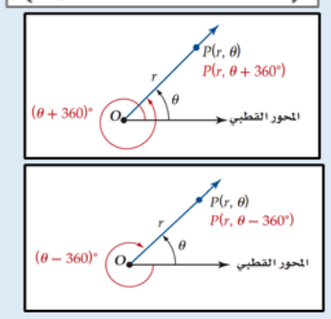
تمثل بخط مستقيم يصنع زاوية h مع المحور القطبي

قياس الزاوية في نظام الإحداثيات القطبية

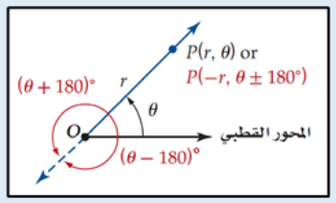
كل زاوية تكتب بعدد لانهائي من الطرائق

(r , θ)

$(r, \theta \pm 360°)$ أو $(r, \theta \pm 2\pi)$



$(-r, \theta \pm 180°)$ أو $(-r, \theta \pm \pi)$



المسافة بالصيغة القطبية

النقطتان في المستوى القطبي

$P_1(r_1, \theta_1), P_2(r_2, \theta_2)$

تعطى المسافة بينهما

$P_1P_2 =$

$$\sqrt{r_1^2 + r_2^2 - 2r_1r_2\cos(\theta_2 - \theta_1)}$$

سميرة الشهري
samira alshariy

الصورة القطبية والصورة الديكارتية للمعادلات

الصورة القطبية والصورة الديكارتية للمعادلات

تحويل الإحداثيات القطبية إلى إحداثيات ديكارتية
$(r,\theta) \longrightarrow (x,y)$

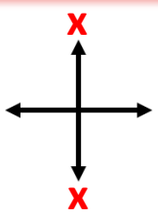
$X = r\cos\theta$

$y = r\sin\theta$

$(r\cos\theta , r\sin\theta)$

تحويل الإحداثيات الديكارتية إلى إحداثيات قطبية
$(x,y) \longrightarrow (r,\theta)$

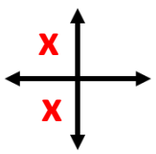
X = 0



$r = -y$
$\theta = -90^\circ$

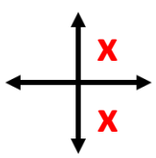
$r = y$
$\theta = 90^0$

X < 0



$r = \sqrt{x^2+y^2}$
$\tan\theta = \frac{y}{x} + 180$

X > 0



$r = \sqrt{x^2+y^2}$
$\tan\theta = \frac{y}{x}$

سميرة الشهري
samira alshariy

الصورة القطبية والصورة الديكارتية للمعادلات

الصورة القطبية والصورة الديكارتية للمعادلات

- تحويل المعادلات الديكارتية إلى معادلات القطبية
- تحويل المعادلات القطبية إلى معادلات ديكارتية
- قوانين المتطابقات المثلثية

1/التعويض عن x بـ r cos θ
وعن y بـ r sin θ
2/ تبسيط المعادلة الناتجة بالطرق الجبرية والمتطابقات المثلثية

1/الإستفادة من العلاقات

$$x = r\cos\theta$$
$$y = r\sin\theta$$
$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$
$$\tan\theta = \frac{y}{x}$$

2/ تبسيط المعادلة الناتجة بالطرق الجبرية

المتطابقات المثلثية الأساسية

المتطابقات النسبية	متطابقات المقلوب	متطابقات فيثاغورس	متطابقات الزاويتين المتتامتين	متطابقات الدوال الزوجية والفردية
$\cot\theta = \frac{\cos\theta}{\sin\theta}, \sin\theta \neq 0$	$\sin\theta = \frac{1}{\csc\theta}, \csc\theta \neq 0$	$\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1$	$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \cos\theta$	$\sin(-\theta) = -\sin\theta$
$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}, \cos\theta \neq 0$	$\cos\theta = \frac{1}{\sec\theta}, \sec\theta \neq 0$	$\tan^2\theta + 1 = \sec^2\theta$	$\cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \sin\theta$	$\cos(-\theta) = \cos\theta$
	$\tan\theta = \frac{1}{\cot\theta}, \cot\theta \neq 0$	$\cot^2\theta + 1 = \csc^2\theta$	$\tan\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \cot\theta$	$\tan(-\theta) = -\tan\theta$
	$\csc\theta = \frac{1}{\sin\theta}, \sin\theta \neq 0$			
	$\sec\theta = \frac{1}{\cos\theta}, \cos\theta \neq 0$			
	$\cot\theta = \frac{1}{\tan\theta}, \tan\theta \neq 0$			

المتطابقات المثلثية لنصف الزاوية وضعفها

متطابقات النصف	متطابقات الضعف
$\cos\frac{\theta}{2} = \pm\sqrt{\frac{1+\cos\theta}{2}}$	$\cos 2\theta = \cos^2\theta - \sin^2\theta$
$\sin\frac{\theta}{2} = \pm\sqrt{\frac{1-\cos\theta}{2}}$	$\cos 2\theta = 2\cos^2\theta - 1$
$\tan\frac{\theta}{2} = \pm\sqrt{\frac{1-\cos\theta}{1+\cos\theta}}, \cos\theta \neq -1$	$\cos 2\theta = 1 - 2\sin^2\theta$
	$\sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta$
	$\tan 2\theta = \frac{2\tan\theta}{1-\tan^2\theta}$

المتطابقات المثلثية لمجموع زاويتين والفرق بينهما

متطابقات المجموع	متطابقات الفرق
$\sin(A+B) = \sin A\cos B + \cos A\sin B$	$\sin(A-B) = \sin A\cos B - \cos A\sin B$
$\cos(A+B) = \cos A\cos B - \sin A\sin B$	$\cos(A-B) = \cos A\cos B + \sin A\sin B$
$\tan(A+B) = \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A\tan B}$	$\tan(A-B) = \frac{\tan A - \tan B}{1 + \tan A\tan B}$

سميرة الشهري
samira alsbariy

الأعداد المركبة ونظرية ديموافر

الأعداد المركبة ونظرية ديموافر

المستوى المركب

يتكون من محور افقي حقيقي ومحور رأسي تخيلي وتمثل الأعداد المركبة بالنقطة

(a , b)

القيمة المطلقة للعدد المركب

القيمة المطلقة للعدد المركب
Z = a + b i

$$|z| = |a + bi|$$

$$= \sqrt{a^2 + b^2}$$

الصورة الديكارتية للعدد المركب

$$z = a + bi$$

الصورة القطبية للعدد المركب

Z = a + b i
Z = r (cos θ + ¡sin θ)

r

$$r = \sqrt{a^2 + b^2}$$

θ

a = 0

a

a

$\theta = 90^0$ b > 1
$\theta = -90^\circ$ b < 1

a < 0

a

a

$\theta = \text{Tan}^{-1}\frac{b}{a} + \pi$

a > 0

a

a

$\theta = \text{Tan}^{-1}\frac{b}{a}$

سعيرة الشهري
samira alsbariy

الأعداد المركبة ونظرية ديموافر

الأعداد المركبة ونظرية ديموافر

ضرب وقسمة الأعداد المركبة على الصورة القطبية

للعددين المركبين

$z_2 = r_2(\cos\theta_2 + i\sin\theta_2)$

$z_1 = r_1(\cos\theta_1 + i\sin\theta_1)$

صيغة الضرب

$z_1 z_2 = r_1 r_2[\cos(\theta_1 + \theta_2) + i\sin(\theta_1 + \theta_2)]$

صيغة القسمة

$\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1}{r_2}[\cos(\theta_1 - \theta_2) + i\sin(\theta_1 - \theta_2)]$

حيث $z_2 \neq 0$ ، $r_2 \neq 0$

نظرية ديموافر وقوى الأعداد المركبة

إذا كان

$z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$

وكان

n عددًا صحيحًا موجبًا

فإن

$z^n = r^n(\cos n\theta + i\sin n\theta)$

الجذور المختلفة

إذا كان

$z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$

وكان

$n \geq 2$

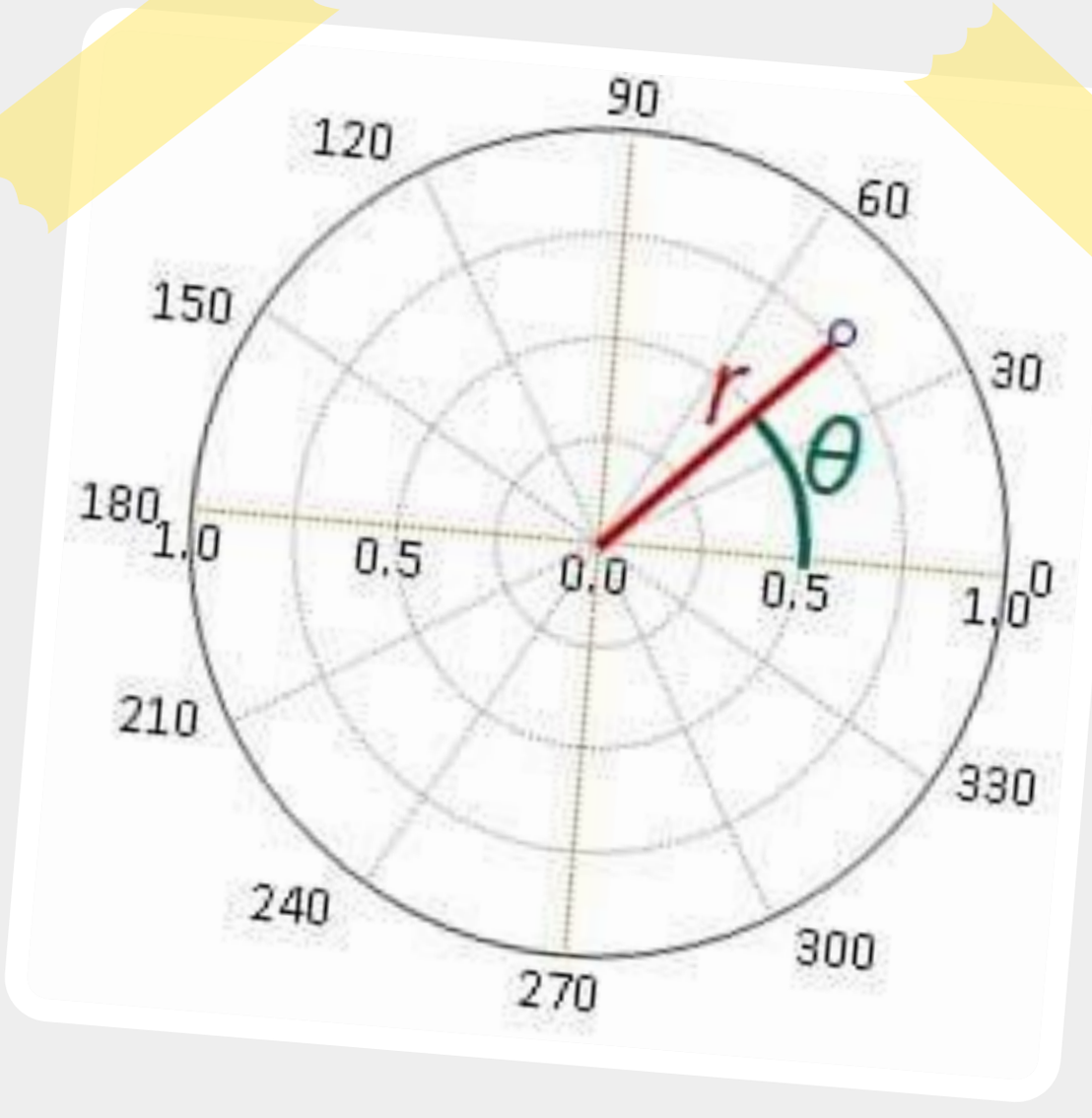
فإنة يوجد عدد من الجذور المختلفة لهذا العدد توجد كالتالى

$r^{\frac{1}{n}}\left(\cos\frac{\theta + 2k\pi}{n} + i\sin\frac{\theta + 2k\pi}{n}\right)$

حيث $k = 0, 1, 2, \ldots, n-1$

سميرة الشهري
samira alshariy

الفصل الثاني
(الاحداثيات القطبية والأعداد المركبة)



أوراق عمل

اختبر مفرداتك

تحصيلي

مسابقة

أوراق العمل

2 - 1

2 - 2

2 - 3

اختبر مفرداتك

اختبر مفرداتك

الفصل الثاني: (الإحداثيات القطبية والأعداد المركبة)

math

اختر المفردة المناسبة من القائمة لإكمال الجمل التالية

نظام الإحداثيات القطبية	المحورالقطبي	المعادلة القطبية	المستوى المركب	المحورالتخيلي	القيمة المطلقة لعدد مركب	الصورة المثلثية	السعة
القطب	الإحداثيات القطبية	التمثيل القطبي	المحورالحقيقي	مستوى آرجاند	الصورة القطبية	المقياس	الجذور النونية للعدد واحد

1) _____ هو مجموعة كل النقاط (θ , r) التي تحقق معادلة قطبية معطاة .

2) المستوى الذي يحوي محوراً يمثل الجزء الحقيقي ، وآخر يمثل الجزء التخيلي هو _____ .

3) يحدد موقع نقطة في _____ باستعمال المسافة المتجه من نقطة ثابتة إلى النقطة نفسها ، وزاوية متجهة من محور ثابت .

4) _____ هي الزاوية θ لعدد مركب مكتوب على الصورة r (cosθ +i sin θ) .

5) تسمى نقطة الأصل في نظام الإحداثيات القطبية بـ _____ .

6) تسمى القيمة المطلقة لعدد مركب بـ _____ .

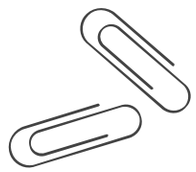
7) _____ هو اسم آخر للمستوى المركب .

8) _____ هو نصف مستقيم ممتد من القطب ، ويكون أفقياً باتجاه اليمين .

سميرة الشهري
samira alshariy

الإحداثيات القطبية والأعداد المركبة

تحصيلي



أسئلة تحصيلي رياضيات – الفصل الثاني

math

1) النقطة في المستوى القطبي التي لها نفس التمثيل البياني للنقطه $(3,60°)$			
A $(3,300°)$	B $(4,420°)$	C $(-3,240°)$	D $(3,-120°)$
2) أي المعادلات التاليه هو معادلة خط مستقيم زاوية ميله ° 30			
A $\theta = 30°$	B $\theta = 120°$	C r=3	D r=30
3) الاحداثي الديكارتي للنقطة $(4,60^o)$			
A $(2,2\sqrt{3})$	B $(4,\sqrt{3})$	C $(2,2)$	D $(4,2\sqrt{3})$
4)النقطه$(\sqrt{3},-1)$ تحول الى إحداثي قطبي			
A $(0,60^0)$	B $(\sqrt{3},330^0)$	C $(0,30^0)$	D $(2,330^0)$
5) X=2 تحول الى معادلة قطبية			
A $r = 2\cot\theta$	B $r = 2\tan\theta$	C $r = 2\sec\theta$	D $r = 2\csc\theta$
6) سعة العدد المركب $Z = 7\left(\cos\frac{\pi}{3} + 2\sin\frac{\pi}{3}\right)$			
A 3	B 7	C -7	D $\frac{\pi}{3}$
7المسافه بين النقطتين $P_1 = (r, 0^0)$ $P_2 = (4, 90^0)$ 5 وحدات فما قيمة r ؟			
A 2	B 4	C 3	D 1

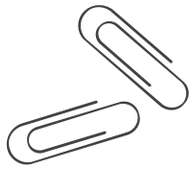
8) الشكل المجاور يمثل المعادله القطبية			
A r=3	B r=2	C r=4	D r=6
9) القيمه المطلقه للعدد المركب $4i + 3$ تساوي			
A 5	B 4	C 3	D 2
10) الصورة الديكارتيه للعدد المركب $2(\cos 45^0 + 2\sin 45°)$ هي			
A $\sqrt{2} + \sqrt{2i}$	B $2\sqrt{2i}$	C $2 + 2i$	D $2\sqrt{2} + 2\sqrt{2i}$
11)عدد مركب سعته ° 30 ومقياسه3 الصورة القطبية لهذا العدد			
A $3(\cos 30^0 + i\sin 30^o)$	B $3(\sin 30^0 + i\cos 30^0)$	C $\sin 30° + i\cos 30^0$	D $\cos 90^0 + i\sin 90^0$
12) إذا كانت $P(3,3\sqrt{3})$ فأن الاحداثيات القطبيه لها			
A $(6,45^0)$	B $(6,30^0)$	C $(6,60^0)$	D $(3,90^0)$
13) عند إيجاد الجذور الرباعيه للعدد واحد فأن مقياس الجذر الثالث يساوي			
A 4	B 2	C 3	D 1
14)إذا كان $P\left(5,\frac{\pi}{3}\right)$ فأن الاحداثي الديكارتي للنقطه هو			
A $\left(\frac{5\sqrt{3}}{2},\frac{5}{2}\right)$	B $\left(\frac{10}{\sqrt{3}},10\right)$	C $\left(10,\frac{10}{\sqrt{3}}\right)$	D $\left(\frac{5}{2},\frac{5\sqrt{3}}{2}\right)$

15) سعة العدد المركب $z = 2\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right)$			
A 60^0	B 45^0	C 30^0	D 90^o

سعيرة الشهري
samira alshariy

اضغط هنا

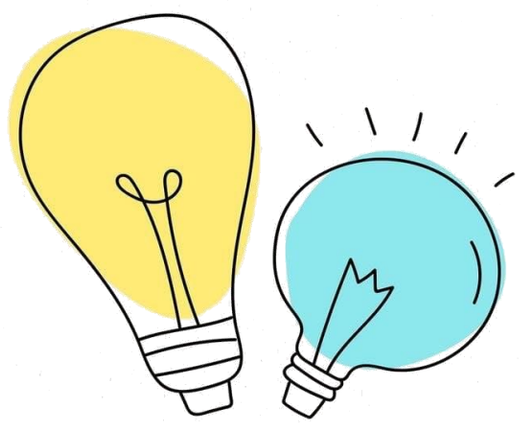
سعيرة الشهري
samira alshariy



مسابقة

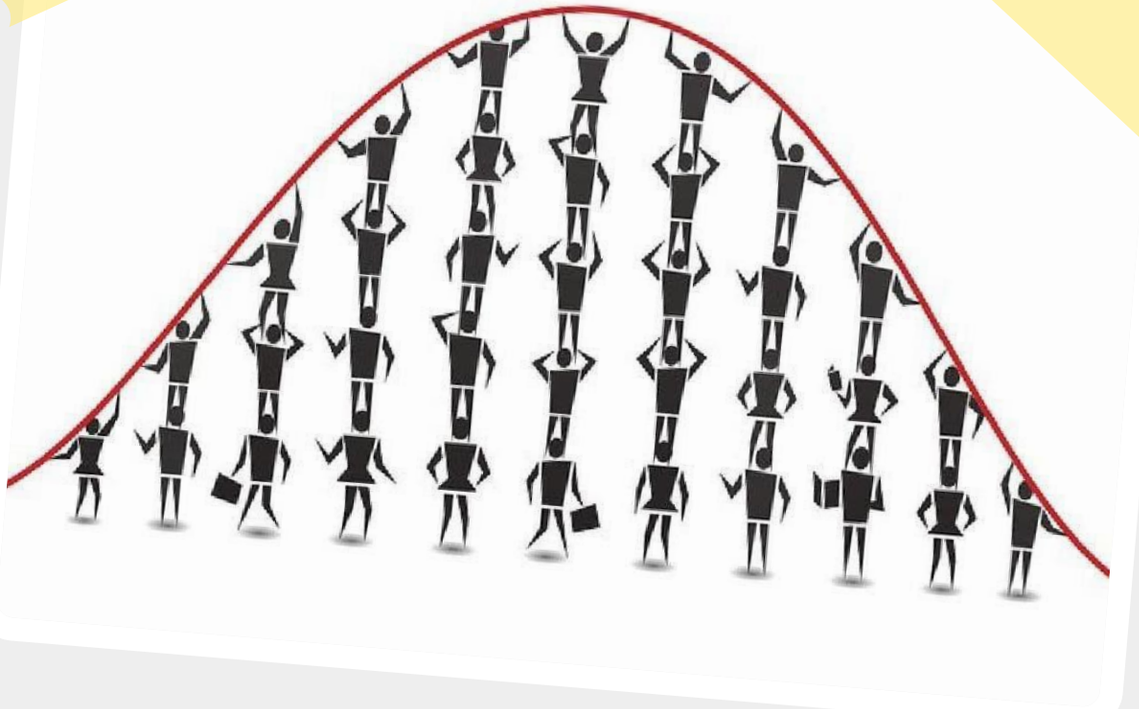
اختبر مفرداتك على برنامج

اضغط هنا



الفصل الثالث

الاحتمال والإحصاء



الدراسات التجريبية والمسحية وبالملاحظة

الدراسات المسحية والتجريبية والقائمة على الملاحظة

أنواع الدراسات

- **الدراسات المسحية**
  - جمع المعلومات والبيانات حول موضوع معين من جميع افراد المجتمع موضوع الدراسة وتحليلها
  - **لتجنب التحيز في العينات**
    - عشوائية مناسبة
      - حجمها كبير نسبياً
      - غير متحيزة
    - الأسئلة المطروحة غير متحيزة
- **الدراسات القائمة على الملاحظة**
  - يتم فيها ملاحظة الأفراد من الباحث دون أي محاولة للتأثير في النتائج
- **الدراسات التجريبية**
  - يتم فيها إجراء معالجة خاصة من الباحث على (اشخاص ، حيوانات ، أشياء قيد الدراسة) ويجري ملاحظة استجابتهم
  - مجموعة تجريبية: مجموعة تخضع للمعالجة
  - مجموعة ضابطة: مجموعة لاتخضع للمعالجة
  - **لتجنب التحيز في هذه الدراسة**: المجموعة الضابطة يجب أن تخضع لمعالجة شكلية

استعمال كل دراسة

- **الدراسات المسحية**: عند الرغبة في جمع بيانات أو آراء أفراد المجتمع حول موضوع معين
- **الدراسات القائمة على الملاحظة**: عند الرغبة في دراسة أثر معالجة سابقة تعرض لها أفراد من المجتمع دون التأثير عليهم من الباحث
- **الدراسات التجريبية**: عند الرغبة في اختبار طريقة جديدة أو دراسة نتائج معالجة مقصودة يقوم بها الباحث

التميز بين الأرتباط والسببية

- **الارتباط**: الظاهرة الأولى ⟷ تؤثر في ⟷ الظاهرة الثانية
- **السببية**: الظاهرة الأولى ← سبب مباشر لحدوث ← الظاهرة الثانية

samira alsbariy

التحليل الإحصائي

التحليل الإحصائي

مقاييس النزعة المركزية

- **المتوسط الحسابي أو الوسط**: مجموع البيانات / عددها
- **المنوال**: العدد الأكثر تكرراً في البيانات
- **الوسيط**: ترتب البيانات تصاعدياً
  - عدد البيانات فردي: الوسيط = العدد في المنتصف
  - عدد البيانات زوجي: الوسيط = مجموع العددين في المنتصف / ٢

المقاييس أكثر فائدة عندما
- **المتوسط الحسابي/** عندما لاتوجد قيم متطرفة
- **الوسيط/** عندما توجد قيم متطرفة ولاتوجد فجوات كبيرة
- **المنوال/** إذا وجدت بيانات متساوية

أنواع المقاييس
- **المعلمة**: يصف خاصية في المجتمع
- **الإحصائي**: يصف خاصية في العينة

هامش خطأ المعاينة

يحدد الفترة التي تتضمن نسبة أفراد المجتمع الذين أفادوا بموافقتهم على الدراسة ويعطى بالعلاقة

$\pm\frac{1}{\sqrt{n}}$ n حجم العينة

مقاييس التشتت

تصف مقدار تباعد أو تقارب البيانات من المتوسط

اشهر أنواعها

- **الإنحراف المعياري**
  - **للعينة**: $s=\sqrt{\frac{\sum_{k=1}^{n}(x_k-\bar{x})^2}{n-1}}$
    - n عدد قيم العينة
    - $\bar{x}$ المتوسط الحسابي
    - x_k قيم العينة
  - **للمجتمع**: $\sigma=\sqrt{\frac{\sum_{k=1}^{n}(x_k-\mu)^2}{n}}$
    - n عدد قيم العينة
    - μ المتوسط الحسابي
    - x_k قيم المجتمع
- **التباين**
  - **للعينة**: s^2
  - **للمجتمع**: σ^2

samira alsbariy

الاحتمال المشروط

الاحتمال المشروط

الاحتمال المشروط

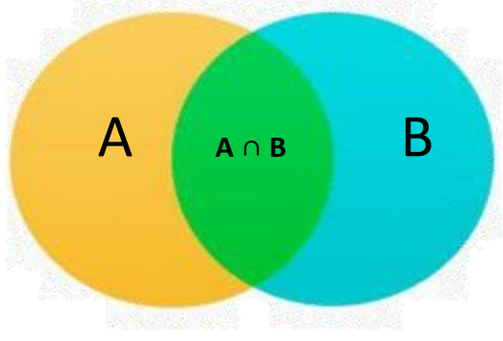
إذا كانت A , B حوادث مستقلة
فإن
احتمال وقوع الحادثة B
بشرط وقوع الحادثة A

$$P(B \mid A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

$$P(A) \neq 0$$

الجداول التوافقية

جداول تكرارية ذات بعدين يتم فيها تسجيل البيانات ضمن خلايا كل خلية تمثل تكراراً نسبياً



سميرة الشهري
samira alshariy

الاحتمال والتوزيعات الاحتمالية

الاحتمال والتوزيعات الاحتمالية

الاحتمال p

نسبة تقيس وقوع حادثة ما

- **النجاح** s
  - وقوع الشئ المرغوب فيه
  - $P(S)=\frac{s}{s+f}$
- **الفشل** f
  - عدم وقوع الشئ المرغوب فيه
  - $P(F)=\frac{f}{s+f}$

لإيجاد عدد عناصر $s\ ,\ f,\ s+f$

- **التوافيق** ${}_nC_r$ تستخدم إذا كان الترتيب غير مهم
- **التباديل** ${}_nP_r$ تستخدم إذا كان الترتيب مهم

المتغير العشوائي

متغير يأخذ مجموعة من القيم لها احتمالات معلومة

- **متغير عشوائي منفصل**
  - له عدد محدود من القيم يمثل بنقاط منفصلة على خط الأعداد
- **متغير عشوائي متصل**
  - له عدد غير محدود من القيم يأخذ أي قيمة في فترة من R

التوزيع الاحتمالي

دالة تربط بين كل قيمة من قيم المتغير العشوائي X مع احتمال وقوعها $P(x)$

مهم

قد يكون التوزيع الاحتمالي منفصلاً او متصلاً حسب متغيره العشوائي

التعبير

- جدول
- تمثيل بياني
- معادلة

الشروط

- $0 \le P(X) \le 1$
- $\sum P(X)=1$

أنواع الاحتمالات

- **احتمالات نظرية**
  - مبنية على افتراضات يتوقع الحصول عليها
- **احتمالات تجريبية**
  - يتم تقديرها من عدد من التجارب

القيمة المتوقعة

مجموع كل متغير في احتماله

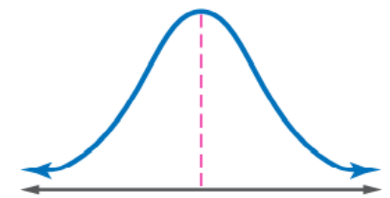
$$E(X)=\sum_{i=1}^{i=n} Xi.P(Xi)$$

سميرة الشهري
samira alshariy

التوزيع الطبيعي

التوزيع الطبيعي:

افضل مثال على التوزيعات الاحتمالية المتصلة ذات المتغير العشوائي المتصل



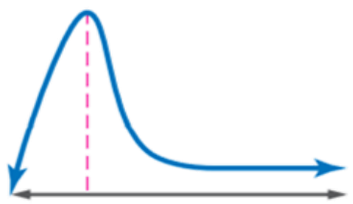
الخصائص

١/ المنحنى متصل يشبه الجرس
٢/ متماثل حول المستقيم الرأسي المار بالمتوسط
٣/ المتوسط = الوسيط =المنوال
٤/ يقترب المنحنى من المحور X ولكن لايمسه

التوزيعات الملتوية

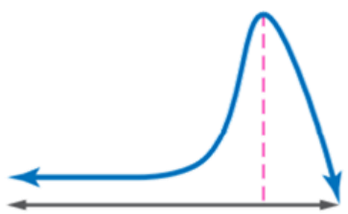
قد يظهر التوزيع الطبيعي كتوزيع ملتوي

التواء موجب
ملتو إلى اليمين



معظم البيانات تتركز يميناً

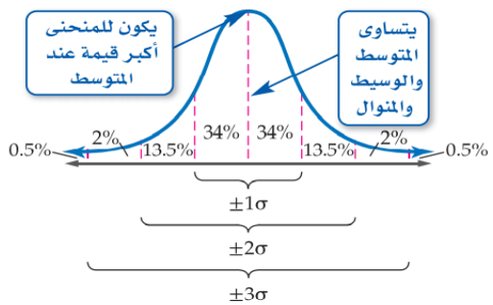
التواء سالب
ملتو إلى اليسار



معظم البيانات تتركز يساراً

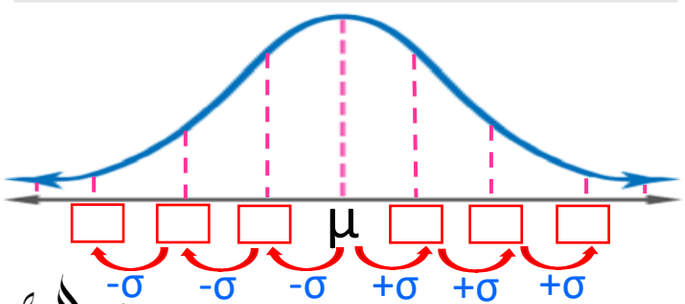
القانون التجريبي:

يستعمل لوصف المساحات تحت المنحنى الطبيعي والتي تقع ضمن إنحراف وإنحرافين أو ثلاثة من المتوسط



المتوسط الحسابي μ
الانحراف المعياري σ

طريقة مختصرة لإيجاد الانحرافات بمعلومية المتوسط



سميرة البحري
samira alsbariy

توزيعات ذات الحدين

التوزيعات ذات الحدين

تجربة ذات الحدين

تجربة احتمالية يكون لها نتيجتان فقط إما نجاح s أو فشل f

احتمال ذات الحدين

احتمال النجاح في X مره من n المحاولات المستقلة في تجربة ذات الحدين

$$P(X) = {}_nC_X\, p^X q^{n-X}$$

p احتمال النجاح
q احتمال الفشل

توزيع ذات الحدين

للمتغير العشوائي X في توزيع ذات الحدين يكون

المتوسط

$$\mu = np$$

التباين

$$\sigma^2 = npq$$

الانحراف المعياري

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{npq}$$

تقريب توزيع ذات الحدين

توزيع ذات الحدين **يقرب إلى** توزيع طبيعي

فقط إذا كان

$$n\,p \geq 5, n\,q \geq 5$$

وعليه يكون

$$\mu = np$$

$$\sigma = \sqrt{npq}$$

شروطها

- التجربة تعاد عدد (n) من المحاولات المستقلة (مرات)
- كل محاولة لها نتيجتان متوقعتان فقط ← نجاح s / فشل f
- احتمال النجاح $p = P(S)$ واحتمال الفشل $q = P(F) = 1 - p$
- المتغير العشوائي X يمثل عدد مرات النجاح في n من المحاولات

samira alsbariy

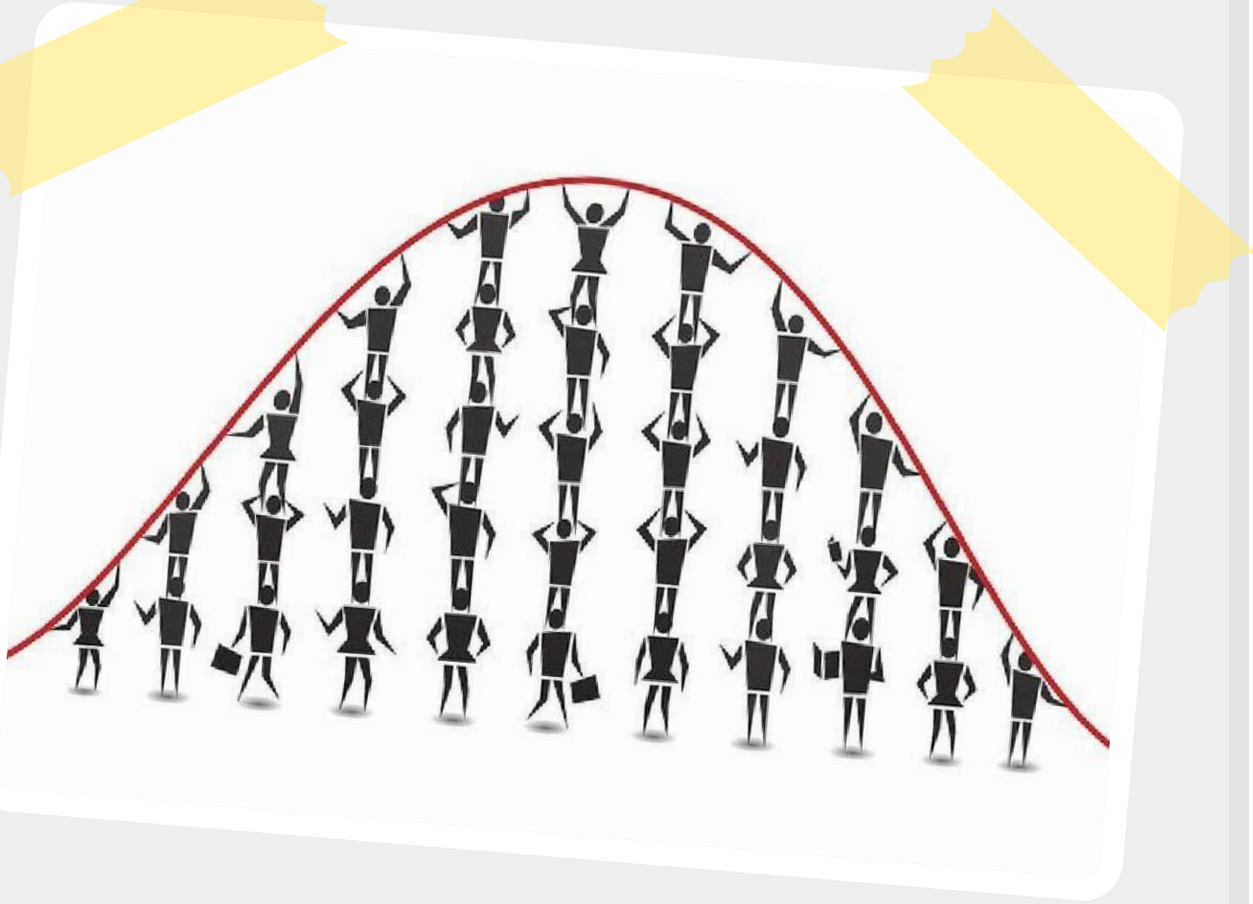
الفصل الثالث (الاحتمال والإحصاء)

أوراق عمل

اختبر مفرداتك

تحصيلي:

مسابقة



أوراق العمل

3 - 1

3 - 2

3 - 3

3 - 4

3 - 5

3 - 6

سميرة الشهري
samira alshariy

اختبر مفرداتك

اختبر مفرداتك
الفصل الثالث (الاحتمال والإحصاء)

math

اختر المفردة المناسبة من القائمة لإكمال العبارات التالية

النهاية من جهة واحدة	النهاية من جهتين	التعويض المباشر	الصيغة غير المحددة	المماس	معدل التغير اللحظي	قسمة الفرق	السرعة المتجهة اللحظية	الاشتقاق	المعادلة التفاضلية
المؤثر التفاضلي	التجزيء المنتظم	التكامل المحدد	الحد الأدنى	الحد الأعلى	مجموع ريمان الأول	الدالة الأصلية	التكامل غير المحدد	النظرية الأساسية في التفاضل والتكامل	

1) ميل المنحنى غير الخطي عند نقطة عليه هو _____ ، والذي يمكن تمثيله بميل مماس منحنى الدالة عند تلك النقطة .

2) يمكن إيجاد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى دالة والمحور X باستعمال _____ .

3) يمكن إيجاد نهايات دوال كثيرات الحدود والدوال النسبية باستعمال _____ ، وذلك إذا كان مقام الدالة النسبية لايساوي صفراً عند النقطة التي تحسب عندها النهاية .

4) إذا كان $F(x) = \hat{f}(x)$، فإن F (x) تسمى _____ لـ $f(x)$.

5) يسمى ناتج التعويض في النهايات على الصورة $\frac{0}{0}$ بـ _____ .

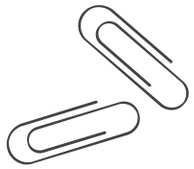
6) تسمى عملية إيجاد المشتقة بـ _____ .

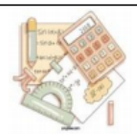
7) إذا سبقت دالة بـ _____ ، فإن ذلك يعني إيجاد مشتقة الدالة . $\frac{d}{d(x)}$

8) يطلق على السرعة المتجهة عند لحظة زمنية محددة _____ .

سميرة الشهري
samira alshariy

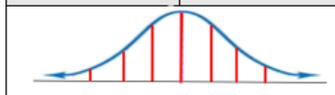
تحصيلي

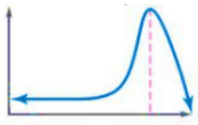




أسئلة تحصيلي رياضيات – الفصل الثالث

math

1/ نريد ان نعرف ما إذا كان التدخين لمدة 15 سنة يؤثر في سعة الرئة أم لا.			
(A) ارتباط	(B) دراسه بالملاحظه	(C) دراسه مسحيه	(D) دراسه تجريبيه
في دراسه مسحيه عشوائيه تشمل 100 طالب بمدرسة افاد 95% منهم ان الجولات ضرورية لهم, هامش خطأ المعاينه لهذه الدراسه			
(A) ± 0.001	(B) ± 0.01	(C) ± 10	(D) ± 0.1
3/ أي مما يلي ليس من مقاييس النزعة المركزية			
(A) المنوال	(B) الانحراف المعياري	(C) الوسيط	(D) الوسط الحسابي
4/ أجريت دراسه مسحيه على 625 شخص قالوا ان 47% من القراءه مفيده , أي عينه من الأشخاص قالوا انها مفيده جميعهم			
(A) بين43% و 51%	(B) بين44% و 50%	(C) بين40% و 50%	(D) بين45% و 49%
5/ أي من مقاييس النزعة المركزية يناسب البيانات بشكل افضل 15,46,52,47,75,42,53,45			
(A) المنوال	(B) الوسيط	(C) الوسط	(D) التباين
6/اذا اشترك عبدالله في سباق 400 متر مع ثلاثة رياضيين اخرين , فان احتمال ان ينهي عبدالله السباق في المركز الأول يساوي			
(A) %75	(B) %100	(C) %50	(D) %25
7/ من الشكل المجاور المساحه تحت منحنى التوزيع الطبيعي يساوي 			
(A) 1	(B) $\frac{1}{2}$	(C) $\frac{1}{4}$	(D) $\frac{3}{4}$

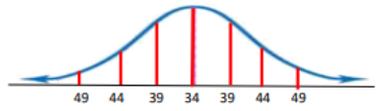
8/مجموعة بيانات تتوزع توزيعا طبيعيا فاذا كان وسطهما الحسابي 12 و انحرافهما المعياري 2 فما قيمة $P(10 < x < 16)$			
(A) %40	(B) %68	(C) %47.5	(D) %81.1
9/ما الوصف الأفضل للتمثيل البياني المجاور 			
(A) توزيعا مماثلا	(B) ذو التواء موجب	(C) ذو التواء سالب	(D) توزيعا طبيعيا

10/المشاركين و غير المشاركين في مسابقة القران الكريم في المرحلة الابتدائية, اذا اختير طالب عشوائيا, فما احتمال ان يكون مشاركا ؟ علما بأنه في الصف الثالث؟

	الصف الثاني	الصف الثالث
مشارك	30	40
غير مشارك	50	80

(A) $\frac{1}{3}$	(B) $\frac{3}{5}$	(C) $\frac{2}{5}$	(D) $\frac{1}{5}$

11/ في التوزيع الطبيعي المجاور الوسط 34 و الانحراف المعياري 5, ما احتمال ان تكون قيمه تم اختيارها عشوائيا اقل من 49؟



(A) %87	(B) %100	(C) %99.5	(D) %68
12/كسب لاعب 50% من مبارياته التي لعبها خلال مسيرته الرياضيه , ما احتمال ان يكسب 3 مباريات من بين 5 مباريات قادمه؟			
(A) $\frac{5}{16}$	(B) $\frac{3}{5}$	(C) $\frac{1}{2}$	(D) 1

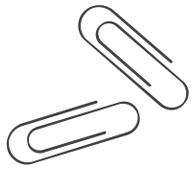
13/توزيع ذو حدين مقدار تباينه 25 ، انحرافه المعياري يساوي			
(A) 5	(B) 25	(C) 12.5	(D) 625
14/ مجموعة بينات انحرافهما المعياري 16 ، فأن تباينها يساوي			
(A) 128	(B) 256	(C) 16	(D) 4
15/الانحراف المعياري للبيانات التاليه 10,11,12,13,14			
(A) $2\sqrt{3}$	(B) $\sqrt{5}$	(C) $\sqrt{2}$	(D) 7

سميرة الشهري
samira alshariy

اضغط هنا

سميرة الشهري
samira alshariy

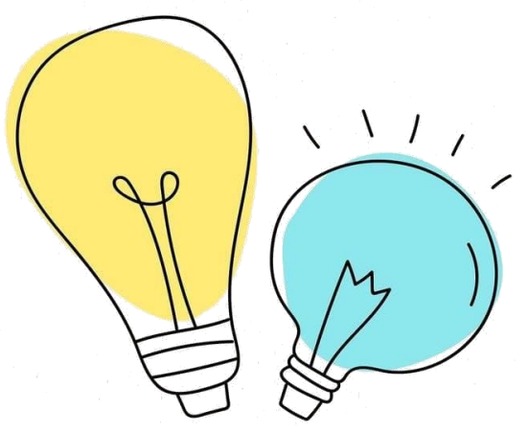
مسابقة



اختبر مفرداتك على برنامج

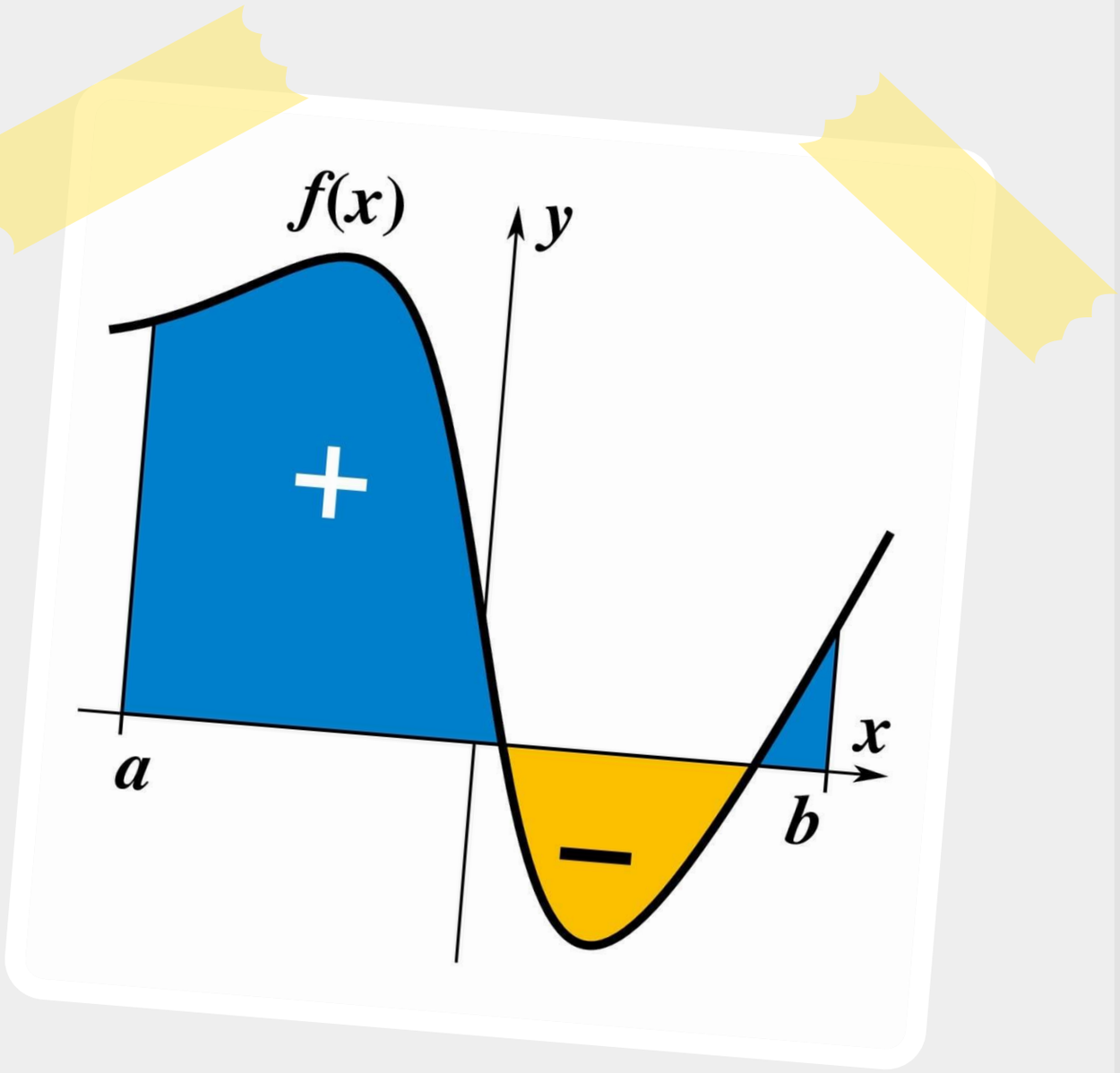
Wordwall

اضغط هنا



الفصل الرابع

النهايات والاشتقاق



تقدير النهايات بيانياً

تقدير النهايات بيانياً

مفهوم النهاية

اقتراب قيمة الدالة من الجهتين من العدد عندما تقترب L من الجهتين من العدد C

$$\lim_{x \to c} f(x) = L$$

هام

$\lim_{x \to c} f(x)$ → **لا تعتمد على وجود** → $f(c)$

النهاية عند النقطة X = c

تكون نهاية الدالة f (X) عند X = C موجودة

أي أن

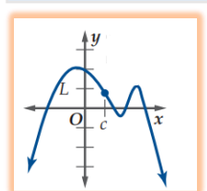
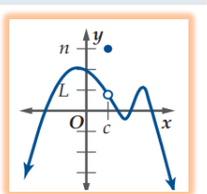
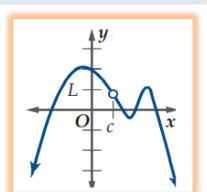
$$\lim_{x \to c} f(x) = L$$

إذا تحققت الشروط

$\lim_{x \to c^+} f(x) = L$ **النهاية اليمنى**

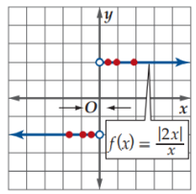
$\lim_{x \to c^-} f(x) = L$ **النهاية اليسرى**

بعض حالات وجود النهاية

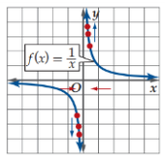
$\lim_{x \to c} f(x) = L$	$\lim_{x \to c} f(x) = L$	$\lim_{x \to c} f(x) = L$
$f(c) = L$	$f(c) = n$	$f(c)$ غير معرفة
		

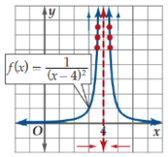
أسباب عدم وجود النهاية عن x = c

النهاية اليمنى ≠ النهاية اليسرى

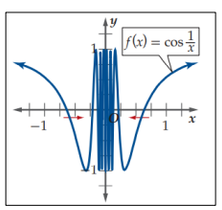


النهاية اليمنى أو اليسرى = $\pm\infty$





تذبذب النهاية بين قيمتين مختلفتين عند اقتراب قيم X من C



النهاية عند المالانهاية

اقتراب قيم X من موجب مالانهاية

$$\lim_{x \to \infty} f(x) = L_1$$

اقتراب قيم X من موجب مالانهاية

$$\lim_{x \to -\infty} f(x) = L_2$$

الخطوط التقاربية

x = c
خط تقارب رأسي للدالة f
إذا كانت

$$\lim_{x \to c^+} f(x) = \pm\infty$$ أو

$$\lim_{x \to c^-} f(x) = \pm\infty$$ أو

كليهما

y = c
خط تقارب أفقي للدالة f
إذا كانت

$$\lim_{x \to \infty} f(x) = c$$ أو

$$\lim_{x \to -\infty} f(x) = c$$

سميرة البحري
samira alsbariy

حساب النهايات جبرياً

حساب النهايات جبرياً

النهاية عند النقطة $x = c$
$\lim_{x \to c} f(x)$

تعويض مباشر بـ $x = c$

ناتج التعويض

- عدد حقيقي
- كمية غير محددة $\frac{0}{0}$

طرق الحصول على قيمة للنهاية

* في الدوال النسبية تحليل البسط أو المقام أو كليهما واختصار للعوامل المشتركة ثم إيجاد قيمة النهاية
* في الدوال الجذرية إنطاق البسط والمقام واختصار العوامل المشتركة

خصائص النهايات

إذا كان k , c عددين حقيقين
n عدد صحيح موجب
النهايتان
$\lim_{x \to c} f(x)$ $\lim_{x \to c} g(x)$
موجودتان
فإن الخصائص التالية صحيحة

$$\lim_{x \to c} [f(x) + g(x)] = \lim_{x \to c} f(x) + \lim_{x \to c} g(x)$$
$$\lim_{x \to c} [f(x) - g(x)] = \lim_{x \to c} f(x) - \lim_{x \to c} g(x)$$
$$\lim_{x \to c} [k f(x)] = k \lim_{x \to c} f(x)$$
$$\lim_{x \to c} [f(x) \cdot g(x)] = \lim_{x \to c} f(x) \cdot \lim_{x \to c} g(x)$$
$$\lim_{x \to c} g(x) \neq 0 \text{ ، حيث } \lim_{x \to c} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \to c} f(x)}{\lim_{x \to c} g(x)}$$
$$\lim_{x \to c} [f(x)]^n = [\lim_{x \to c} f(x)]^n$$
$$\lim_{x \to c} \sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{\lim_{x \to c} f(x)} \text{ ، إذا كان } \lim_{x \to c} f(x) > 0 \text{ ، حيث } n \text{ عدد زوجي}$$
$$\lim_{x \to c} \sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{\lim_{x \to c} f(x)} \text{ ، فإن } \text{واذا كان } n \text{ عددًا فرديًا}$$

النهاية عند النقطة $x = \pm\infty$
$\lim_{x \to \pm\infty} f(x)$

- كثيرة الحدود
- الدالة النسبية
- المتتابعة

كثيرة الحدود

$$p(x) = a_n x^n + \ldots + a_1 x + a_0$$
$$\lim_{x \to \infty} p(x) = \lim_{x \to \infty} a_n x^n$$
$$\lim_{x \to -\infty} p(x) = \lim_{x \to -\infty} a_n x^n$$

لأي عدد صحيح موجب n

$$\lim_{x \to \infty} x^n = \infty$$

إذا كان n عدد زوجي
$$\lim_{x \to -\infty} x^n = \infty$$

إذا كان n عدد فردي
$$\lim_{x \to -\infty} x^n = -\infty$$

الدالة النسبية

درجة البسط < درجة المقام
$\lim_{x \to \pm\infty} f(x) = +\infty$ أو $-\infty$

درجة البسط > درجة المقام
$\lim_{x \to \pm\infty} f(x) = 0$

درجة البسط = درجة المقام
$$\lim_{x \to \pm\infty} f(x) = \frac{\text{معامل الحد الرئيسي بسطاً}}{\text{معامل الحد الرئيسي مقاماً}}$$

المتتابعة

توجد النهاية بنفس طريقة إيجادها عند الدوال النسبية

samira alsbariy

المماس والسرعة المتجهة

المماس والسرعة المتجهة

معدل التغير اللحظي عند (x , f (x))

معدل التغير اللحظي f(x) عند x
= ميل المماس للمنحنى f(x) عند x
= ميل المنحنى f(x) عند x

التطبيق

*يطبق قانون المماس بشكل عام عند أي نقطة x ثم التعويض في الناتج النهائي بالنقطة المطلوبة عوضآ عن x
*يطبق قانون المماس مباشره عند النقطة المطلوبة .

القانون

$$m = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

بشرط أن تكون النهاية موجودة

السرعة المتوسطة المتجهة

السرعة المتوسط المتجهة =
السرعة المتوسطة مع توضيح الاتجاه باستعمال إشارة الناتج

+ الأمام الأعلى
- الأسفل الخلف

التطبيق

تطبق في وجود فترة زمنية
[a,b]

القانون

$$v_{avg} = \frac{\text{التغيّر في المسافة}}{\text{التغيّر في الزمن}} = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

السرعة المتجهة اللحظية

السرعة المتجهة اللحظية تكون عند لحظة زمنية محددة t

التطبيق

*يطبق القانون بشكل عام عند أي لحظة t ثم التعويض في الناتج النهائي باللحظة المطلوبة عوضآ عن t
*يطبق قانون السرعة المتجهة اللحظية مباشره عند اللحظة المطلوبة.

القانون

$$v(t) = \lim_{h \to 0} \frac{f(t+h) - f(t)}{h}$$

بشرط أن تكون النهاية موجودة

سميرة الشهري
samira alshariy

المشتقات

الإشتقاق

معدل التغير اللحظي للدالة f(x) عند x
= ميل المماس للمنحنى f(x) عند x
= مشتقة الدالة f(x) عند x
وتساوي

$$f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$

قراءة الرياضيات

يقرأ الرمز $f'(x)$ مشتقة f بالنسبة للمتغير x
أو f prime of x

الرموز المختلفة للمشتقة

$$f'(x),\ y',\ \frac{df}{dx},\ \frac{dy}{dx}$$

$\frac{d}{dx}$ إذا سبقت الدالة بالمؤثر التفاضلي
فهذا يعني إيجاد مشتقة الدالة

المشتقات

قواعد الإشتقاق

مشتقة الثابت c

$$f(x)=c \Rightarrow f'(x)=0$$

مشتقة دالة القوة
n عدد حقيقي

$$f(x)=x^n \Rightarrow f'(x)=nx^{n-1}$$

مشتقة مضاعفات القوة
n عدد حقيقي، c ثابت

$$f(x)=cx^n \Rightarrow f'(x)=cnx^{n-1}$$

مشتقة المجموع أو الفرق

$$f(x)=g(x)\pm h(x) \Rightarrow f'(x)=g'(x)\pm h'(x)$$

مشتقة حاصل الضرب

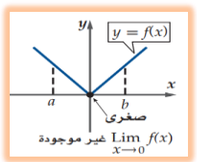
$$\frac{d}{dx}[f(x)\,g(x)] \Rightarrow f'(x)\,g(x)+f(x)\,g'(x)$$

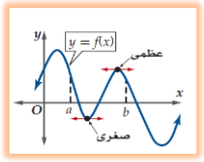
مشتقة حاصل القسمة

$$\frac{d}{dx}\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right] \Rightarrow \frac{f'(x)\,g(x)-f(x)\,g'(x)}{[g(x)]^2}$$

نظرية القيمة القصوى

إذا كانت f(x) متصلة على الفترة المغلقة [a,b]
فإن لها :
قيمة عظمى وصغرى على الفترة [a,b]
ويكون ذلك عند:
أطراف الفترة f(a) أو f(b)
أو
عند احدى النقاط الحرجة





خطوات الحل

١/ إيجاد النقاط الحرجة
*اشتقاق الدالة
*المساواة بالصفر
*الحل وإيجاد النقاط الحرجة

٢/ إيجاد قيم الدالة
*عند النقاط الحرجة شرط الإنتماء للفترة
*عند أطراف الفترة

٣/ تحديد القيم العظمى والصغرى
أكبر القيم عظمى
وأصغرها صغرى

سميرة الشهري
samira alshariy

المساحة تحت المنحنى والتكامل

المساحة تحت المنحنى والتكامل

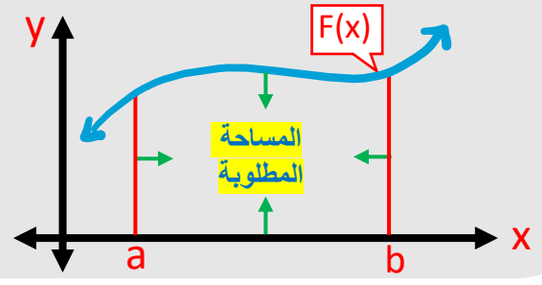
حساب مساحة أشكال غير منتظمة

مثـــال

على مساحة الأشكال غير المنتظمة

حساب مساحة المنطقة المحصورة بين:

x= a , x= b , فوق المحور x , f(x)



المساحة المطلوبة

١/ تقسيم المساحة إلى مستطيلات.

٢/ المساحة الكلية A

= مجموع مساحة المستطيلات

التجزيء المنتظم

التجزيء المنتظم

يقصد به تقسيم الفترة [a , b] إلى عدد من الفترات الجزئية المتساوية في الطول

عرض كل مستطيل / $\Delta x = \frac{b-a}{n}$

طول كل مستطيل / $f(x_i)$

نقاط التجزيء / $x_i = a + i\Delta x$

$i = 1,2,3,\ldots,n$

وعليه تكون المساحة الكلية A

$$A = \sum_{i=1}^{n} f(x_i)\,\Delta x$$

التكامل المحدد

التكامل المحدد

التكامل المحدد للدالة f(x) على [a , b]

(مجموع ريمان الأيمن)

وهو يعبر عن

مساحة المنطقة المحصورة بين

x= a , x= b , فوق المحور x , F(x)

$$\int_a^b f(x)dx = \lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} f(x_i)\Delta x$$

a الحد الأدنى للتكامل

b الحد الأعلى للتكامل

صيغ المجاميع لحساب التكامل المحدد

$\sum_{i=1}^{n} c = cn$, c عدد ثابت

$\sum_{i=1}^{n} i = \frac{n(n+1)}{2}$

$\sum_{i=1}^{n} i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

$\sum_{i=1}^{n} i^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$

$\sum_{i=1}^{n} i^4 = \frac{6n^5+15n^4+10n^3-n}{30}$

$\sum_{i=1}^{n} i^5 = \frac{2n^6+6n^5+5n^4-n^2}{12}$

تُستعمل خاصيتا المجموع الآتيتان لحساب بعض التكاملات:

$\sum_{i=1}^{n}(a_i \pm b_i) = \sum_{i=1}^{n} a_i \pm \sum_{i=1}^{n} b_i$, $\sum_{i=1}^{n} ci = c\sum_{i=1}^{n} i$, c عدد ثابت

سميرة الشهري
samira alshariy

النظرية الأساسية في التفاضل والتكامل

النظرية الأساسية للتفاضل والتكامل

الدوال الأصلية (التكامل)

تسمى الدالة F (x) دالة أصلية للدالة f(x) إذا حققت الشرط

$\tilde{F}(x) = f(x)$

دالة f (x)

إشتقاق ↓

مشتقة $\tilde{f}(x)$

تكامل ↓

دالة أصلية F (x)

لإيجاد الدالة الأصلية نستخدم صيغة التكامل غير المحدد

$$\int f(x)\,dx = F(x) + C$$

$F(x)$ دالة أصلية لـ $f(x)$ C ثابت

هام: يوجد عدد لانهائي من الدوال الأصلية لأي دالة والشكل العام للدالة الأصلية لابد أن يحتوي على الثابت C

قواعد التكامل

n أي عدد نسبي، $n \neq 1$ ، k ثابت

تكامل الدالة الثابتة

$$\int k\,dx = kx + c$$

تكامل دالة القوة

$$\int x^n\,dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c$$

تكامل دالة القوة حيث x عدد ثابت

$$\int k\,x^n\,dx = \frac{k\,x^{n+1}}{n+1} + c$$

تكامل الدالة الخطية

$$\int (k\,x^n + b)\,dx = \frac{k\,x^{n+1}}{n+1} + bx + c$$

تكامل دالة المجموع أو الفرق

$$\int g(x) \pm h(x)\,dx = G(x) \pm H(x)$$

النظرية الأساسية في التفاضل والتكامل

النظرية الأساسية للتفاضل والتكامل = صيغة التكامل المحدد

الدالة f (x) متصلة وفي [a , b]

$$\int_a^b f(x)dx = F(x)\Big|_a^b = F(b) - F(a)$$

ملاحظات هامة

تطبق جميع قوانين التكامل غير المحدد

الدالة F (x) ⟵ إشتقاق ⟵ مشتقة f (x)

الدالة F (x) ⟶ تكامل ⟶ مشتقة f (x)

التطبيقات في التفاضل والتكامل

تطبيقات هندسية

معادلة منحنى الدالة F (x) ⟵ إشتقاق ⟵ ميل المماس ميل المنحنى معدل التغير اللحظي مشتقة الدالة f (x)

معادلة منحنى الدالة F (x) ⟶ تكامل ⟶ ميل المماس ميل المنحنى معدل التغير اللحظي مشتقة الدالة f (x)

تطبيقات فيزيائية

المسافة S (t) ⟵ إشتقاق ⟵ السرعة v (t) ⟵ إشتقاق ⟵ التسارع a (t)

المسافة S (t) ⟶ تكامل ⟶ السرعة v (t) ⟶ تكامل ⟶ التسارع a (t)

سميرة الشهري
samira alshariy

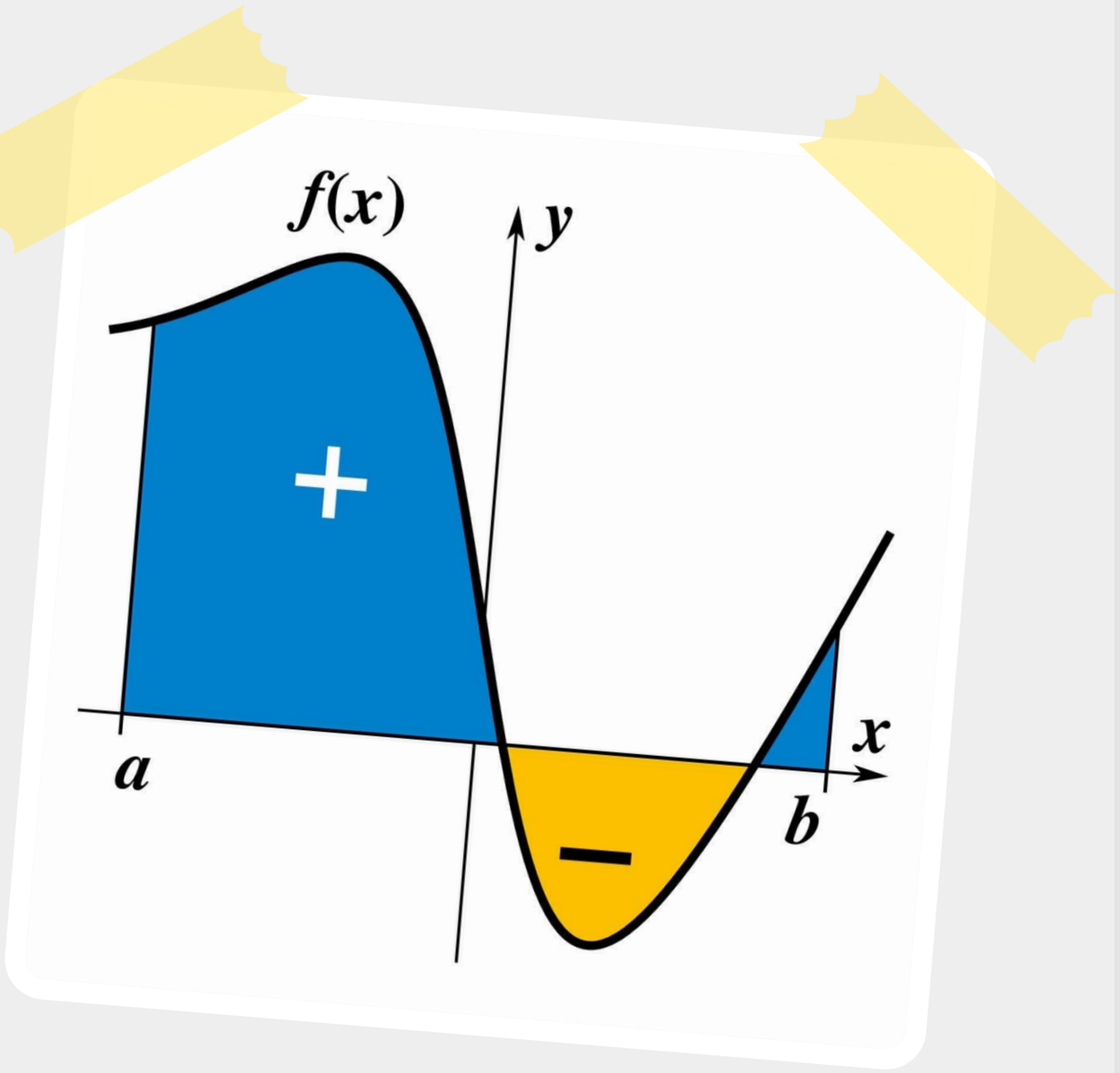
الفصل الرابع (النهايات والاشتقاق)

أوراق عمل

اختبر مفرداتك

تحصيلي

مسابقة



أوراق العمل

4 - 1

4 - 2

4 - 3

4 - 4

4 - 5

4 - 6

اختبر مفرداتك

اختبر مفرداتك
الفصل الثالث (الاحتمال والإحصاء)

math

اختر المفردة المناسبة من القائمة لإكمال العبارات التالية

الدراسة المسحية	المجتمع	تعداد عام	العينة	المنحازة	غير المنحازة	الدراسة التجريبية	المجموعة التجريبية	المجموعة الضابطة	الدراسة القائمة على الملاحظة
السببية	الارتباط	المتغير	بيانات في متغير واحد	مقاييس النزعة المركزية	المعلمة	الإحصائي	النجاح	الفشل	هامش خطأ المعاينة
مقاييس التشتت	التباين	الانحراف المعياري	الاحتمال التجريبي	الجدول التوافقي	التكرار النسبي	الاحتمال	فضاء العينة	المتغير العشوائي	المتغير العشوائي المنفصل
التوزيع الاحتمالي المنفصل	الاحتمال النظري	الاحتمال المشروط	القيمة المتوقعة	التوزيع الاحتمالي المتصل	التوزيع الطبيعي	التوزيع الملتوي	توزيع ذات الحدين	تجربة ذات الحدين	

1) _____ لمتغير عشوائي معين هو دالة تربط فضاء العينة باحتمالات نواتج فضاء العينة .

2) عندما توجد علاقة بين حادثتين ، فإنه يوجد _____ بينهما .

3) الدراسة المسحية تكون _____ إذا صممت لصالح نواتج معينة .

4) إذا أعطيت مجموعة معالجة شكلية لا أثر لها في النتيجة ، فإن هذه المجموعة تسمى _____ .

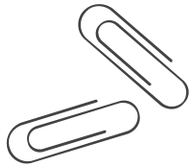
5) يحدد _____ الفترة التي تبين الفرق في الاستجابة بين العينة والمجتمع.

سميرة الشهري
samira alsbariy

الفصل 4

النهايات والاشتقاق

تحصيلي



أسئلة تحصيلي رياضيات – الفصل الرابع

math

$\lim_{x\to 2}(x^2+3x-5)$ /1			
A 3	B 5	C 7	D -7
$\lim_{x\to 2}\frac{2x+1}{x-2}$ /2			
A غير موجوده	B 7	C -5	D 5
$\lim_{x\to 5}\frac{x^2-25}{x-5}$ /3			
A -10	B -5	C 5	D 10
$\lim_{x\to\infty}\frac{2x^3+7x^2-4}{5x^4-3x^3+1}$ /4			
A ∞	B $\frac{7}{5}$	C 0	D 2
$\lim_{x\to-\infty}\frac{7x^3-3x^2+5}{5x^3-4}$ /5			
A $\frac{7}{5}$	B $-\infty$	C 5	D 7

/6 اذا كان
$f(x)=\frac{3}{x^4}$ ، فأن المشتقه الأولى للدالة

A $\frac{-12}{x^4}$	B $3x^3$	C $\frac{3}{x^3}$	D $-3x^5$

/7المشتقة الثالثة للدالة
$f(x)=x^5-3x^3+5x$

A $5x^4-9x^2+1$	B $3x^2+5$	C $20x^3-18x$	D $5x+3$

/8في الشكل المجاور نقدر $\lim_{x\to 0}F(x)$

A $-\infty$	B $+\infty$	C غير موجوده	D 0
$\lim_{n\to-\infty}\frac{4}{n^3+2}$ /9			
A 0	B 2	C 4	D -4
$\lim_{x\to 2}\frac{x^2-4}{x-2}$ /10			
A 6	B 0	C 8	D 4

/11 مشتقة الدالة
$F(x)=15x^2-5x+7$
عند x=1

A 25	B 32	C 10	D 17

/12للدالة
$F(x)=8x-x^2+30$
نقطه حرجه عندما X تساوي

A $\frac{1}{4}$	B $-\frac{1}{4}$	C 4	D -4

/13اذا كانت
$f(x)=6x^2-x^3$
فأن القيمه العظمى للداله F(x) في الفتره [0,3]

A 32	B 64	C 21	D 27

/14 الداله الاصليه لـ
$F(x)=3x^2-1$

A $6x$	B x^3-x+c	C $\frac{x^2}{x}-x$	D $3x^2-1+c$

$\int(4x+5)\,dx$ /15			
A $4x^2+5x+c$	B $2x^2+5x+c$	C $4x+5+c$	D 4
$\int 10x^{-3}\,dx$ /16			
A $-5x^{-4}+c$	B $-5x^{-2}+c$	C $5x^{-4}+c$	D $5x^{-2}+c$
$\int_2^3(4x+1)\,dx$ /17			
A 20	B 21	C 11	D 10

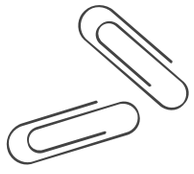
/18 اذا كان
$\int_1^n 4x^3\,dx=15$
فما قيمة n

A $\frac{1}{4}$	B 2	C 8	D 4
$\int_0^4(x+x)\,dx=20$ /19			
A -7	B 7	C 3	D -3
$\lim_{n\to\infty}(x^3-5x^4+4)$ /20			
A 0	B 1	C ∞	D $-\infty$

سعيرة الشهري
samira alsbariy

اضغط هنا

سعيرة الشهري
samira alsbariy

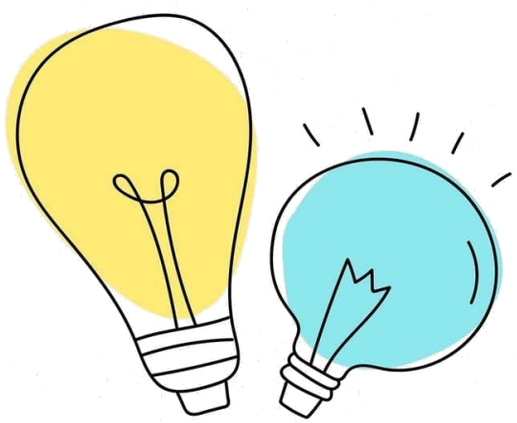


مسابقة

اختبر مفرداتك على برنامج

Wordwall

اضغط هنا



الخاتمة

في نهاية المطاف
لا يسعني إلا ان احمد الله عز وجل الذي
وفقني لإتمامه، سائلة الله ان ينال رضاكم
ويكون عند حسن ظنكم ، وان يكون باب
للفائدة والنفع .

والله ولي التوفيق

المراجع

المراجع لأسئلة التحصيلي

كتاب التحصيلي أ/ناصر العبدالكريم

كتاب المعاصر في التحصيلي أ/ عماد الجزيري