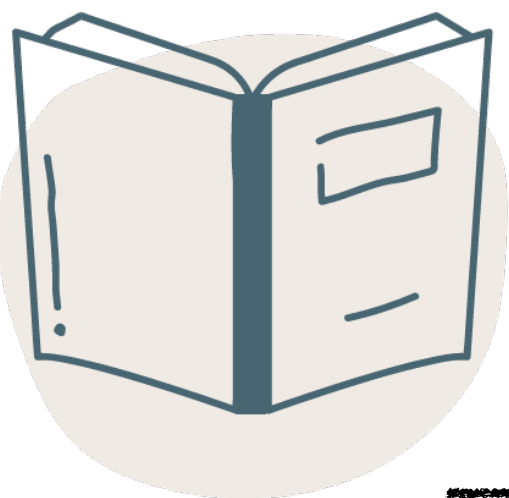


سلسلة رفعة الرياضيات

بديل الدفتر لرياضيات (٢-٣)

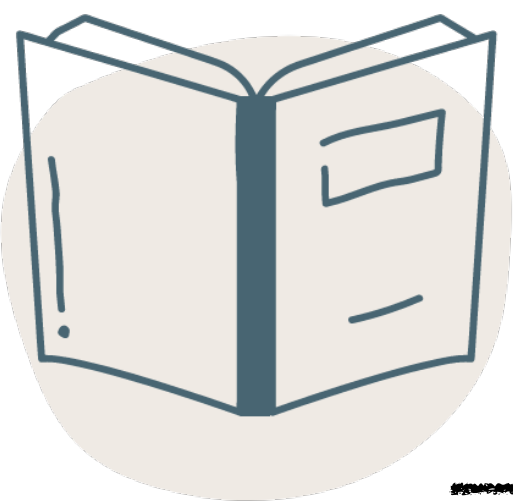
اسم الطالبة:



إعداد الأستاذة / منال سعد النصيري

تقييم الدفتر

اليوم	التاريخ	الملاحظات	الدرجة



إعداد الأستاذة / منال سعد النصيري

المتطابقات المثلثية

مجموعة رِفعة الرياضيات

تطوير - إنتاج - توثيق



تحقق من فهمك

أوجد القيمة الدقيقة لكل من النسب المثلثية الآتية:

(1A) أوجد القيمة الدقيقة لـ $\sin \theta$ إذا كان $\cos \theta = \frac{1}{3}$ ، $270^\circ < \theta < 360^\circ$.

(1B) أوجد القيمة الدقيقة لـ $\sec \theta$ إذا كان $\sin \theta = -\frac{2}{7}$ ، $180^\circ < \theta < 270^\circ$.

تدرب وحل المسائل

أوجد القيمة الدقيقة لكل من النسب المثلثية الآتية:

(1) $\tan \theta$ ، إذا كان $\cot \theta = 2$ ، $0^\circ < \theta < 90^\circ$

بسّط كل عبارة مما يأتي:

تحقق من فهمك

$$\frac{\sec \theta}{\sin \theta} (1 - \cos^2 \theta) \quad (2B)$$

$$\frac{\tan^2 \theta \csc^2 \theta - 1}{\sec^2 \theta} \quad (2A)$$



تدرب وحل المسائل

بسّط كل عبارة مما يأتي:

$$\tan \theta \cos^2 \theta \quad (9)$$

تحقق من فهمك

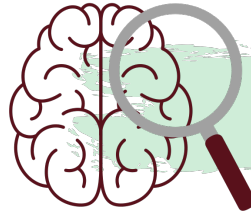
(3) تعلم أن مقدار العزم (τ) يساوي حاصل ضرب القوة (F) في ذراعها، ويعطى بالمعادلة $\tau = Fr \sin \theta$. أعد كتابة المعادلة السابقة بدلالة (F).



مسائل التفكير العليا

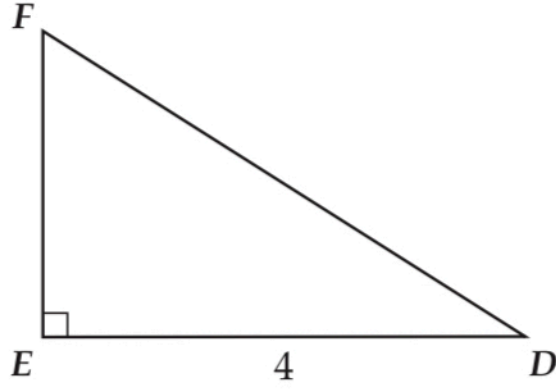
(26) **تحّد:** أوجد مثلاً مضاداً يبيّن أنّ $1 - \sin x = \cos x$ ليست متطابقة.





تحصيلي

(39) في الشكل أدناه، إذا كان $\cos D = 0.8$ ، فما طول $\overline{DF}$ ؟



3.2 **C**

5 **A**

10 **D**

4 **B**



إثبات صحة المتطابقات المثلثية

مجموعة رِفعة الرياضيات

تطوير - إنتاج - توثيق



تحقق من فهمك

أثبت صحة المتطابقة :

$$1 \quad \cot^2 \theta - \cos^2 \theta = \cot^2 \theta \cos^2 \theta$$

تدرب وحل المسائل

أثبت صحة المتطابقة :

$$1 \quad \cos^2 \theta + \tan^2 \theta \cos^2 \theta = 1$$

تحقق من فهمك

2 أي مما يأتي يكافئ العبارة $\tan^2 \theta (\cot^2 \theta - \cos^2 \theta)$ ؟

$\cos^2 \theta$ C

$\cot^2 \theta$ A

$\sin^2 \theta$ D

$\tan^2 \theta$ B



تدرب وحل المسائل

(11) اختيار من متعدد: أي عبارة مما يأتي تكافئ العبارة $\frac{\tan^2 \theta + 1}{\tan^2 \theta}$ ؟

$\sin^2 \theta$ A $\cos^2 \theta$ C

$\tan^2 \theta$ B $\csc^2 \theta$ D

تحقق من فهمك

(3) $\csc^2 \theta - \cot^2 \theta = \cot \theta \tan \theta$

تدرب وحل المسائل

أثبت صحة كلٍّ من المتطابقات الآتية:

(12) $\sec \theta - \tan \theta = \frac{1 - \sin \theta}{\cos \theta}$





مسائل التفكير العليا

(48) **تحدّ:** إذا علمت أن α, β زاويتان متتامتان، فبرهن أن:
 $\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta = 1$

تحصيلي

أوجد قيمة x ؟

$$\cot 3x = \frac{1}{\sqrt{3}}$$



المتطابقات المثلثية لمجموع زاويتين والفرق بينهما

مجموعة رِفعة الرياضيات

تطوير - إنتاج - توثيق



تحقق من فهمك

دون استعمال الآلة الحاسبة، أوجد القيمة الدقيقة لكل مما يأتي:

$$\cos(-15^\circ) \quad (1B)$$

$$\sin 15^\circ \quad (1A)$$

تدرب وحل المسائل

دون استعمال الآلة الحاسبة، أوجد القيمة الدقيقة لكل مما يأتي:

$$\cos 165^\circ \quad (1)$$

تحقق من فهمك

إذا كانت شدة التيار c تُعطى بالصيغة $c = 2 \sin 285^\circ t$ ، فأجب عما يأتي:

(2A) أعد كتابة الصيغة، باستعمال الفرق بين زاويتين.

(2B) استعمل المتطابقة المثلثية للفرق بين زاويتين ؛ لإيجاد القيمة الدقيقة لشدة التيار بعد ثانية واحدة.



(9) **كهرباء:** يمر تيار كهربائي متردد في دائرة كهربائية، وتعطى شدة هذا التيار c بالأمبير بعد t ثانية بالصيغة $c = 2\sin(120^\circ t)$

- (a) أعد كتابة الصيغة، باستعمال مجموع زاويتين.
- (b) استعمل المتطابقة المثلثية لمجموع زاويتين من الزاويا الخاصة؛ لإيجاد القيمة الدقيقة لشدة التيار بعد ثانية واحدة.

تحقق من فهمك

أثبت صحة كل من المتطابقات الآتية:

$$\tan\left(\frac{\pi}{4} + \theta\right) = \frac{1 + \tan \theta}{1 - \tan \theta} \quad (3B)$$

$$\sin(90^\circ - \theta) = \cos \theta \quad (3A)$$



تدرب وحل المسائل

أثبت صحة كلٍّ من المتطابقات الآتية:

$$\sin (90^\circ + \theta) = \cos \theta \quad (10)$$

.....

.....

.....

.....

.....



مسائل التفكير العليا

(30) **تحديد:** اشتق المتطابقة $\cot (A + B)$ بدلالة $\cot A, \cot B$.

.....

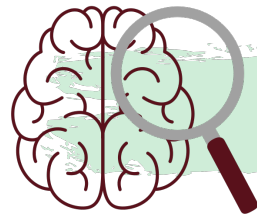
.....

.....

.....

.....





تحصيلي

(43)

ما القيمة الدقيقة للعبارة:

$$\sin (60^\circ + \theta) \cos \theta - \cos (60^\circ + \theta) \sin \theta$$

$$\frac{2}{\sqrt{3}} \quad \mathbf{C}$$

$$\frac{1}{2} \quad \mathbf{A}$$

$$\sqrt{3} \quad \mathbf{D}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \quad \mathbf{B}$$



المتطابقات المثلثية لضعف الزاوية ونصفها

مجموعة رِفعة الرياضيات

تطوير - إنتاج - توثيق



تحقق من فهمك

1) أوجد القيمة الدقيقة لـ $\sin 2\theta$ ، إذا كان $\cos \theta = -\frac{1}{3}$ ، $90^\circ < \theta < 180^\circ$.

تحقق من فهمك

أوجد القيمة الدقيقة لكل مما يأتي علمًا بأن $\cos \theta = -\frac{1}{3}$ ؛ $90^\circ < \theta < 180^\circ$:

$\tan 2\theta$ (2B)

$\cos 2\theta$ (2A)



تحقق من فهمك

3 أوجد القيمة الدقيقة لـ $\sin \frac{\theta}{2}$ ، علمًا بأن $\sin \theta = \frac{2}{3}$ ، θ تقع في الربع الثاني.

تدرب وحل المسائل

دون استعمال الآلة الحاسبة، أوجد القيمة الدقيقة لكلٍّ من $\sin 2\theta$ ، $\cos 2\theta$ ، $\sin \frac{\theta}{2}$ ، $\cos \frac{\theta}{2}$ ، إذا كان:

$$\sin \theta = \frac{1}{4} ; 0^\circ < \theta < 90^\circ \quad (1)$$



تحقق من فهمك

أثبت صحة كلٍّ من المتطابقات الآتية:

$$4 \cos^2 x - \sin^2 2x = 4 \cos^4 x \quad (5)$$

تدرب وحل المسائل

أثبت صحة كلٍّ من المتطابقات الآتية:

$$\tan \theta = \frac{1 - \cos 2\theta}{\sin 2\theta} \quad (14)$$

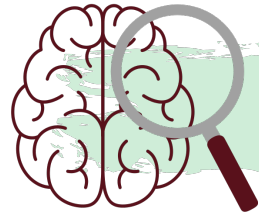
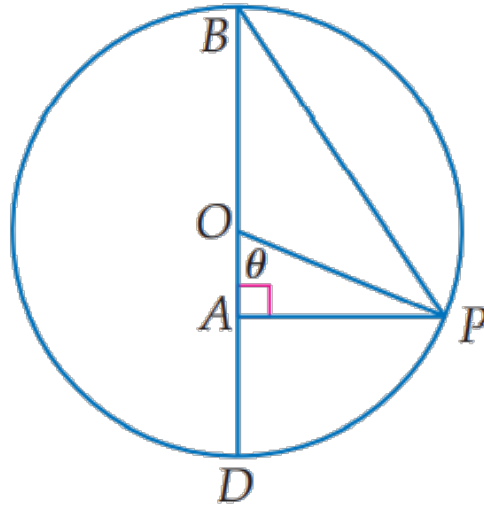




مسائل التفكير العليا

(28) **تحد:** استعمل دائرة الوحدة أدناه، والشكل المرسوم داخلها. لتبرهن أن:

$$\tan \frac{1}{2} \theta = \frac{\sin \theta}{1 + \cos \theta}$$



تحصيلي

(43) أوجد القيمة الدقيقة لـ $\tan \frac{\theta}{2}$ إذا كان $\cos \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$; $0 < \theta < 90^\circ$.

$$\frac{\sqrt{3}}{3} \quad \mathbf{C}$$

$$\sqrt{7 - 4\sqrt{3}} \quad \mathbf{A}$$

$$\sqrt{3} \quad \mathbf{D}$$

$$\sqrt{3} - 2 \quad \mathbf{B}$$

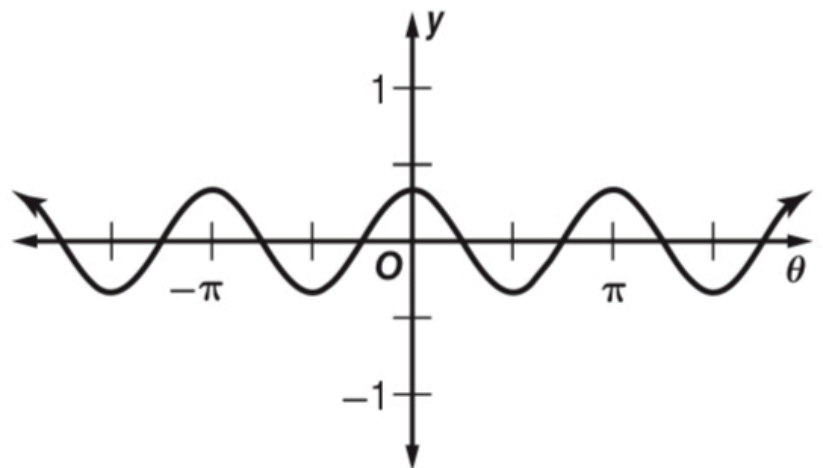
(44) معادلة الدالة الممثلة بيانياً في الشكل أدناه هي :

$$y = 3 \cos \frac{1}{2} \theta \quad \mathbf{C}$$

$$y = 3 \cos 2\theta \quad \mathbf{A}$$

$$y = \frac{1}{3} \cos \frac{1}{2} \theta \quad \mathbf{D}$$

$$y = \frac{1}{3} \cos 2\theta \quad \mathbf{B}$$





تطوير - إنتاج - توثيق



حل كل معادلة مما يأتي لقيم θ جميعها الموضحة بجانب كل منها :

1A حُل المعادلة $\cos x \sin x = 3 \cos x$ ، إذا كانت $0 \leq x \leq 2\pi$.

1B حُل المعادلة $4 \sin^2 \theta + 4 \cos^2 \theta - 8 \sin \theta \cos \theta = 0$ إذا كانت $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$

تدرب وحل المسائل

حل كل معادلة مما يأتي لقيم θ جميعها الموضحة بجانب كل منها :

1 $\cos^2 \theta + 2 \cos \theta + 1 = 0 ; 0^\circ \leq \theta \leq 360^\circ$



تحقق من فهمك

حل كل معادلة مما يأتي، لقيم θ جميعها إذا كان قياس θ بالراديان:

(2A) حل المعادلة $4 \sin x = 2 \sin x + \sqrt{2}$

(2B) حل المعادلة $2 \sin \theta = -1$ لقيم θ جميعها، إذا كان قياس θ بالراديان.

تدرب وحل المسائل

حل كل معادلة مما يأتي، لقيم θ جميعها إذا كان قياس θ بالراديان:

(5) $4 \sin^2 \theta - 1 = 0$



تحقق من فهمك

3 كم من الوقت تحتاج من بداية دوران العجلة، ليكون ارتفاع مقعدك 41 مترًا فوق سطح الأرض للمرة الأولى؟

تحقق من فهمك

حل كل معادلة مما يأتي، لقيم θ جميعها إذا كان قياس θ بالراديان:

$$\cos^2 \theta + 3 = 4 - \sin^2 \theta \quad (4)$$



تحقق من فهمك

حل كل معادلة مما يأتي، لقيم θ جميعها ، إذا كان قياس θ بالدرجات:

$$\frac{\cos \theta}{\cot \theta} + 2 \sin^2 \theta = 0 \quad (5B)$$

$$\sin \theta \cot \theta - \cos^2 \theta = 0 \quad (5A)$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

تدرب وحل المسائل

حل كل معادلة مما يأتي:

$$\sin^2 2\theta + \cos^2 \theta = 0 \quad (14) \text{ لجميع قيم } \theta \text{ إذا كان قياس } \theta \text{ بالدرجات.}$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....





مسائل التفكير العليا

(32) **تحذُّ:** حل المتباينة $\sin 2x < \sin x$ ، $0 \leq x \leq 2\pi$ بدون استعمال الحاسبة.

.....

.....

.....

.....

.....

.....



تحصيلي

(47) أي مما يأتي ليس حلاً للمعادلة $\sin \theta + \cos \theta \tan^2 \theta = 0$ ؟

A $\frac{5\pi}{2}$ **B** $\frac{7\pi}{4}$ **C** 2π **D** $\frac{3\pi}{4}$

(48) ما حل المعادلة $\csc x = \frac{-2\sqrt{3}}{3}$ ، حيث $0^\circ < x < 360^\circ$ ؟

A 150° أو 30° **C** 330° أو 210°

B 120° أو 60° **D** 300° أو 240°



القطوع المكافئة

مجموعة رِفعة الرياضيات

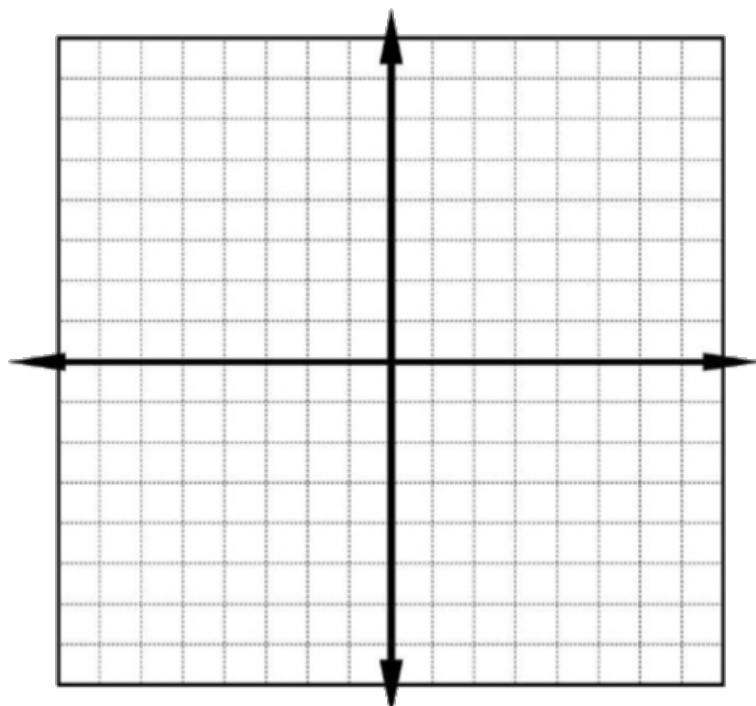
تطوير - إنتاج - توثيق



تحقق من فهمك

حددي خصائص القطع المكافئ ثم مثلي منحناه بيانياً

$$8(y + 3) = (x - 4)^2 \quad (1A)$$

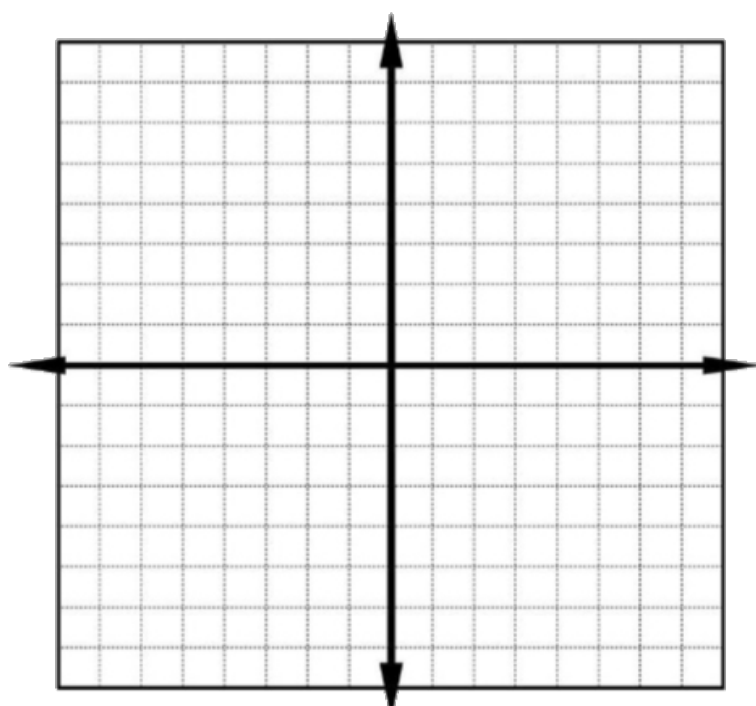


	الاتجاه
	الرأس
	البؤرة
	محور التماثل
	معادلة الدليل
	طول الوتر البؤري

تحقق من فهمك

حددي خصائص القطع المكافئ ثم مثلي منحناه بيانياً

$$2(x + 6) = (y + 1)^2 \quad (1B)$$



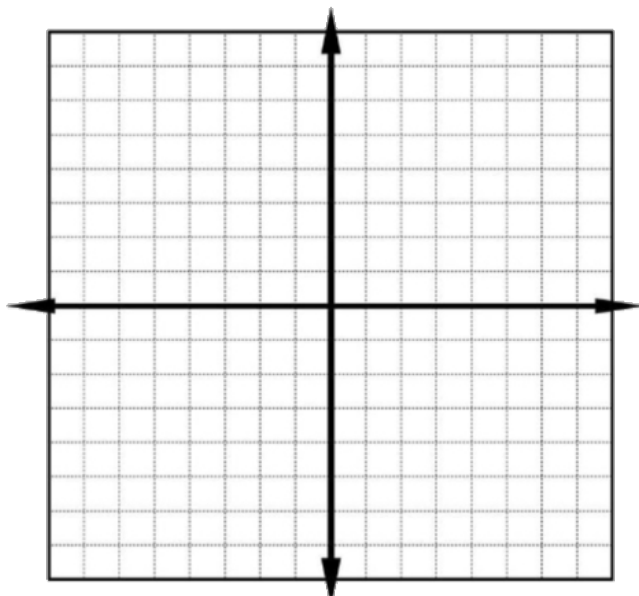
	الاتجاه
	الرأس
	البؤرة
	محور التماثل
	معادلة الدليل
	طول الوتر البؤري



تحقق من فهمك

اكتب كل معادلة مما يأتي على الصورة القياسية للقطع المكافئ ثم حدد خصائصه ومثل منحناه بيانياً :

$$x^2 - 4y + 3 = 7 \quad (3A)$$

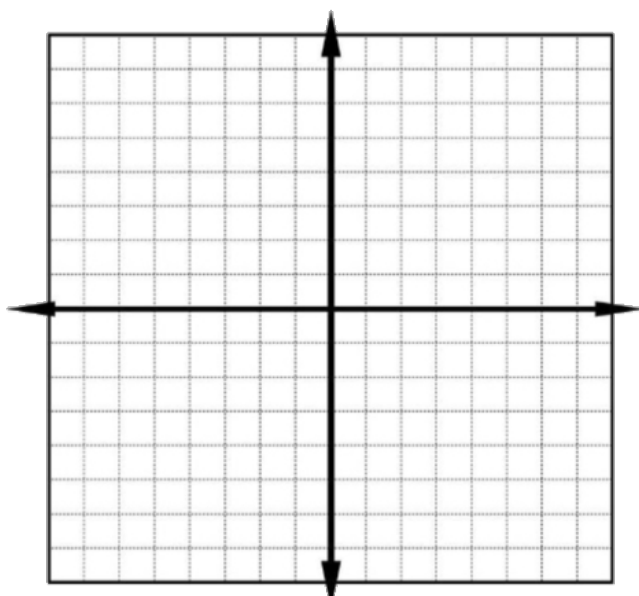


	الإتجاه
	الرأس
	البؤرة
	محور التماثل
	معادلة الدليل
	طول الوتر البؤري

تحقق من فهمك

اكتب كل معادلة مما يأتي على الصورة القياسية للقطع المكافئ ثم حدد خصائصه ومثل منحناه بيانياً :

$$3y^2 + 6y + 15 = 12x \quad (3B)$$



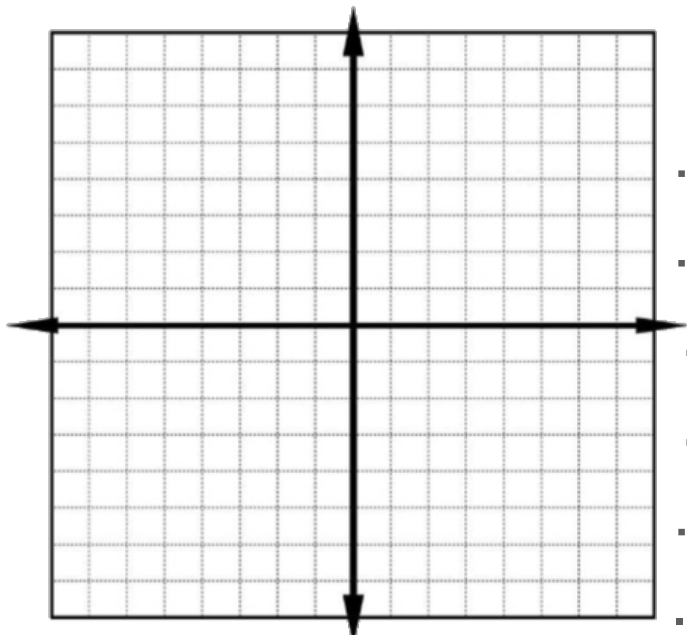
	الإتجاه
	الرأس
	البؤرة
	محور التماثل
	معادلة الدليل
	طول الوتر البؤري



تحقق من فهمك

اكتب معادلة القطع المكافئ الذي يحقق الخصائص المعطاة ثم مثل منحناه

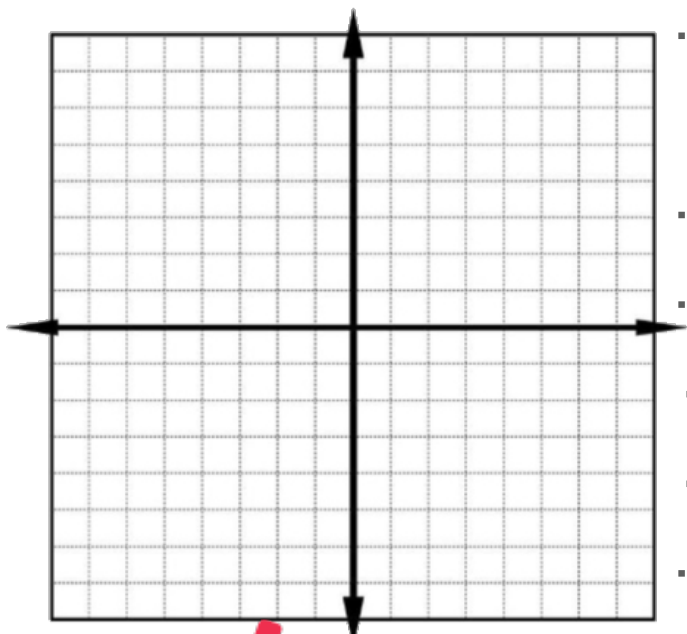
4A البؤرة $(-6, 2)$ والرأس $(-6, -1)$



تحقق من فهمك

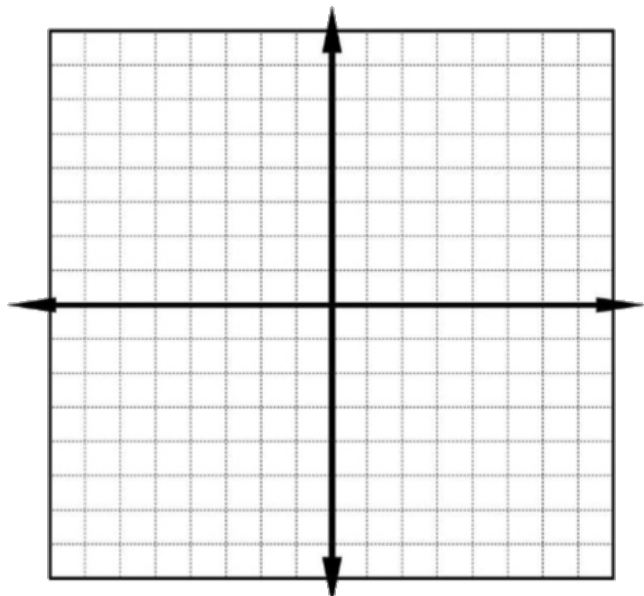
اكتب معادلة القطع المكافئ الذي يحقق الخصائص المعطاة ثم مثل منحناه

4B الرأس $(9, -2)$ والدليل $x = 12$



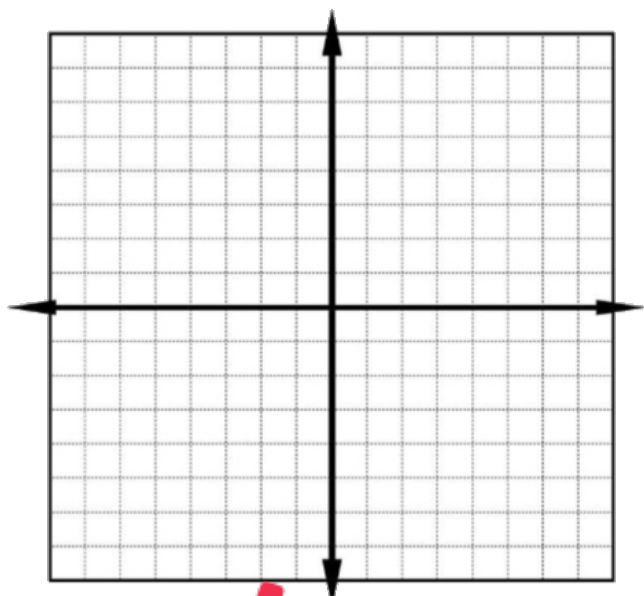
تحقق من فهمك

اكتب معادلة القطع المكافئ الذي يحقق الخصائص المعطاة ثم مثل منحناه
4C البؤرة $(-3, -4)$ ، والمنحنى مفتوح إلى أسفل، ويمر بالنقطة $(5, -10)$.



تحقق من فهمك

اكتب معادلة القطع المكافئ الذي يحقق الخصائص المعطاة ثم مثل منحناه
4D البؤرة $(-1, 5)$ ، والمنحنى مفتوح إلى اليمين، ويمر بالنقطة $(8, -7)$.



تحقق من فهمك

اكتب معادلة مماس منحنى كل قطع المكافئ مما يأتي عند النقطة المعطاه :

$$y = 4x^2 + 4; (-1, 8) \quad (5A)$$

تحقق من فهمك

$$x = 5 - \frac{y^2}{4}; (1, -4) \quad (5B)$$

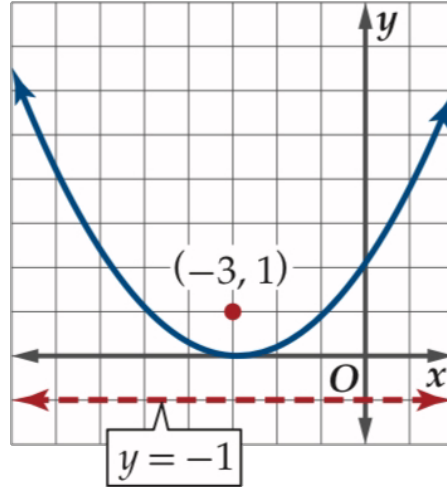




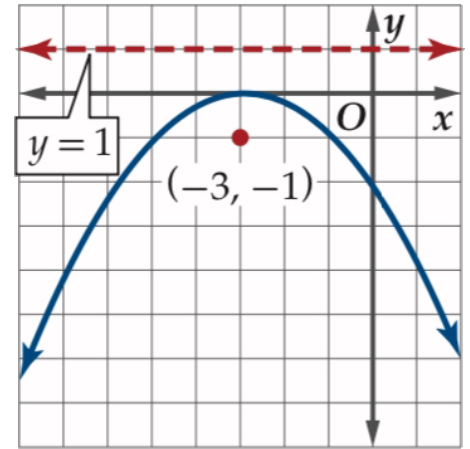
مسائل التفكير العليا

(36) **اكتشف الخطأ:** مثلت صفية وميمونة المنحنى $x^2 + 6x - 4y + 9 = 0$ بياناً كما هو موضح أدناه. فأي التمثيلين صحيح؟ فسر تبريرك.

ميمونة



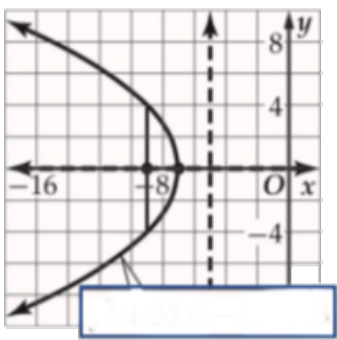
صفية



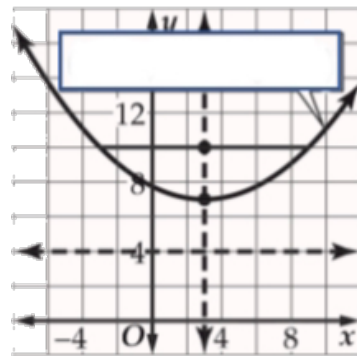
تحصيلي

إختار/ ي الإجابة الصحيحة :

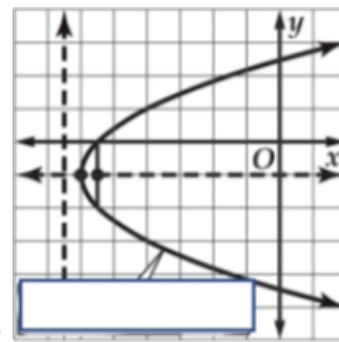
التمثيل البياني الصحيح للقطع المكافئ الذي معادلته $(x - 3)^2 = (y - 7)$ ؟



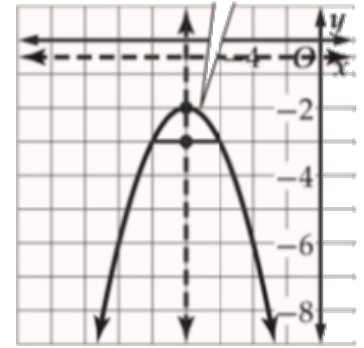
(D)



(C)



(B)



(A)





القطوع الناقصة والدوائر

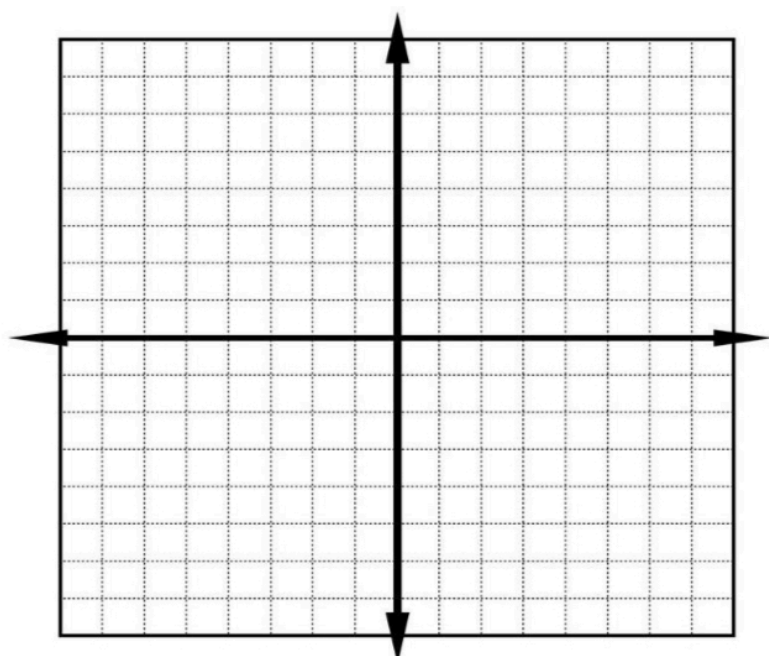
تطوير - إنتاج - توثيق



تحقق من فهمك

حدد خصائص القطع الناقص المعطاة معادلته في كل مما يأتي، ثم مثل منحاه بيانيًا.

$$(1A) \quad \frac{(x-6)^2}{9} + \frac{(y+3)^2}{16} = 1$$

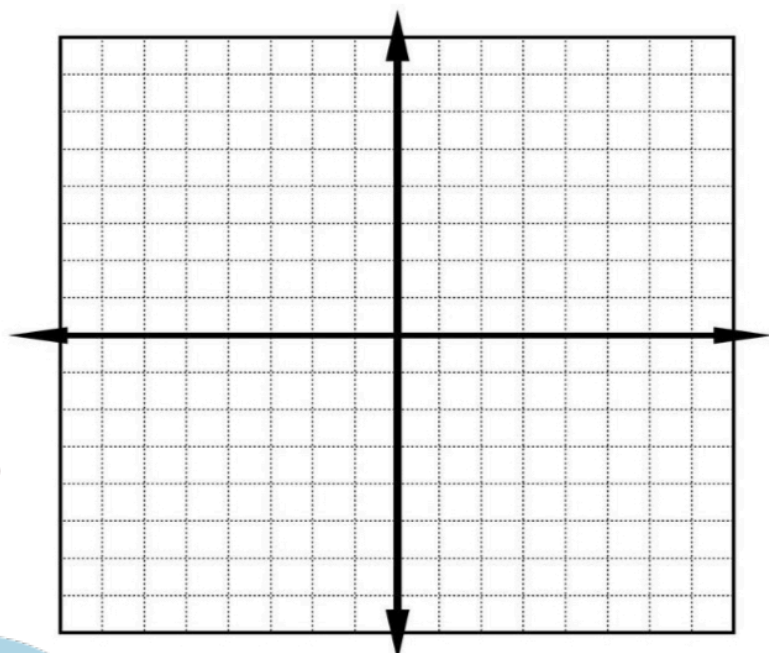


	الاتجاه
	المركز
	البؤرتان
	الرأسان
	الرأسان المرافقان
	المحور الأكبر
	المحور الأصغر

تحقق من فهمك

حدد خصائص القطع الناقص المعطاة معادلته في كل مما يأتي، ثم مثل منحاه بيانيًا.

$$(1B) \quad x^2 + 4y^2 + 4x - 40y + 103 = 0$$



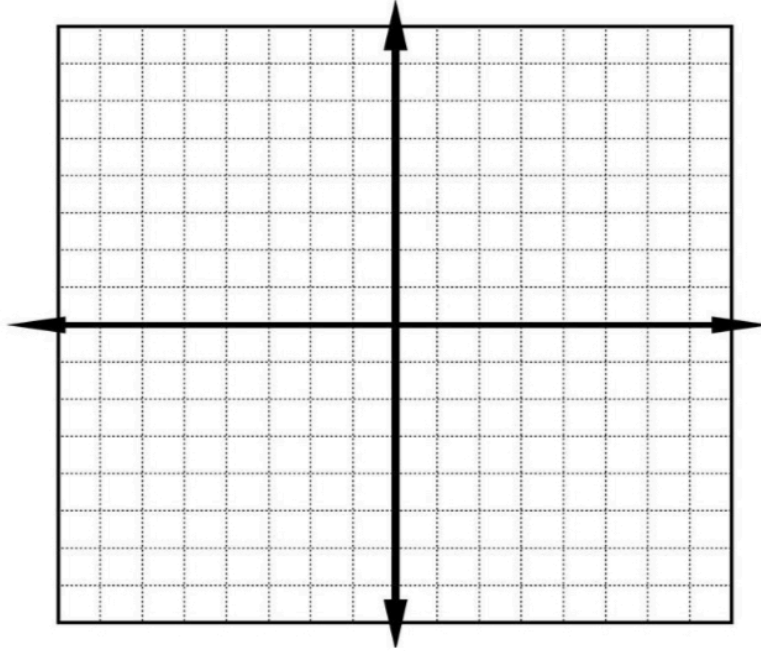
	الاتجاه
	المركز
	البؤرتان
	الرأسان
	الرأسان المرافقان
	المحور الأكبر
	المحور الأصغر



تدرب وحل المسائل

حدد خصائص القطع الناقص المعطاة معادلته في كل مما يأتي، ثم مثل منحناه بيانياً.

$$(1) \frac{(x+2)^2}{9} + \frac{y^2}{49} = 1$$



الاتجاه	
المركز	
البؤرتان	
الرأسان	
الرأسان المرافقان	
المحور الأكبر	
المحور الأصغر	

تحقق من فهمك

اكتب معادلة القطع الناقص الذي يحقق الخصائص المعطاة في كل مما يأتي:

2A البؤرتان $(-7, 3)$ ، $(19, 3)$ ، وطول المحور الأكبر 30 وحدة.

2B الرأسان $(-2, 8)$ ، $(-2, -4)$ ، وطول المحور الأصغر 10 وحدة.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



حدّد الاختلاف المركزي للقطع الناقص المعطاة معادلته في كل مما يأتي:

$$\frac{x^2}{18} + \frac{(y+8)^2}{48} = 1 \quad (3A)$$

$$\frac{(x-4)^2}{19} + \frac{(y+7)^2}{17} = 1 \quad (3B)$$

تدرب وحل المسائل

حدّد الاختلاف المركزي للقطع الناقص المعطاة معادلته في كل مما يأتي:

$$\frac{(x+5)^2}{72} + \frac{(y-3)^2}{54} = 1 \quad (10)$$



تحقق من فهمك

اكتب معادلة الدائرة :

5A) المركز $(0, 0)$ ، ونصف القطر 3

5B) المركز $(5, 0)$ ، والقطر 10

تحقق من فهمك

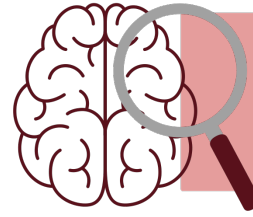
اكتب معادلة الدائرة المعطى طرفا قطر فيها في كل مما يأتي:

6) أوجد معادلة دائرة، إذا كان طرفا قطر فيها $(1, 5)$, $(3, -3)$.

اكتب معادلة الدائرة المعطى طرفا قطر فيها في كل مما يأتي:

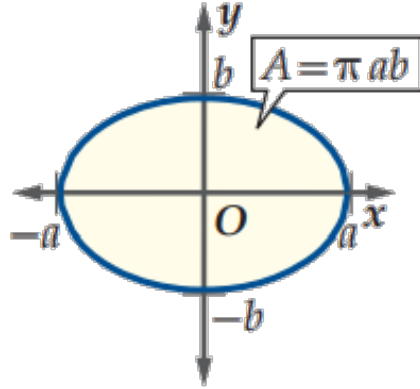
18) $(2, 1)$, $(2, -4)$





مسائل التفكير العليا

تحدُّ: تُعطى المساحة داخل القطع الناقص الذي معادلته $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ بالصيغة $A = \pi ab$. اكتب معادلة القطع الناقص المعطى خصائصه في كل مما يأتي:



$$b + a = 12, A = 35\pi \quad (39)$$

$$a - b = 5, A = 24\pi \quad (40)$$

تحصيلي



القطوع الزائدة

مجموعة رِفعة الرياضيات

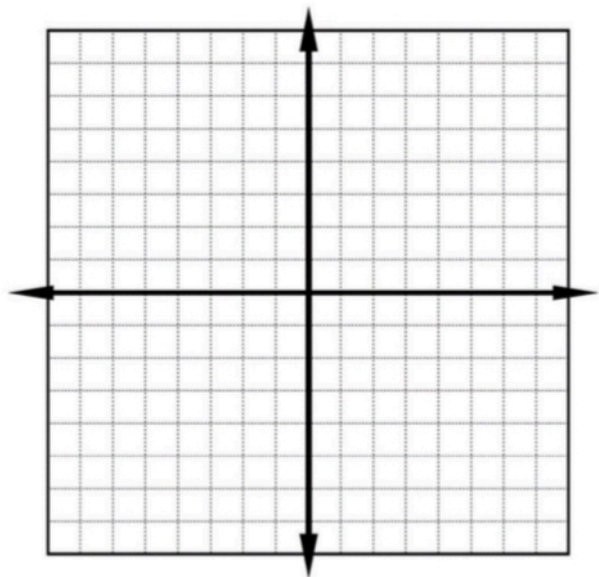
تطوير - إنتاج - توثيق



تحقق من فهمك

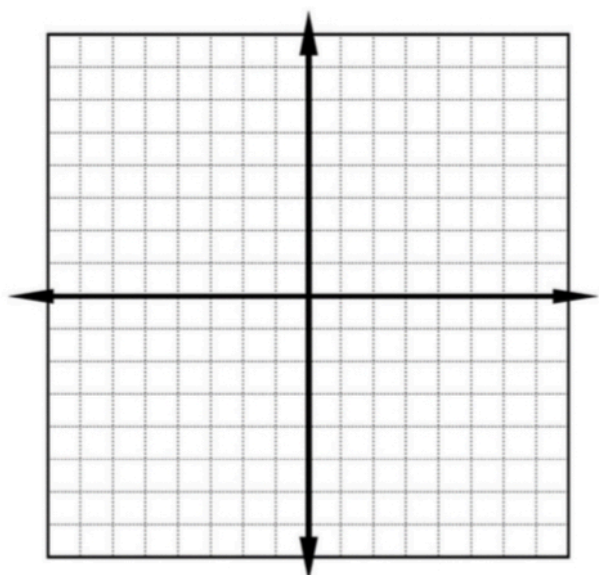
حدد خصائص القطع الزائد المعطاة معادلته في كل مما يأتي ثم مثل منحناه بيانياً :

$$\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{1} = 1 \quad (1A)$$



الاتجاه	
المركز	
الرأسان	
البؤرتان	
خطا التقارب	

$$\frac{(y+4)^2}{64} - \frac{(x+1)^2}{81} = 1 \quad (1B)$$

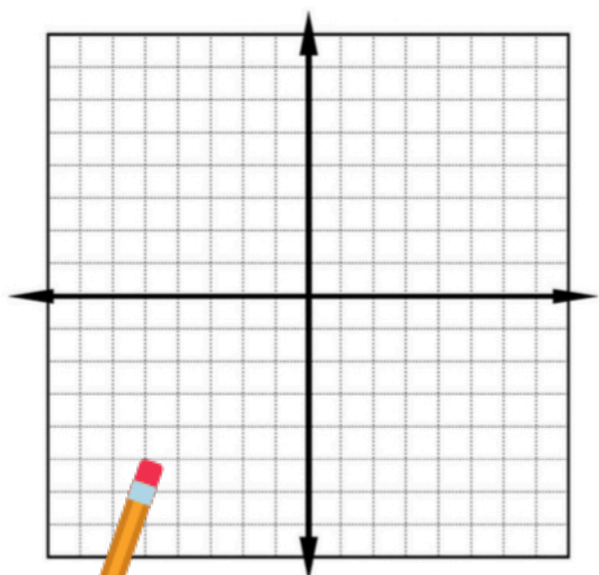


الاتجاه	
المركز	
الرأسان	
البؤرتان	
خطا التقارب	

تدرب وحل المسائل

حدد خصائص القطع الزائد المعطاة معادلته في كل مما يأتي ثم مثل منحناه بيانياً :

$$\frac{y^2}{4} - \frac{x^2}{17} = 1 \quad (1)$$



الاتجاه	
المركز	
الرأسان	
البؤرتان	
خطا التقارب	



تحقق من فهمك

اكتب معادلة القطع الزائد الذي يحقق الخصائص المعطاه :
3A الرأسان $(3, 6)$, $(3, 2)$ ، وطول المحور المرافق 10 وحدات.

تحقق من فهمك

اكتب معادلة القطع الزائد الذي يحقق الخصائص المعطاه :
3B البؤرتان $(2, -2)$, $(12, -2)$ ، وخط التقارب $y = \frac{3}{4}x - \frac{29}{4}$, $y = -\frac{3}{4}x + \frac{13}{4}$.



تحقق من فهمك

حدّد الاختلاف المركزي للقطع الزائد المعطاة معادلته في كل مما يأتي:

$$\frac{(y-2)^2}{15} - \frac{(x+9)^2}{75} = 1 \quad (4B)$$

$$\frac{(x+8)^2}{64} - \frac{(y-4)^2}{80} = 1 \quad (4A)$$

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

تدرب وحل المسائل

حدّد الاختلاف المركزي للقطع الزائد المعطاة معادلته في كل مما يأتي:

$$\frac{(y-1)^2}{10} - \frac{(x-6)^2}{13} = 1 \quad (21)$$

.....
.....
.....

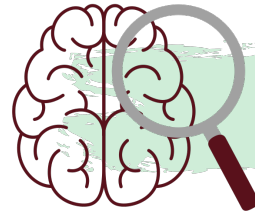


مسائل التفكير العليا

(37) **تحّد:** قطع زائد بؤرتاه $F_1(0, 9)$, $F_2(0, -9)$ ، ويمر بالنقطة P .
يزيد بعد P عن F_1 بمقدار 6 وحدات على بعد P عن F_2 . اكتب
معادلة القطع الزائد بالصيغة القياسية.

.....
.....
.....
.....





تحصيلي

(47) مراجعة: يمثل منحنى $\left(\frac{x}{4}\right)^2 - \left(\frac{y}{5}\right)^2 = 1$ قطعاً زائداً. ما معادلتا خطي تقارب هذا المنحنى؟

$y = \frac{4}{5}x, y = -\frac{4}{5}x$ **A**

$y = \frac{5}{4}x, y = -\frac{5}{4}x$ **B**

$y = \frac{1}{4}x, y = -\frac{1}{4}x$ **C**

$y = \frac{1}{5}x, y = -\frac{1}{5}x$ **D**



تحديد أنواع القطوع المخروطية

مجموعة رِفعة الرياضيات

تطوير - إنتاج - توثيق



1) اكتب المعادلة $4x^2 + y^2 - 16x + 8y - 4 = 0$ على الصورة القياسية، ثم حدّد نوع القطع المخروطي الذي تمثله.

.....

.....

.....

.....

.....

تدرب وحل المسائل

اكتب كل معادلة مما يأتي على الصورة القياسية، ثم حدّد نوع القطع المخروطي الذي تمثله.

(2) $x^2 + y^2 + 12x - 8y + 36 = 0$

(1) $x^2 + 4y^2 - 6x + 16y - 11 = 0$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



تحقق من فهمك

حدّد نوع القطع المخروطي الذي تمثّله كل معادلة مما يأتي، دون كتابتها على الصورة القياسية:

$$8y^2 - 6x^2 + 4xy - 6x + 2y - 4 = 0 \quad (2A)$$

.....

.....

.....

.....

.....

تحقق من فهمك

حدّد نوع القطع المخروطي الذي تمثّله كل معادلة مما يأتي، دون كتابتها على الصورة القياسية:

$$3xy + 4x^2 - 2y + 9x - 3 = 0 \quad (2B)$$

.....

.....

.....

.....

.....

تحقق من فهمك

حدّد نوع القطع المخروطي الذي تمثّله كل معادلة مما يأتي، دون كتابتها على الصورة القياسية:

$$3x^2 + 16x - 12y + 2y^2 - 6 = 0 \quad (2C)$$

.....

.....

.....

.....

.....





مسائل التفكير العليا

(21) **تبرير:** حدّد ما إذا كانت العبارة الآتية صحيحة دائماً، أو صحيحة أحياناً، أو غير صحيحة أبداً.
"عندما يكون القطع رأسياً، وتكون $A = C$ ، فإن القطع دائرة".

.....

.....

.....

.....



تحصيلي

(32) **اختيار من متعدد:** ما المعادلة التي تمثّل قطعاً مكافئاً رأسه عند النقطة $(2, 2)$ ، ويمر بالنقطة $(0, 6)$ ؟

$y = x^2 - 4x + 6$ **A**

$y = x^2 + 4x - 6$ **B**

$y = -x^2 - 4x + 6$ **C**

$y = -x^2 + 4x - 6$ **D**



مقدمة في المتجهات

مجموعة رِفعة الرياضيات

تطوير - إنتاج - توثيق



تحقق من فهمك

حدّد الكميات المتجهة ، والكميات القياسية (العددية) في كلّ مما يأتي:

(1A) تسير سيارة بسرعة 60 mi / h ، وبزاوية 15° جهة الجنوب الشرقي.

(1B) هبوط مظليّ رأسياً إلى أسفل بسرعة 12.5 mi / h .

(1C) طول قطعة مستقيمة 5 cm .

تدرب وحل المسائل

حدّد الكميات المتجهة والكميات القياسية في كلّ مما يأتي:

(1) طول محمد 125 cm .

(2) مساحة مربع 20 m^2 .

(3) يركض غزال بسرعة 15 m / s باتجاه الغرب.



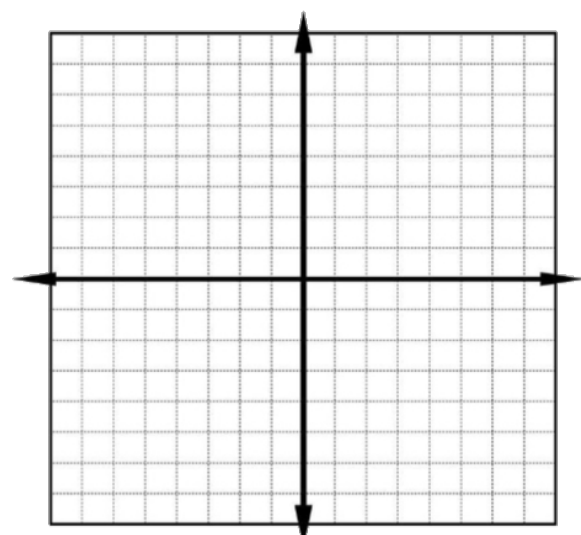
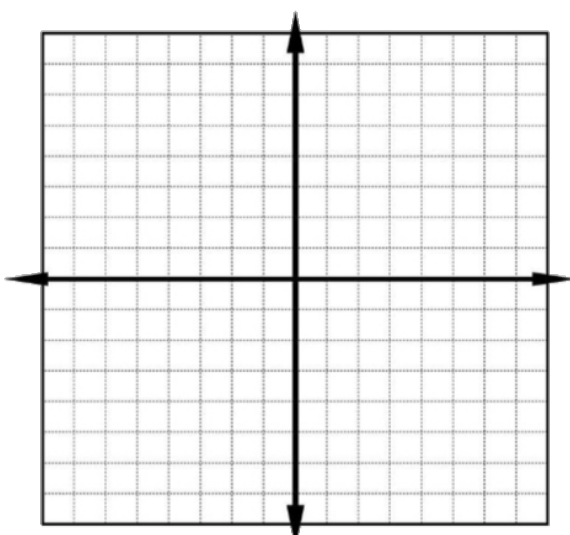
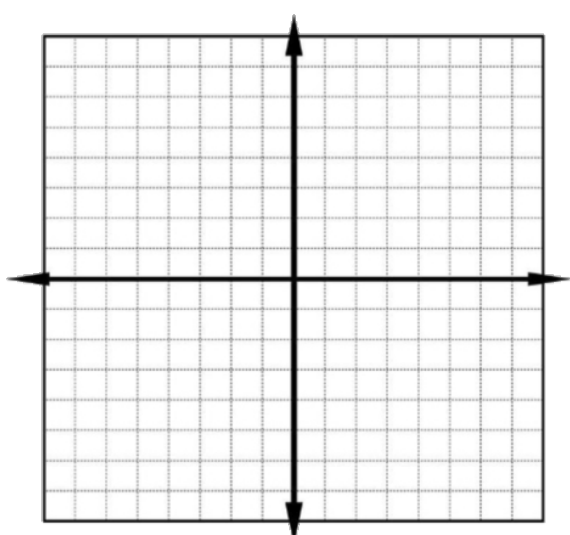
تحقق من فهمك

استعمل مسطرة ومنقلة؛ لرسم متجه لكل من الكميات الآتية، واكتب مقياس الرسم في كل حالة:

(2A) $t = 20 \text{ ft/s}$ ، باتجاه 065° .

(2B) $u = 15 \text{ mi/h}$ ، باتجاه $S 25^\circ E$.

(2C) $m = 60 \text{ N}$ ، بزاوية قياسها 80° مع الاتجاه الأفقي .

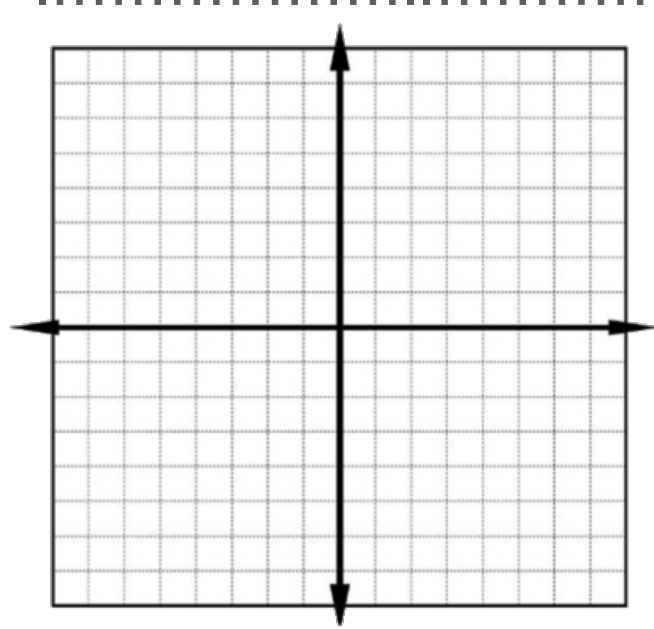
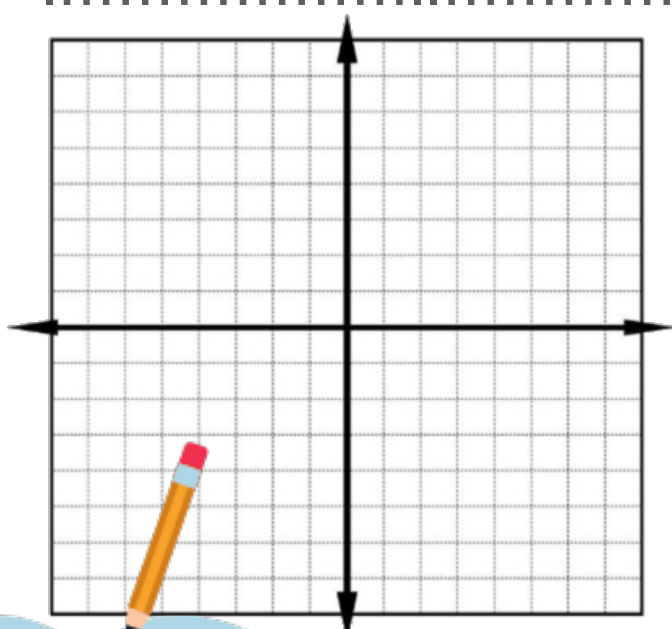


تدرب وحل المسائل

استعمل مسطرة ومنقلة؛ لرسم متجه لكل من الكميات الآتية، واكتب مقياس الرسم في كل حالة:

(8) $g = 6 \text{ km/h}$ ، باتجاه $N 70^\circ W$

(7) $h = 13 \text{ in/s}$ ، باتجاه 205°

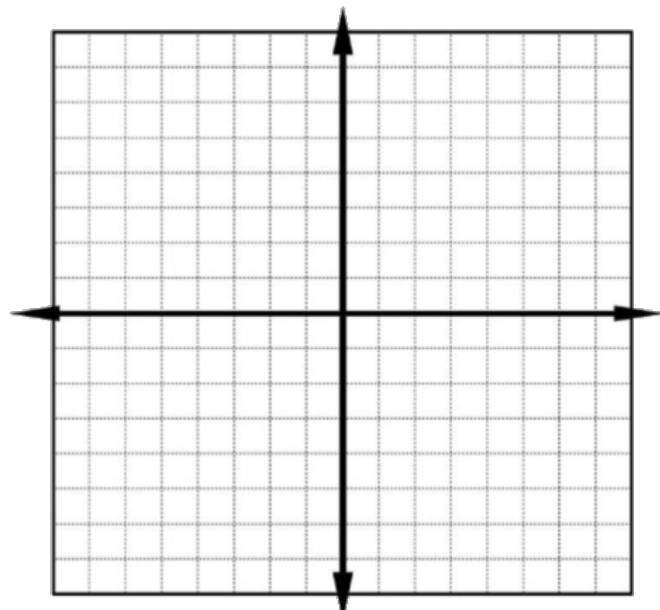
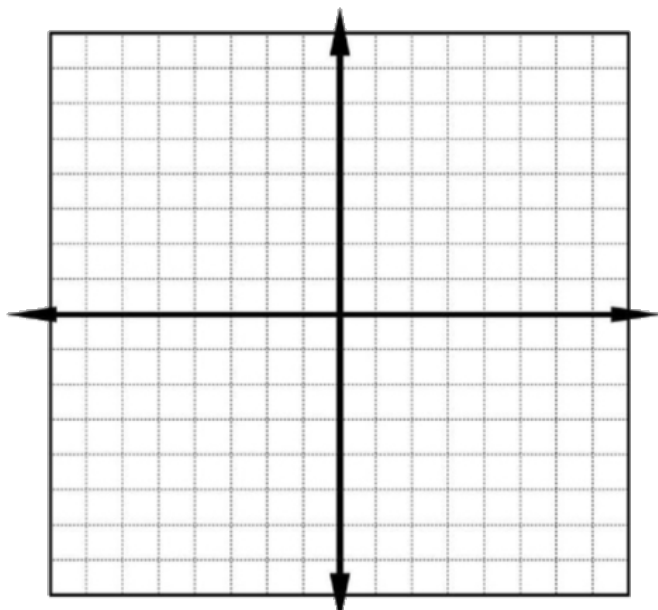


تدرب وحل المسائل

استعمل مسطرة ومنقلة؛ لرسم متجه لكل من الكميات الآتية، واكتب مقياس الرسم في كل حالة:

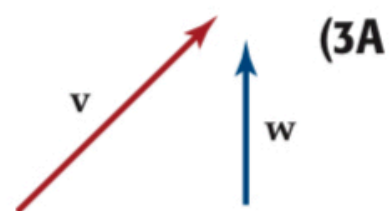
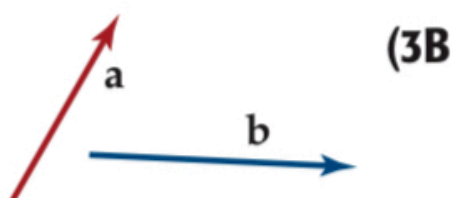
(9) $j = 5 \text{ ft/s}$ ، وبزاوية قياسها 300° مع الأفقي.

(12) $n = 32 \text{ m/s}$ ، باتجاه 030°



تحقق من فهمك

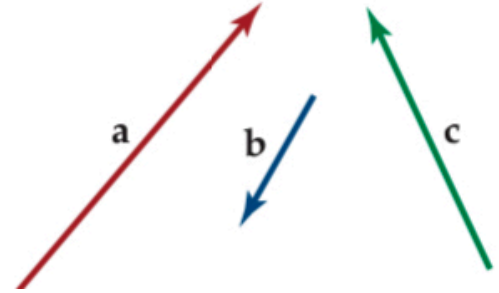
أوجد محصلة كل زوج من المتجهات الآتية مستعملاً قاعدة المثلث، أو متوازي الأضلاع. ثم حدّد اتجاهها بالنسبة للأفقي.



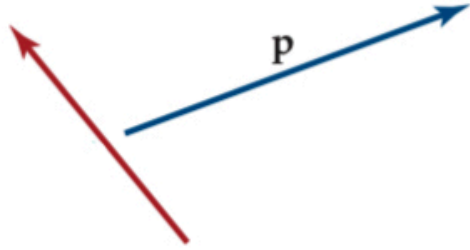
تحقق من فهمك

ارسم المتجه الذي يُمثّل كلّاً مما يأتي :

(4A) $a - c + 2b$

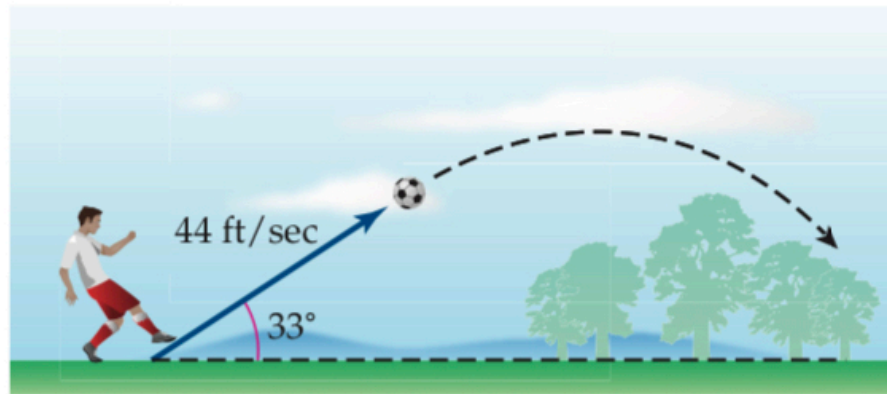


(4B) $m - \frac{1}{4}p$



تحقق من فهمك

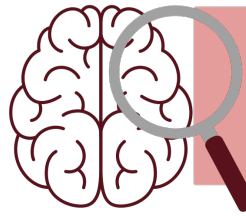
(5) **كرة قدم:** يركل لاعب كرة قدم من سطح الأرض بسرعة مقدارها 44 ft/s ، وبزاوية قياسها 33° مع سطح الأرض كما في الشكل أدناه.



(A) ارسم شكلاً يوضح تحليل هذه السرعة إلى مركبتين متعامدتين.

(B) أوجد مقدار كلّ من المركبتين الأفقية والرأسية للسرعة .





مسائل التفكير العليا

(40) **مسألة مفتوحة:** لديك متجه مقداره 5 وحدات بالاتجاه الموجب لمحور x ، حلّ المتجه إلى مركبتين متعامدتين على ألا تكون أيٌّ منهما أفقية أو رأسية.

.....

.....

.....

.....



تحصيلي



المتجهات في المستوى الإحداثي

مجموعة رِفعة الرياضيات

تطوير - إنتاج - توثيق



تحقق من فهمك

أوجد الصورة الإحداثية لـ $\overrightarrow{AB}$ المُعطاة نقطتا بدايته ونهايته في كلٍّ مما يأتي:

$A(0, 8), B(-9, -3)$ (1B)

$A(-2, -7), B(6, 1)$ (1A)

تحقق من فهمك

أوجد طول $\overrightarrow{AB}$ المُعطاة نقطتا بدايته ونهايته في كلٍّ مما يأتي:

$A(0, 8), B(-9, -3)$ (2B)

$A(-2, -7), B(6, 1)$ (2A)

تدرب وحل المسائل

أوجد الصورة الإحداثية وطول $\overrightarrow{AB}$ ، المُعطاة نقطتا بدايته ونهايته في كلٍّ مما يأتي:

$A(2, -7), B(-6, 9)$ (2)

$A(-3, 1), B(4, 5)$ (1)



تحقق من فهمك

أوجد كلاً مما يأتي للمتجهات: $\mathbf{a} = \langle 2, 5 \rangle$, $\mathbf{b} = \langle -3, 0 \rangle$, $\mathbf{c} = \langle -4, 1 \rangle$

$2\mathbf{c} + 4\mathbf{a} - \mathbf{b}$ (3C)

$-3\mathbf{c}$ (3B)

$4\mathbf{c} + \mathbf{b}$ (3A)

.....		
.....		
.....		
.....		
.....		
.....		

تحقق من فهمك

أوجد متجه الوحدة الذي له نفس اتجاه المتجه المُعطى في كلِّ ممَّا يأتي:

$\mathbf{x} = \langle -4, -8 \rangle$ (4B)

$\mathbf{w} = \langle 6, -2 \rangle$ (4A)

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	



تحقق من فهمك

اكتب المتجه $\overrightarrow{DE}$ المُعطى نقطتا بدايته ونهايته على صورة توافقٍ خطيٍّ لمتجهي الوحدة $\mathbf{i}, \mathbf{j}$ في كلِّ ممَّا يأتي :

$$D(-3, -8), E(7, 1) \quad (5B)$$

$$D(-6, 0), E(2, 5) \quad (5A)$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

تحقق من فهمك

أوجد الصورة الإحداثية للمتجه $\mathbf{v}$ المعطى طوله وزاوية اتجاهه مع الأفقي في كل مما يأتي :

$$|\mathbf{v}| = 24, \theta = 210^\circ \quad (6B)$$

$$|\mathbf{v}| = 8, \theta = 45^\circ \quad (6A)$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



أوجد زاوية اتجاه كلٍّ من المتجهين الآتيين مع الاتجاه الموجب لمحور x .

$\langle -3, -8 \rangle$ (7B)

$-6i + 2j$ (7A)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

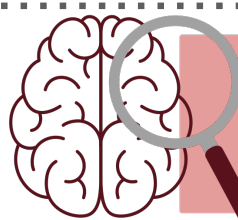
.....

.....

.....

.....

.....

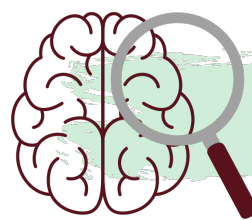


مسائل التفكير العليا

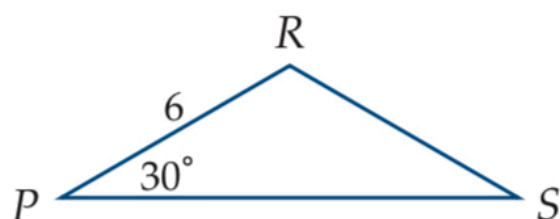
(45) **تحَدِّ:** إذا كانت زاوية اتجاه $\langle x, y \rangle$ هي $(4y)^\circ$ ، فأوجد قيمة x بدلالة y .

.....

.....



تحصيلي



(56) ما مساحة المثلث المجاور، إذا علمت أن $PR = RS$ ؟

$18\sqrt{3}$ D

$18\sqrt{2}$ C

$9\sqrt{3}$ B

$9\sqrt{2}$ A



الضرب الداخلي

مجموعة رِفعة الرياضيات

تطوير - إنتاج - توثيق



تحقق من فهمك

أوجد الضرب الداخلي للمتجهين $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}$ ، ثم تحقق مما إذا كانا متعامدين .

$$\mathbf{u} = \langle -2, -3 \rangle, \mathbf{v} = \langle 9, -6 \rangle \quad (1B)$$

$$\mathbf{u} = \langle 3, -2 \rangle, \mathbf{v} = \langle -5, 1 \rangle \quad (1A)$$

تدرب وحل المسائل

أوجد الضرب الداخلي للمتجهين $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}$ ، ثم تحقق مما إذا كانا متعامدين .

$$\mathbf{u} = 11\mathbf{i} + 7\mathbf{j}, \mathbf{v} = -7\mathbf{i} + 11\mathbf{j} \quad (4)$$

$$\mathbf{u} = \langle 4, -4 \rangle, \mathbf{v} = \langle 7, 5 \rangle \quad (3)$$

تحقق من فهمك

استعمل الضرب الداخلي؛ لإيجاد طول كلٍّ من المتجهات الآتية :

$$\mathbf{c} = \langle -1, -7 \rangle \quad (2B)$$

$$\mathbf{b} = \langle 12, 16 \rangle \quad (2A)$$



تحقق من فهمك

أوجد قياس الزاوية θ بين المتجهين $\mathbf{u}, \mathbf{v}$ في كلِّ مما يأتي:

$$\mathbf{u} = \langle 9, 5 \rangle, \mathbf{v} = \langle -6, 7 \rangle \quad (3B)$$

$$\mathbf{u} = \langle -5, -2 \rangle, \mathbf{v} = \langle 4, 4 \rangle \quad (3A)$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

تدرب وحل المسائل

أوجد قياس الزاوية θ بين المتجهين $\mathbf{u}, \mathbf{v}$ في كلِّ مما يأتي:

$$\mathbf{u} = \langle 7, 10 \rangle, \mathbf{v} = \langle 4, -4 \rangle \quad (12)$$

$$\mathbf{u} = \langle 0, -5 \rangle, \mathbf{v} = \langle 1, -4 \rangle \quad (11)$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....





تحصيلي

(45) ما قياس الزاوية بين المتجهين $\langle -1, -1 \rangle$, $\langle -9, 0 \rangle$ ؟

90° **C**

0° **A**

135° **D**

45° **B**

(46) إذا كان: $\mathbf{s} = \langle 4, -3 \rangle$, $\mathbf{t} = \langle -6, 2 \rangle$ ، فأَيُّ مما يأتي يمثل r ، حيث

$$\mathbf{r} = \mathbf{t} - 2\mathbf{s}$$

$\langle -14, 8 \rangle$ **C**

$\langle 14, 8 \rangle$ **A**

$\langle -14, -8 \rangle$ **D**

$\langle 14, 6 \rangle$ **B**



المتجهات في الفضاء الثلاثي الأبعاد

مجموعة رِفعة الرياضيات

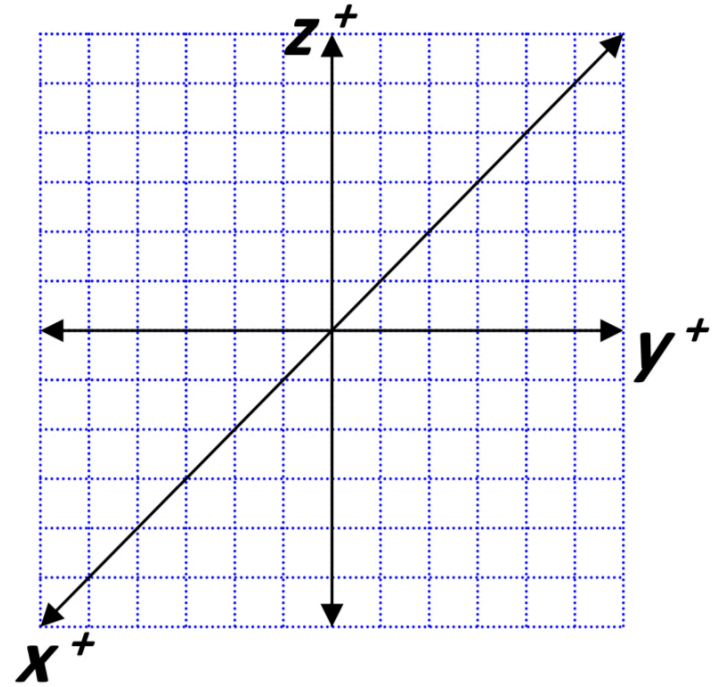
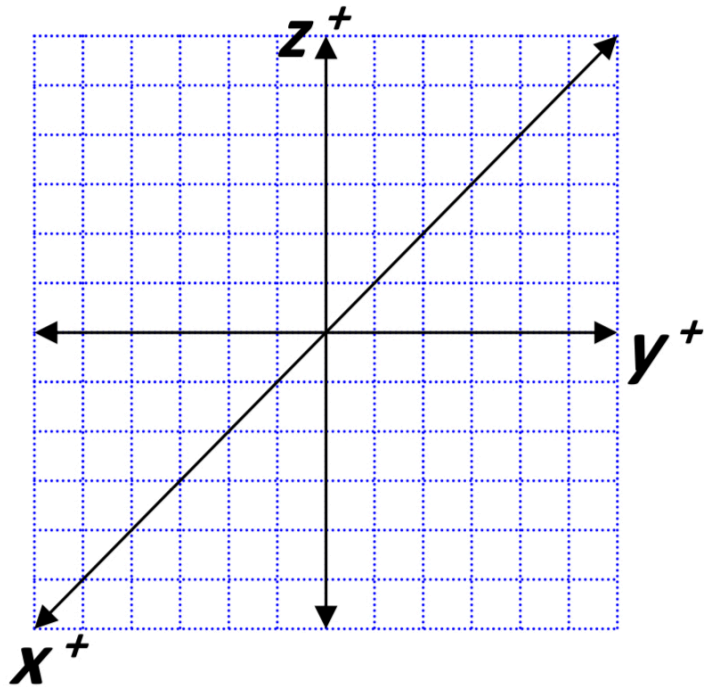
تطوير - إنتاج - توثيق



عين كلاً من النقاط الآتية في نظام الإحداثيات الثلاثي الأبعاد:

(3, 2, -3) (1B)

(-3, -4, 2) (1A)



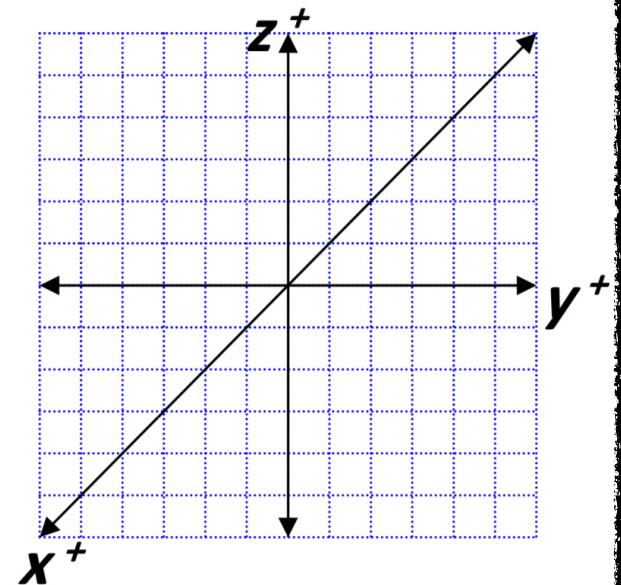
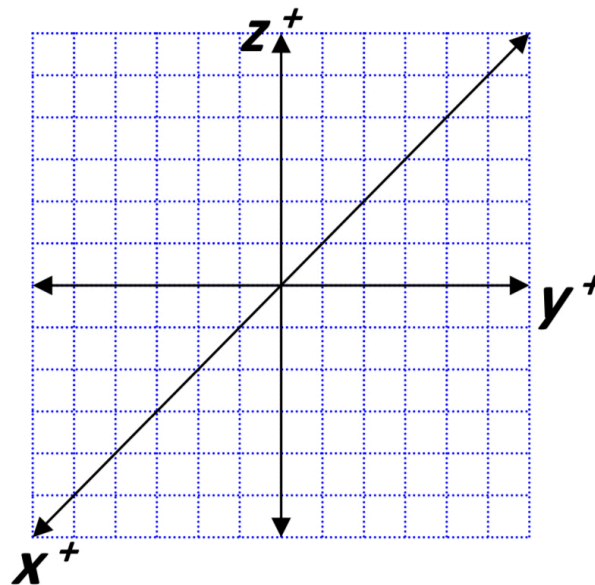
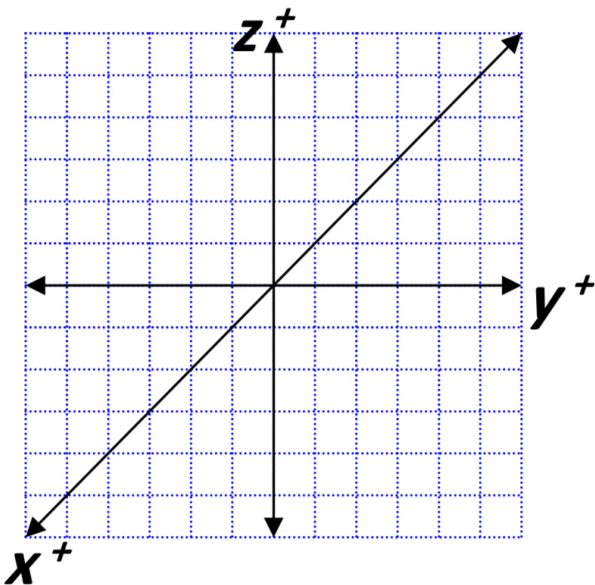
تدرب وحل المسائل

عين كل نقطة مما يأتي في نظام الإحداثيات الثلاثي الأبعاد:

(-5, -4, -2) (3)

(3, 2, 1) (2)

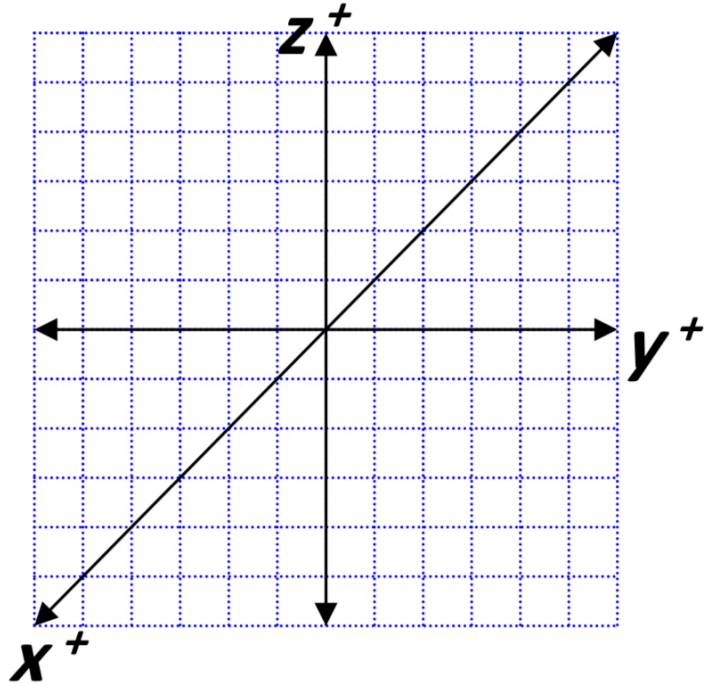
(1, -2, -4) (1)



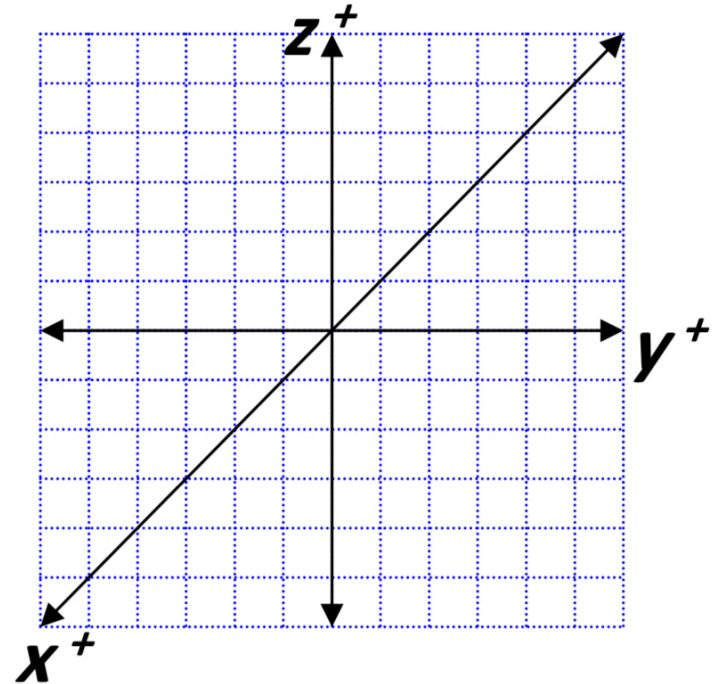
تحقق من فهمك

مثّل بيانياً كلّاً من المتجهين الآتيين في نظام الإحداثيات الثلاثي الأبعاد:

$$w = -i - 3j + 4k \quad (3B)$$



$$u = \langle -4, 2, -3 \rangle \quad (3A)$$



تحقق من فهمك

أوجد كلّاً مما يأتي للمتجهات: $y = \langle 3, -6, 2 \rangle$, $w = \langle -1, 4, -4 \rangle$, $z = \langle -2, 0, 5 \rangle$:

$$3y + 3z - 6w \quad (4B)$$

$$4w - 8z \quad (4A)$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



أوجد الصورة الإحداثية، وطول $\overrightarrow{AB}$ المُعطاة نقطتا بدايته ونهايته، في كلٍّ مما يأتي، ثم أوجد متجه الوحدة في اتجاه $\overrightarrow{AB}$.

(5B) $A(-1, 4, 6), B(3, 3, 8)$

(5A) $A(-2, -5, -5), B(-1, 4, -2)$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

تدرب وحل المسائل

أوجد الصورة الإحداثية، وطول $\overrightarrow{AB}$ المُعطاة نقطتا بدايته ونهايته، في كلٍّ مما يأتي، ثم أوجد متجه الوحدة في اتجاه $\overrightarrow{AB}$.

(33) $A(-4, 0, -3), B(-4, -8, 9)$

(32) $A(-5, -5, -9), B(11, -3, -1)$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

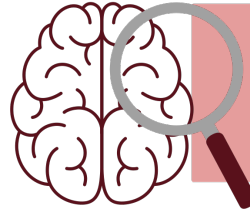
.....

.....

.....

.....





مسائل التفكير العليا

(53) **تحدّ:** إذا كانت M هي نقطة منتصف القطعة المستقيمة الواصلة بين النقطتين: $M_1(-1, 2, -5), M_2(3, 8, -1)$ ، فأوجد إحداثيات منتصف القطعة المستقيمة M_1M .

.....

.....

.....

.....



تحصيلي

(61) ما نوع المثلث الذي رؤوسه هي النقاط $A(0, 3, 5), B(1, 0, 2), C(0, -3, 5)$ ؟

- A قائم الزاوية
- B متطابق الضلعين
- C متطابق الأضلاع
- D مختلف الأضلاع



الضرب الداخلي والضرب الاتجاهي للمتجهات في الفضاء

مجموعة رفة الرياضيات

تطوير - إنتاج - توثيق



تحقق من فهمك

أوجد حاصل الضرب الداخلي للمتجهين u, v في كلٍّ مما يأتي، ثم حدّد ما إذا كانا متعامدين أم لا:

$$u = \langle 4, -2, -3 \rangle, v = \langle 1, 3, -2 \rangle \quad (1B)$$

$$u = \langle 3, -5, 4 \rangle, v = \langle 5, 7, 5 \rangle \quad (1A)$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

تدرب وحل المسائل

أوجد حاصل الضرب الداخلي للمتجهين u, v في كلٍّ مما يأتي، ثم حدّد ما إذا كانا متعامدين أم لا:

$$u = 6i - 2j - 5k, v = 3i - 2j + 6k \quad (5)$$

$$u = \langle 11, 4, -2 \rangle, v = \langle -1, 3, 8 \rangle \quad (4)$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

تحقق من فهمك

(2) أوجد قياس الزاوية بين المتجهين: $u = -4i + 2j + k, v = 4i + 3k$ ، إلى أقرب منزلة عشرية.

.....

.....

.....

.....

.....



(2) أوجد قياس الزاوية بين المتجهين: $u = -4i + 2j + k$, $v = 4i + 3k$ ، إلى أقرب منزلة عشرية .

(8) $u = \langle 6, -5, 1 \rangle$, $v = \langle -8, -9, 5 \rangle$ (9) $u = \langle -8, 1, 12 \rangle$, $v = \langle -6, 4, 2 \rangle$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

تحقق من فهمك

أوجد الضرب الاتجاهي للمتجهين u, v في كل ممائأتي، ثم بيّن أن $u \times v$ يعامد كلا من u, v :

(3A) $u = \langle 4, 2, -1 \rangle$, $v = \langle 5, 1, 4 \rangle$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



تدرب وحل المسائل

أوجد الضرب الاتجاهي للمتجهين u, v في كل ممائأتي، ثم بيّن أن $u \times v$ يعامد كلا من u, v :

$$(14) \quad u = \langle 3, -6, 2 \rangle, v = \langle 1, 5, -8 \rangle$$

تدرب وحل المسائل

أوجد الضرب الاتجاهي للمتجهين u, v في كل ممائأتي، ثم بيّن أن $u \times v$ يعامد كلا من u, v :

$$(15) \quad u = -2i - 2j + 5k, v = 7i + j - 6k$$



4 أوجد مساحة متوازي الأضلاع الذي فيه: $u = -6i - 2j + 3k, v = 4i + 3j + k$ ضلعان متجاوران.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

تدرب وحل المسائل

أوجد مساحة متوازي الأضلاع الذي فيه u, v ضلعان متجاوران

$$u = \langle -9, 1, 2 \rangle, v = \langle 6, -5, 3 \rangle \quad (16)$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



تحقق من فهمك

أوجد حجم متوازي السطوح الذي فيه $\mathbf{t}, \mathbf{u}, \mathbf{v}$ أحرف متجاورة في كل مما يأتي:

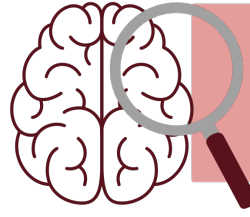
$$\mathbf{t} = \langle -1, -9, 2 \rangle, \mathbf{u} = \langle 4, -7, -5 \rangle, \mathbf{v} = \langle 3, -2, 6 \rangle \quad (20)$$

تحقق من فهمك

أوجد حجم متوازي السطوح الذي فيه $\mathbf{t}, \mathbf{u}, \mathbf{v}$ أحرف متجاورة في كل مما يأتي:

$$\mathbf{t} = \langle 2, -3, -1 \rangle, \mathbf{u} = \langle 4, -6, 3 \rangle, \mathbf{v} = \langle -9, 5, -4 \rangle \quad (21)$$





مسائل التفكير العليا

(43) **تحّد:** إذا كان: $\mathbf{u} = \langle 4, 6, c \rangle$, $\mathbf{v} = \langle -3, -2, 5 \rangle$ ، فأوجد قيمة c التي تجعل: $\mathbf{u} \times \mathbf{v} = 34\mathbf{i} - 26\mathbf{j} + 10\mathbf{k}$.

.....

.....

.....

.....



تحصيلي

(54) أيُّ مما يأتي متجهان متعامدان؟

$\langle 1, 0, 0 \rangle$, $\langle 1, 2, 3 \rangle$ **A**

$\langle 1, -2, 3 \rangle$, $\langle 2, -4, 6 \rangle$ **B**

$\langle 3, 4, 6 \rangle$, $\langle 6, 4, 3 \rangle$ **C**

$\langle 3, -5, 4 \rangle$, $\langle 6, 2, -2 \rangle$ **D**

.....

.....

.....

.....

(55) ما حاصل الضرب الاتجاهي للمتجهين:
 $\mathbf{u} = \langle 3, 8, 0 \rangle$, $\mathbf{v} = \langle -4, 2, 6 \rangle$ ؟

$48\mathbf{i} - 18\mathbf{j} + 38\mathbf{k}$ **A**

$48\mathbf{i} - 22\mathbf{j} + 38\mathbf{k}$ **B**

$46\mathbf{i} - 22\mathbf{j} + 38\mathbf{k}$ **C**

$46\mathbf{i} - 18\mathbf{j} + 38\mathbf{k}$ **D**

.....

.....

.....

.....

