



تطوير - إنتاج - توثيق

سلسلة رفعة لدفتر الرياضيات



رياضيات 6

اسم الطالبة:

الفصل:

اسم المعلمة:

جدول الحصص اليومي

الأولى	الثانية	الثالثة	الرابعة	الخامسة	السادسة	السابعة	الثامنة	
								الأحد
								الاثنين
								الثلاثاء
								الأربعاء
								الخميس

متابعة وتقييم الدفتر

اليوم والتاريخ	التقييم	الملاحظة

متابعة وتقييم الدفتر

اليوم والتاريخ	التقييم	الملاحظة

متابعة وتقييم الدفتر

اليوم والتاريخ	التقييم	الملاحظة

الفصل الأول

المتجهات

الفصل الثاني

الاحداثيات القطبية
والأعداد المركبة

الفصل الثالث

الاحتمال والإحصاء

الفصل الرابع

النهايات والاشتقاق

المتجهات

التهيئة للفصل الأول

مقدمة في المتجهات

المتجهات في المستوى الإحداثي

الضرب الداخلي

المتجهات في الفضاء الثلاثي الأبعاد

الضرب الداخلي والضرب الاتجاهي للمتجهات في الفضاء

أوجد المسافة بين كل زوج من النقاط الآتية، ثم أوجد إحداثي نقطة

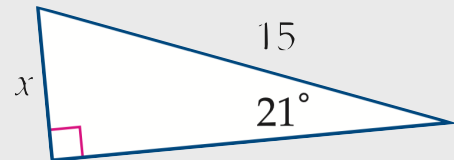
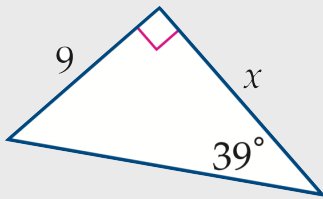
(2) $(-5, 3), (-5, 8)$

(1) $(1, 4), (-2, 4)$

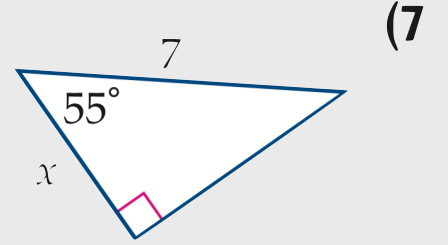
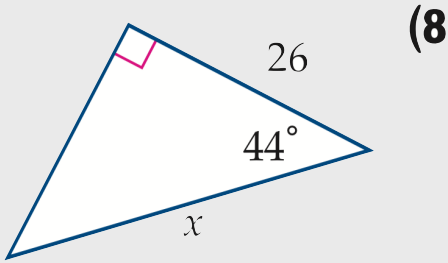
(4) $(-4, -1), (-6, -8)$

(3) $(2, -9), (-3, -7)$

أوجد قيمة x في كل مما يأتي مقرباً الناتج إلى أقرب عُشر.



● أوجد قيمة x في كلٍّ مما يأتي مقربًا الناتج إلى أقرب عُشرٍ.



● أوجد جميع الحلول الممكنة لكل مثلث مما يأتي إن أمكن

(11) $a = 15, b = 16, A = 127^\circ$

(10) $a = 10, b = 7, A = 128^\circ$

(12) $a = 15, b = 18, A = 52^\circ$

التاريخ:

مقدمة في المتجهات

الموضوع:

تحقق من فهمك: حدّد الكميات المتجهة ، والكميات القياسية (العددية) في كلّ مما يأتي:

(1B) هبوط مظليّ رأسياً إلى أسفل
بسرعة 12.5 mi / h .

(1A) تسير سيارة بسرعة 60 mi / h
، وبزاوية 15° جهة الجنوب الشرقي .

(1C) طول قطعةٍ مستقيمةٍ 5 cm .

تدرب:

(3) يركض غزال بسرعة 15 m/s باتجاه الغرب.

(1) طول محمد 125 cm .

التاريخ:

مقدمة في المتجهات

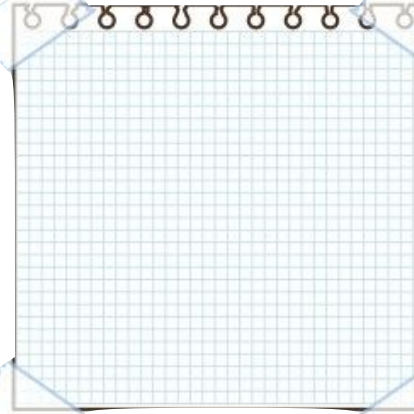
الموضوع:

تحقق من فهمك: استعمل مسطرة ومنقلة؛ لرسم متجه لكل من الكميات الآتية، واكتب مقياس الرسم في كل حالة:

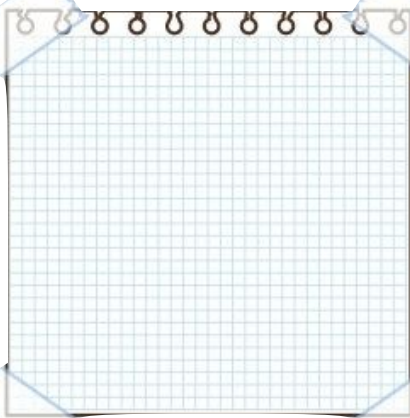
(2B) $u = 15 \text{ mi/h}$ ، باتجاه $S 25^\circ E$.



(2A) $t = 20 \text{ ft/s}$ ، باتجاه 065° .

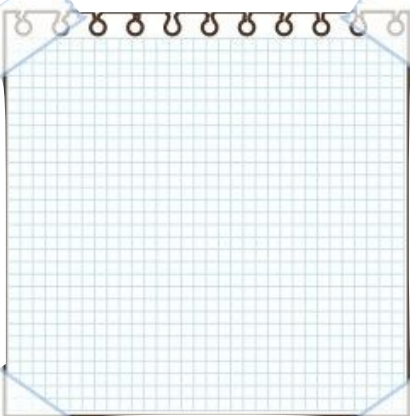


(2C) $m = 60 \text{ N}$ ، بزاوية قياسها 80° مع الاتجاه الأفقي .

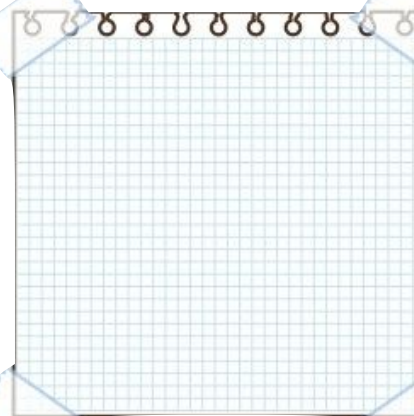


تدرب:

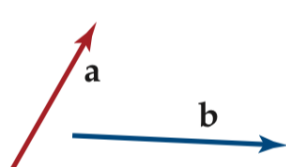
(8) $g = 6 \text{ km/h}$ ، باتجاه $N 70^\circ W$.



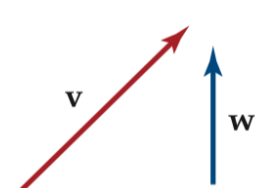
(7) $h = 13 \text{ in/s}$ ، باتجاه 205° .



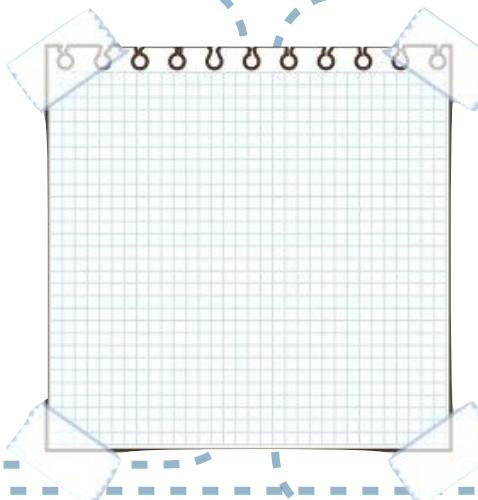
تحقق من فهمك: أوجد محصلة كل زوج من المتجهات الآتية مستعملًا قاعدة المثلث، أو متوازي الأضلاع. ثم حدّد اتجاهها بالنسبة للأفقي.



(3B)

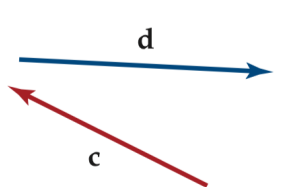


(3A)

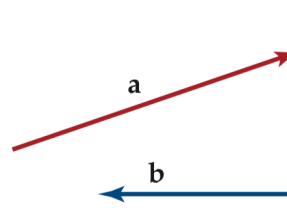


(3C) **لعبة أطفال:** رمى طفل كرة صغيرة في لعبة مخصصة للأطفال بسرعة 7 in/s ، باتجاه 310° ، فارتدت باتجاه 055° ، وبسرعة 4 in/s . أوجد مقدار محصلة حركة الكرة واتجاهها. (قرب طول المحصلة إلى أقرب بوصة، والاتجاه إلى أقرب درجة)

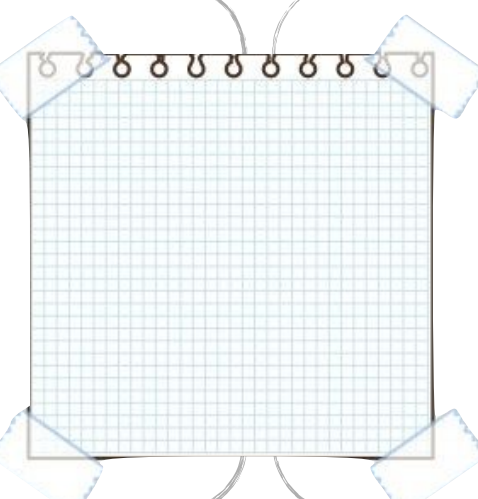
تدرب:



(14)



(13)



التاريخ:

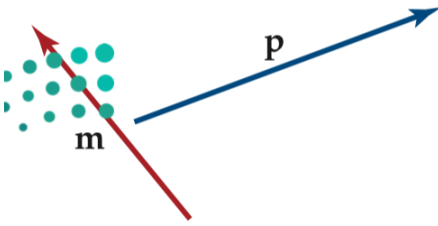
مقدمة في المتجهات

الموضوع:

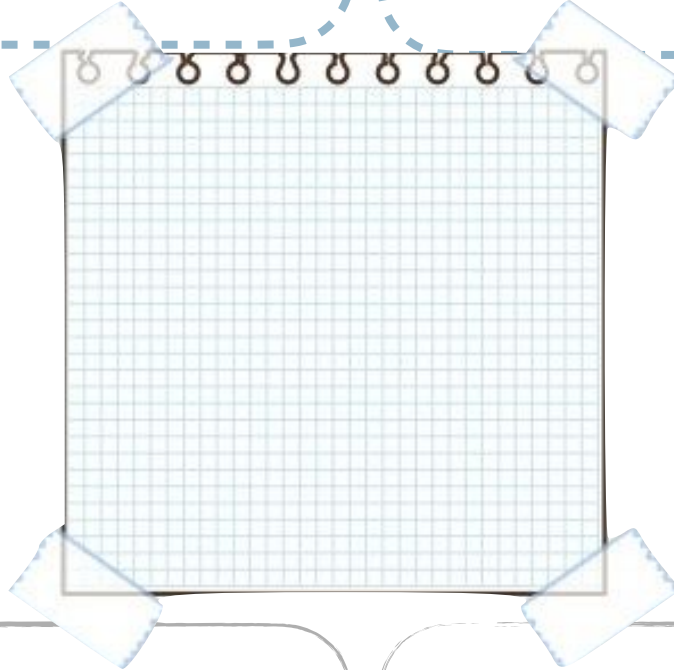
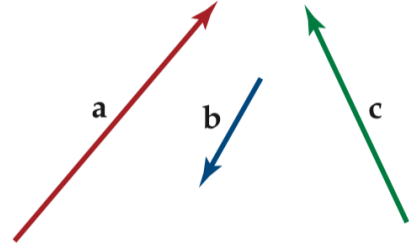
ارسم المتجه الذي يُمثّل كلّاً مما يأتي :

تحقق من فهمك:

$$m - \frac{1}{4}p \quad (4B)$$

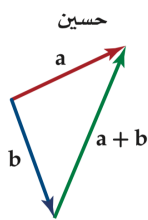
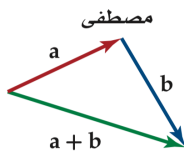


$$a - c + 2b \quad (4A)$$

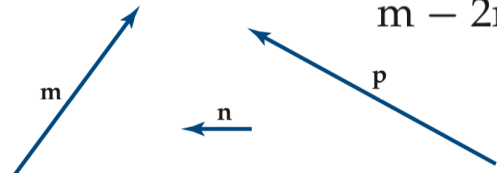


تدرب:

(43) **اكتشف الخطأ:** حاول كلّ من حسين ومصطفى إيجاد محصلة المتجهين a, b . أيهما كانت إجابته صحيحة؟ برّر إجابتك.



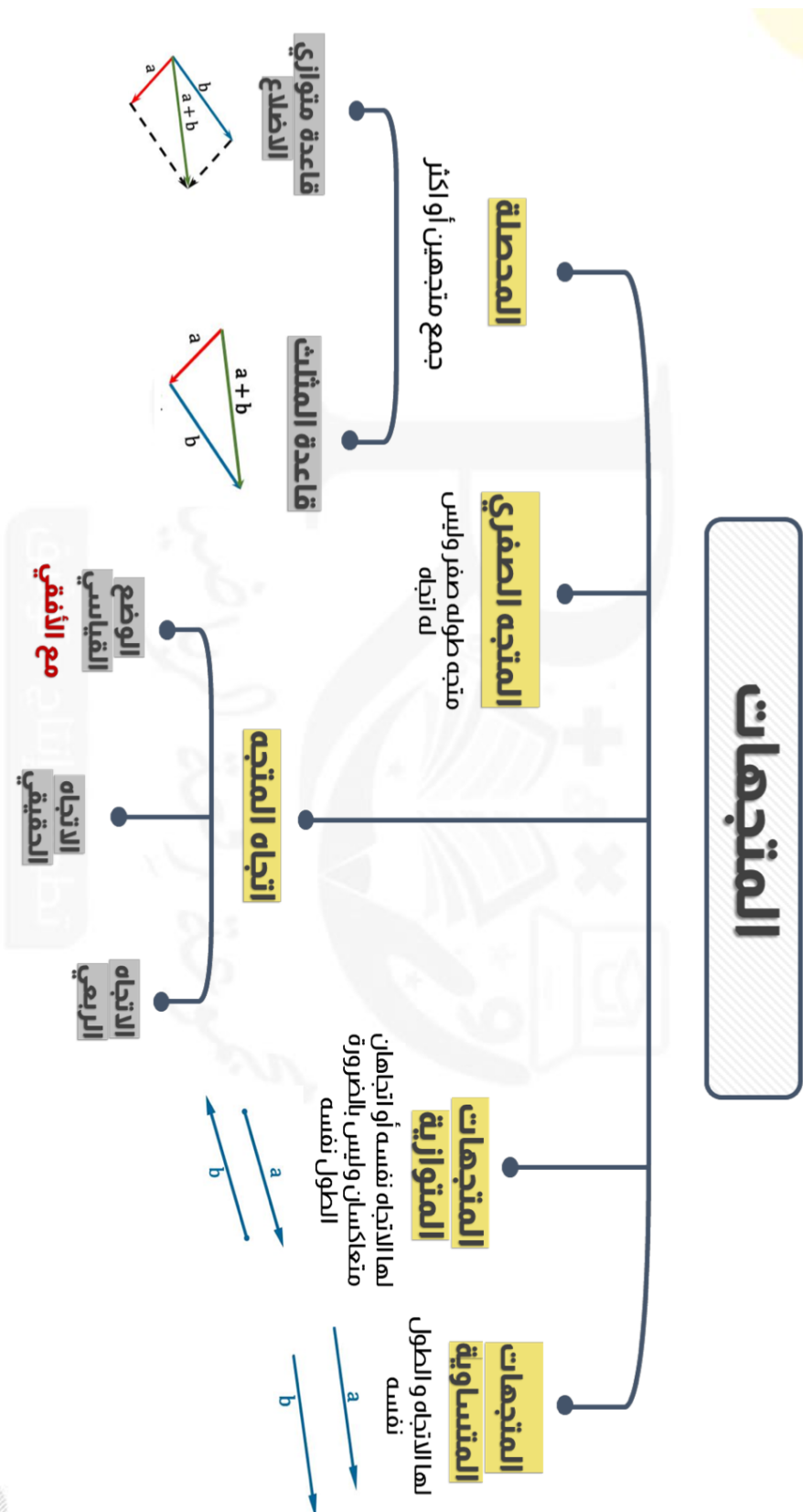
$$m - 2n \quad (22)$$



الموضوع:

مقدمة في المتجهات

التاريخ:



التاريخ:

المتجهات في المستوى الإحداثي

الموضوع:

تحقق من فهمك: أوجد الصورة الإحداثية لـ $\overrightarrow{AB}$ المُعطاة نقطتا بدايته ونهايته في كلٍّ مما يأتي:

$A(0, 8), B(-9, -3)$ (1B)

$A(-2, -7), B(6, 1)$ (1A)

$A(0, 8), B(-9, -3)$ (2B)

$A(-2, -7), B(6, 1)$ (2A)

تدرب:

$A(2, -7), B(-6, 9)$ (2)

$A(-3, 1), B(4, 5)$ (1)

التاريخ:

الموضوع: المتجهات في المستوى الإحداثي

تحقق من فهمك:

أوجد كلاً مما يأتي للمتجهات: $\mathbf{a} = \langle 2, 5 \rangle$, $\mathbf{b} = \langle -3, 0 \rangle$, $\mathbf{c} = \langle -4, 1 \rangle$:

$-3\mathbf{c}$ (3B)

$4\mathbf{c} + \mathbf{b}$ (3A)

$2\mathbf{c} + 4\mathbf{a} - \mathbf{b}$ (3C)

تدرب:

إذا كان: $\mathbf{f} = \langle 8, 0 \rangle$, $\mathbf{g} = \langle -3, -5 \rangle$, $\mathbf{h} = \langle -6, 2 \rangle$ ، فأوجد

$\mathbf{f} + 2\mathbf{h}$ (8)

$4\mathbf{h} - \mathbf{g}$ (7)

التاريخ:

الموضوع: المتجهات في المستوى الإحداثي

أوجد متجه الوحدة الذي له نفس اتجاه المتجه المُعطى في كلِّ ممَّا يأتي:

تحقق من فهمك:

$$\mathbf{x} = \langle -4, -8 \rangle \quad (4B)$$

$$\mathbf{w} = \langle 6, -2 \rangle \quad (4A)$$

$$\mathbf{v} = \langle 9, -3 \rangle \quad (14)$$

$$\mathbf{v} = \langle -2, 7 \rangle \quad (13)$$

تدرب

اكتب المتجه $\overrightarrow{DE}$ المُعطى نقطتا بدايته ونهايته على صورة توافقٍ خطيٍّ لمتجهي الوحدة $\mathbf{i}, \mathbf{j}$ في كلِّ ممَّا يأتي:

تحقق من فهمك:

$$D(-3, -8), E(7, 1) \quad (5B)$$

$$D(-6, 0), E(2, 5) \quad (5A)$$

التاريخ:

الموضوع: المتجهات في المستوى الإحداثي

تدرب:

اكتب المتجه $\overrightarrow{DE}$ المُعطى نقطتا بدايته ونهايته على صورة توافقٍ خطيٍّ لمتجهي الوحدة $\mathbf{i}, \mathbf{j}$ في كلِّ ممَّا يأتي :

$D(9, -6), E(-7, 2)$ (20)

$D(4, -1), E(5, -7)$ (19)

تحقق من فهمك: أوجد الصورة الإحداثية للمتجه $\mathbf{v}$ المُعطى طوله وزاوية اتجاهه مع الأفقي في كلِّ ممَّا يأتي :

$|\mathbf{v}| = 24, \theta = 210^\circ$ (6B)

$|\mathbf{v}| = 8, \theta = 45^\circ$ (6A)

تدرب

$|\mathbf{v}| = 16, \theta = 330^\circ$ (26)

$|\mathbf{v}| = 12, \theta = 60^\circ$ (25)

التاريخ:

الموضوع: المتجهات في المستوى الإحداثي

تحقق من فهمك: أوجد زاوية اتجاه كلٍّ من المتجهين الآتيين مع الاتجاه الموجب لمحور x .

(7B) $\langle -3, -8 \rangle$

(7A) $-6i + 2j$

(30) $-2i + 5j$

(29) $3i + 6j$

تدرب

تحقق من فهمك:

(8) كرة قدم: أوجد محصلة السرعة، واتجاه حركة الكرة إذا تحرك اللاعب إلى الأمام بسرعة 7 m/s

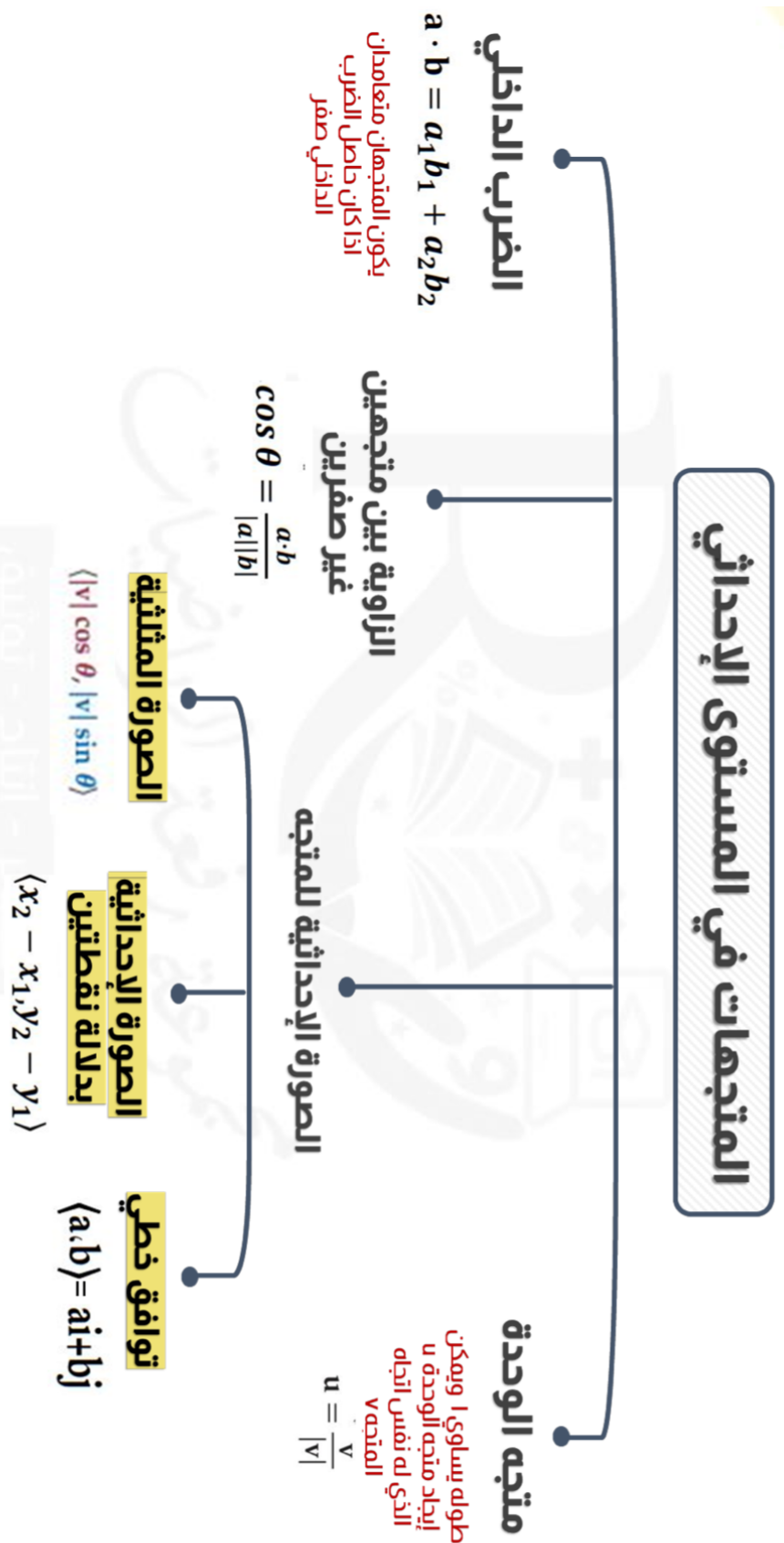
مهارات التفكير العليا:

55) ما طول المتجه الذي نقطة بدايته $(2, 5)$ ، ونقطة نهايته $(-3, -4)$ ؟

$\sqrt{2}$ A $\sqrt{82}$ C

$\sqrt{106}$ D $\sqrt{26}$ B

43) **تبرير:** إذا كان a, b متجهين متوازيين، فعبر عن كل من المتجهين بالصورة الإحداثية مبيناً العلاقة بين a, b .



تحقق من فهمك: أوجد الضرب الداخلي للمتجهين u, v ، ثم تحقق مما إذا كانا متعامدين .

$$u = \langle -2, -3 \rangle, v = \langle 9, -6 \rangle \quad (1B)$$

$$u = \langle 3, -2 \rangle, v = \langle -5, 1 \rangle \quad (1A)$$

تدرب:

$$u = \langle 9, -3 \rangle, v = \langle 1, 3 \rangle \quad (2)$$

$$u = \langle 3, -5 \rangle, v = \langle 6, 2 \rangle \quad (1)$$

تحقق من فهمك: استعمل الضرب الداخلي؛ لإيجاد طول كل من المتجهات الآتية :

$$c = \langle -1, -7 \rangle \quad (2B)$$

$$b = \langle 12, 16 \rangle \quad (2A)$$

تدرب:

استعمل الضرب الداخلي؛ لإيجاد طول المتجه المعطى.

$$\mathbf{r} = \langle -9, -4 \rangle \quad (8)$$

$$\mathbf{m} = \langle -3, 11 \rangle \quad (7)$$

تحقق من فهمك:

أوجد قياس الزاوية θ بين المتجهين $\mathbf{u}, \mathbf{v}$ في كل مما يأتي:

$$\mathbf{u} = \langle 9, 5 \rangle, \mathbf{v} = \langle -6, 7 \rangle \quad (3B)$$

$$\mathbf{u} = \langle -5, -2 \rangle, \mathbf{v} = \langle 4, 4 \rangle \quad (3A)$$

تدرب

$$\mathbf{u} = \langle 7, 10 \rangle, \mathbf{v} = \langle 4, -4 \rangle \quad (12)$$

$$\mathbf{u} = \langle 0, -5 \rangle, \mathbf{v} = \langle 1, -4 \rangle \quad (11)$$

تحقق من فهمك:

- 4 **تنظيف:** يدفع إبراهيم مكنسة كهربائية بقوة مقدارها 25 N، إذا كان قياس الزاوية بين ذراع المكنسة وسطح الأرض 60° ، فأوجد الشغل بالجول الذي بذله إبراهيم عند تحريك المكنسة مسافة 6 m؟

مهارات التفكير العليا:

46 إذا كان: $t = \langle -6, 2 \rangle$, $s = \langle 4, -3 \rangle$ ، فأَيُّ مما يأتي يمثل r ، حيث $r = t - 2s$ ؟

- A** $\langle 14, 8 \rangle$ **C** $\langle -14, 8 \rangle$
B $\langle 14, 6 \rangle$ **D** $\langle -14, -8 \rangle$

33 **اكتشف الخطأ:** يدرس كلٌّ من فهد وفصيل خصائص الضرب الداخلي للمتجهات، فقال فهد: إن الضرب الداخلي للمتجهات عملية تجميعية؛ لأنها إبدالية؛ أي أن: $(u \cdot v) \cdot w = u \cdot (v \cdot w)$ ، ولكن فصيل عارضه، فأيهما كان على صواب؟ وضّح إجابتك.

المتجهات في المستوى الإحداثي

الضرب الداخلي

$$a \cdot b = a_1 b_1 + a_2 b_2$$

يكون المتجهان متعامدان إذا كان حاصل الضرب الداخلي صفر

الزاوية بين متجهين غير صفريين

$$\cos \theta = \frac{a \cdot b}{|a||b|}$$

الصورة المثلثية

$$\langle |v| \cos \theta, |v| \sin \theta \rangle$$

الصورة الإحداثية للمتجه

الصورة الإحداثية

بدلالة نقطتين

$$\langle x_2 - x_1, y_2 - y_1 \rangle$$

توافق خطي

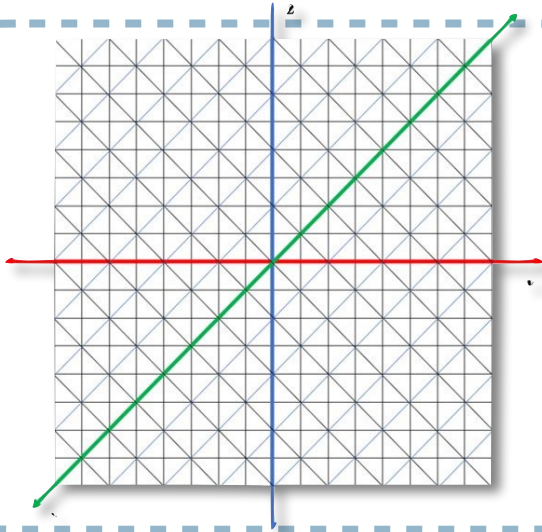
$$\langle a, b \rangle = ai + bj$$

متجه الوحدة

طوله يساوي 1 ويمكن إيجاد متجه الوحدة u الذي له نفس اتجاه المتجه v

$$u = \frac{v}{|v|}$$

تحقق من فهمك: عيّن كلاً من النقاط الآتية في نظام الإحداثيات الثلاثي الأبعاد:

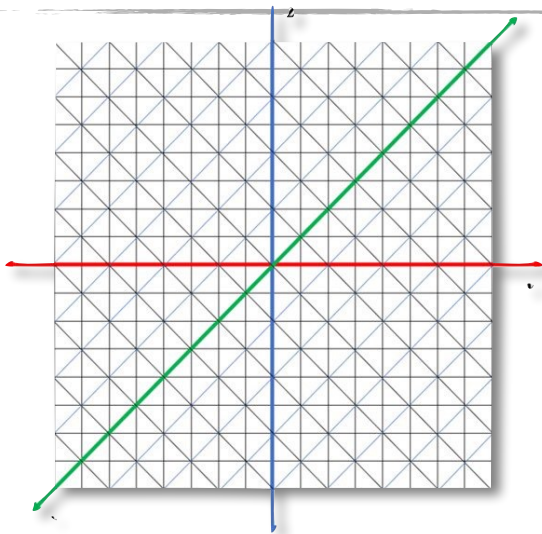


1A $(-3, -4, 2)$

1B $(3, 2, -3)$

1C $(5, -4, -1)$

تدرب



1 $(1, -2, -4)$

2 $(3, 2, 1)$

تحقق من فهمك:

2 طائرات: تفرض أنظمة السلامة ألا تقل المسافة بين الطائرات عن 0.5mi في أثناء طيرانها، إذا علمت أن

طائرتين تطيران فوق إحدى المناطق، وفي لحظة معينة كانت إحداثيات موقعي الطائرتين: $(450, -250, 28000)$ ، $(300, 150, 30000)$ ، مع العلم بأن الإحداثيات معطاة بالأقدام، فأجب عما يأتي:

وزارة التعليم

Ministry of Education

1 - 1443

A هل تخالف الطائرتان أنظمة السلامة؟

B إذا أطلقت ألعاب نارية، وانفجرت في منتصف المسافة بين الطائرتين، فما إحداثيات نقطة الانفجار؟

إرشاد: الميل = 5280 قدمًا

تدرب

أوجد طول القطعة المستقيمة المعطاة نقطتا نهايتها وبدايتها، ثم أوجد إحداثيات نقطة منتصفها في كل مما يأتي: (مثال 2)

(7) $(-4, 10, 4), (1, 0, 9)$

(8) $(-6, 6, 3), (-9, -2, -2)$

مثّل بيانياً كلّاً من المتجهين الآتيين في نظام الإحداثيات الثلاثي الأبعاد:

تحقق من فهمك:

(3A) $\mathbf{u} = \langle -4, 2, -3 \rangle$

(3B) $\mathbf{w} = -\mathbf{i} - 3\mathbf{j} + 4\mathbf{k}$

(12) $\mathbf{a} = \langle 0, -4, 4 \rangle$

(13) $\mathbf{b} = \langle -3, -3, -2 \rangle$

تحقق من فهمك: أوجد كلاً مما يأتي للمتجهات: $y = \langle 3, -6, 2 \rangle$, $w = \langle -1, 4, -4 \rangle$, $z = \langle -2, 0, 5 \rangle$:

$$3y + 3z - 6w \quad (4B)$$

$$4w - 8z \quad (4A)$$

$$a = \langle -5, -4, 3 \rangle, b = \langle 6, -2, -7 \rangle, c = \langle -2, 2, 4 \rangle$$

تدرب

$$7a - 5b \quad (21)$$

$$6a - 7b + 8c \quad (20)$$

تحقق من فهمك: أوجد الصورة الإحداثية، وطول $\overline{AB}$ المُعطاة نقطتا بدايته ونهايته، ثم أوجد متجه الوحدة باتجاه $\overline{AB}$ في كل ما يلي:

$$A(-1, 4, 6), B(3, 3, 8) \quad (5B)$$

$$A(-2, -5, -5), B(-1, 4, -2) \quad (5A)$$

الموضوع: المتجهات في الفضاء الثلاثي الأبعاد التاريخ:

تدرب

أوجد الصورة الإحداثية، وطول $\overrightarrow{AB}$ المُعطاة نقطتا بدايته ونهايته، في كلِّ

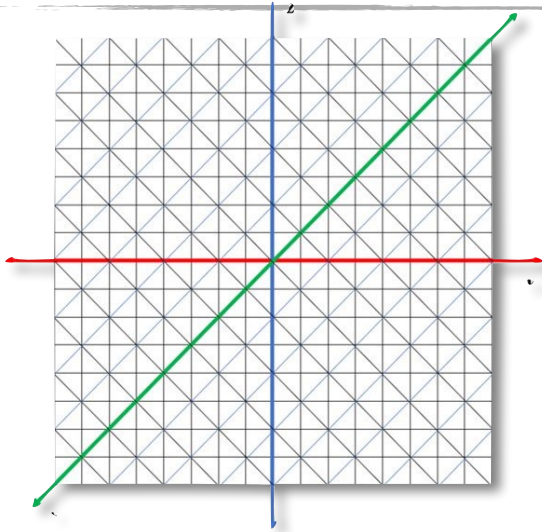
مما يأتي، ثم أوجد متجه الوحدة في اتجاه $\overrightarrow{AB}$. (مثال 5)

(33) $A(-4, 0, -3), B(-4, -8, 9)$

(32) $A(-5, -5, -9), B(11, -3, -1)$

مهارات التفكير العليا:

(53) تحدُّ: إذا كانت M هي نقطة منتصف القطعة المستقيمة الواصلة بين النقطتين: $M_1(-1, 2, -5), M_2(3, 8, -1)$ ، فأوجد إحداثيات منتصف القطعة المستقيمة M_1M .



(61) ما نوع المثلث الذي رؤوسه هي النقاط $A(0, 3, 5), B(1, 0, 2), C(0, -3, 5)$ ؟

- A قائم الزاوية
- B متطابق الضلعين
- C متطابق الأضلاع
- D مختلف الأضلاع

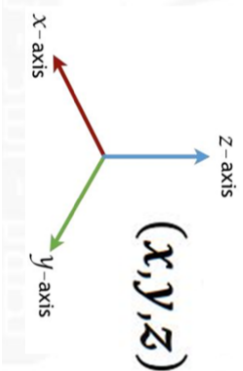
نظام الإحداثيات الثلاثي الأبعاد

الضرب القياسي الثلاثي

$$t \cdot (u \times v) = \begin{vmatrix} t_1 & t_2 & t_3 \\ u_1 & u_2 & u_3 \\ v_1 & v_2 & v_3 \end{vmatrix}$$

الثلاثي المرتب

شكل كتابة النقطة في
الفضاء



الضرب الاتجاهي

$$a \times b$$

متجه عمودي على
المستوى الذي يحوي
المتجهين

الموضوع: الضرب الداخلي والضرب الاتجاهي للمتجهات في الفضاء التاريخ:

تحقق من فهمك: أوجد حاصل الضرب الداخلي للمتجهين u, v في كل مما يأتي، ثم حدّد ما إذا كانا متعامدين أم لا:

$u = \langle 4, -2, -3 \rangle, v = \langle 1, 3, -2 \rangle$ (1B)

$u = \langle 3, -5, 4 \rangle, v = \langle 5, 7, 5 \rangle$ (1A)

تدرب

$u = \langle 5, 0, -4 \rangle, v = \langle 6, -1, 4 \rangle$ (2)

$u = \langle 3, -9, 6 \rangle, v = \langle -8, 2, 7 \rangle$ (1)

تحقق من فهمك:

(2) أوجد قياس الزاوية بين المتجهين: $u = -4i + 2j + k, v = 4i + 3k$ ، إلى أقرب منزلة عشرية.

الموضوع: الضرب الداخلي والضرب الاتجاهي للمتجهات في الفضاء التاريخ:

تدرب

أوجد قياس الزاوية θ بين المتجهين u, v في كل مما يأتي، وقرب الناتج إلى أقرب جزء من عشرة: (مثال 2)

(9) $u = \langle -8, 1, 12 \rangle, v = \langle -6, 4, 2 \rangle$

(8) $u = \langle 6, -5, 1 \rangle, v = \langle -8, -9, 5 \rangle$

تحقق من فهمك: أوجد الضرب الاتجاهي للمتجهين u, v في كل مما يأتي، ثم بين أن $u \times v$ يعامد كلا من u, v .

(3B) $u = \langle -2, -1, -3 \rangle, v = \langle 5, 1, 4 \rangle$

(3A) $u = \langle 4, 2, -1 \rangle, v = \langle 5, 1, 4 \rangle$

تدرب:

(13) $u = \langle 4, 7, -2 \rangle, v = \langle -5, 9, 1 \rangle$

(12) $u = \langle -1, 3, 5 \rangle, v = \langle 2, -6, -3 \rangle$

تحقق من فهمك:

(4) أوجد مساحة متوازي الأضلاع الذي فيه: $u = -6i - 2j + 3k$, $v = 4i + 3j + k$ ضلعان متجاوران.

أوجد مساحة متوازي الأضلاع الذي فيه u , v ضلعان متجاوران:

تدرب:

(17) $u = \langle 4, 3, -1 \rangle$, $v = \langle 7, 2, -2 \rangle$

(16) $u = \langle -9, 1, 2 \rangle$, $v = \langle 6, -5, 3 \rangle$

تحقق من فهمك:

(5) أوجد حجم متوازي السطوح الذي فيه: $t = 2j - 5k$, $u = -6i - 2j + 3k$, $v = 4i + 3j + k$

وزارة التعليم

تدرب: أوجد حجم متوازي السطوح الذي فيه t, u, v أحرف متجاورة

(21) $t = \langle 2, -3, -1 \rangle, u = \langle 4, -6, 3 \rangle, v = \langle -9, 5, -4 \rangle$

(20) $t = \langle -1, -9, 2 \rangle, u = \langle 4, -7, -5 \rangle, v = \langle 3, -2, 6 \rangle$

مهارات التفكير العليا:

(54) أي مما يأتي متجهان متعامدان؟

A $\langle 1, 0, 0 \rangle, \langle 1, 2, 3 \rangle$

B $\langle 1, -2, 3 \rangle, \langle 2, -4, 6 \rangle$

C $\langle 3, 4, 6 \rangle, \langle 6, 4, 3 \rangle$

D $\langle 3, -5, 4 \rangle, \langle 6, 2, -2 \rangle$

(43) تحدّد: إذا كان: $u = \langle 4, 6, c \rangle, v = \langle -3, -2, 5 \rangle$ ، فأوجد قيمة c التي تجعل: $u \times v = 34i - 26j + 10k$.

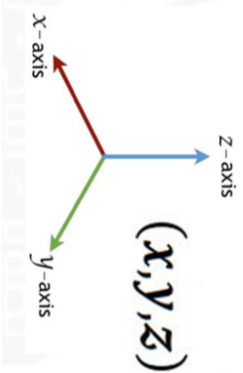
نظام الإحداثيات الثلاثي الأبعاد

الضرب القياسي الثلاثي

$$t \cdot (u \times v) = \begin{vmatrix} t_1 & t_2 & t_3 \\ u_1 & u_2 & u_3 \\ v_1 & v_2 & v_3 \end{vmatrix}$$

الثلاثي المرتب

شكل كتابة النقطة في
الفضاء



الضرب الاتجاهي

$$a \times b$$

متجه عمودي على
المستوى الذي يحوي
المتجهين

الموضوع:

التاريخ:

الاحداثيات القطبية والأعداد المركبة

التهيئة للفصل الثاني

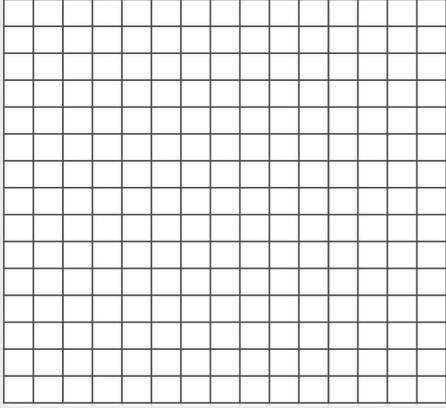
الإحداثيات القطبية

الصورة القطبية والصورة الديكارتية للمعادلات

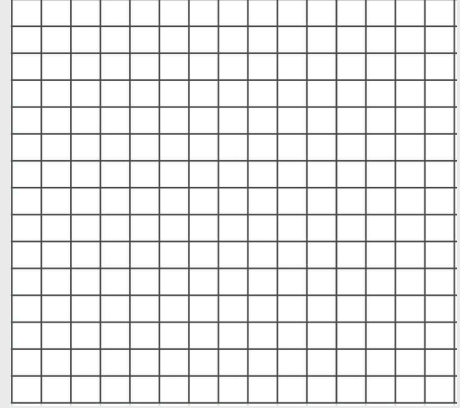
الأعداد المركبة ونظرية ديموافر

ارسم كلاً من الزاويتين المعطى قياسهما فيما يأتي في الوضع القياسي:

$$-45^\circ \quad (2)$$

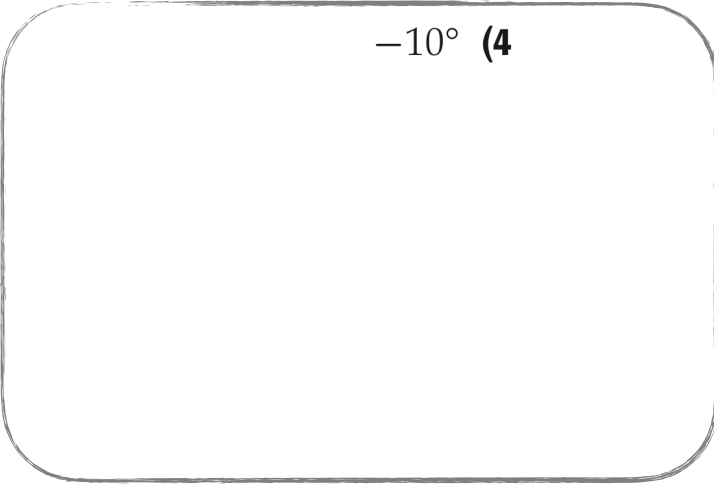


$$200^\circ \quad (1)$$

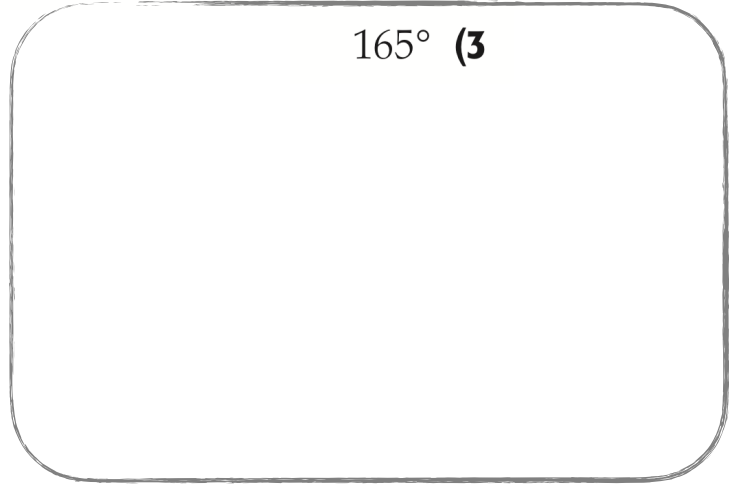


أوجد زاوية بقياس موجب، وأخرى بقياس سالب مشتركتين في ضلع الانتهاء مع كل من الزوايا الآتية، ومثلّهما في الوضع القياسي:

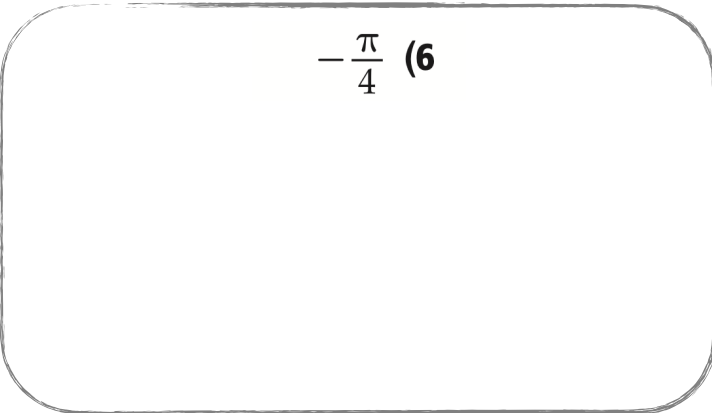
$$-10^\circ \quad (4)$$



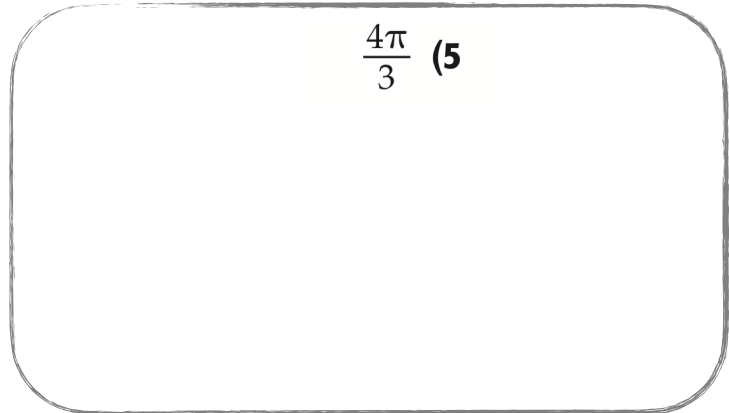
$$165^\circ \quad (3)$$



$$-\frac{\pi}{4} \quad (6)$$



$$\frac{4\pi}{3} \quad (5)$$



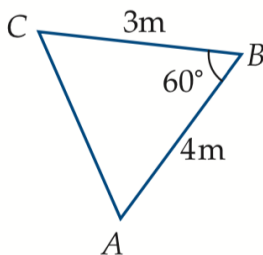
حوّل قياس الزاوية المكتوبة بالدرجات إلى الراديان، والمكتوبة بالراديان إلى درجات في كل مما يأتي:

$$\frac{3\pi}{2} \quad (8)$$

$$-60^\circ \quad (7)$$

(9) أوجد القيمة الدقيقة لـ $\sin 15$ باستعمال متطابقة الفرق بين زاويتين.

(10) أوجد طول الضلع AC في المثلث المرسوم أدناه (قرب إلى أقرب جزء من عشرة).

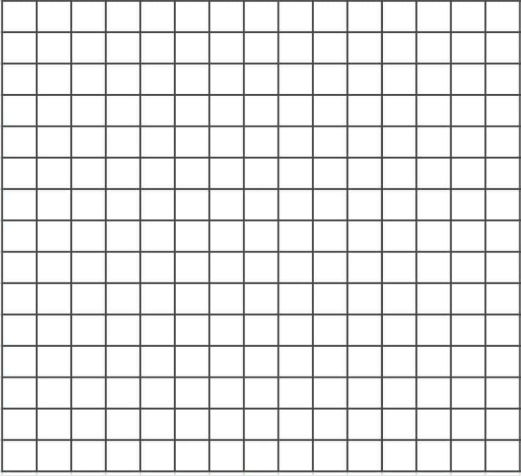


التاريخ:

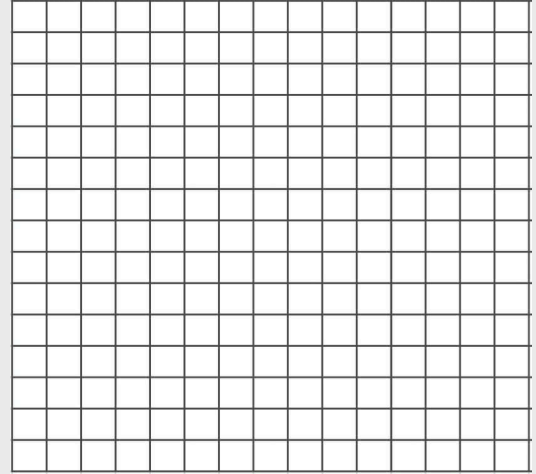
الموضوع: الإحداثيات القطبية

تحقق من فهمك: مثل كل نقطة من النقاط الآتية:

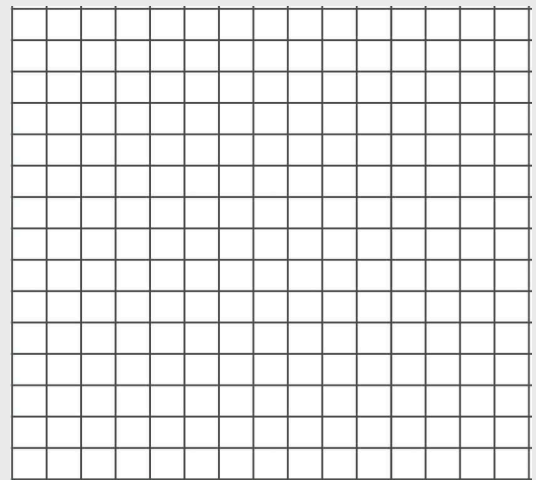
$$E(2.5, 240^\circ) \quad (1B)$$



$$D\left(-1, \frac{\pi}{2}\right) \quad (1A)$$



$$F\left(4, -\frac{5\pi}{6}\right) \quad (1C)$$

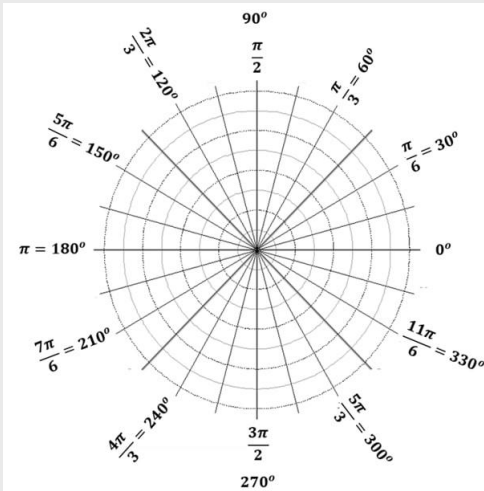


التاريخ:

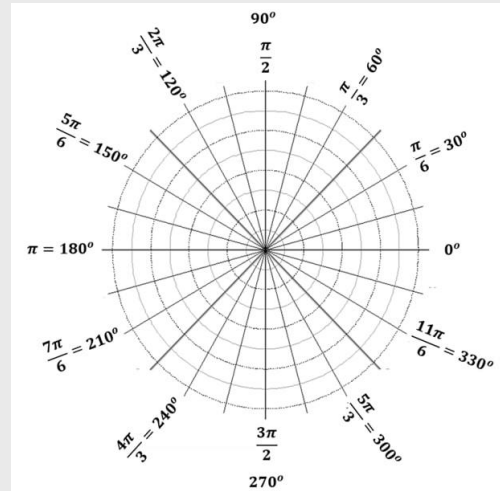
الموضوع: الإحداثيات القطبية

تحقق من فهمك: مثل كلاً من النقاط الآتية في المستوى القطبي:

$$S(-2, -135^\circ) \quad (2B)$$



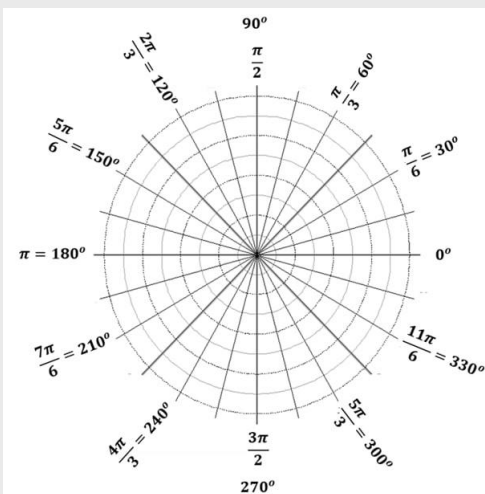
$$R\left(1.5, -\frac{7\pi}{6}\right) \quad (2A)$$



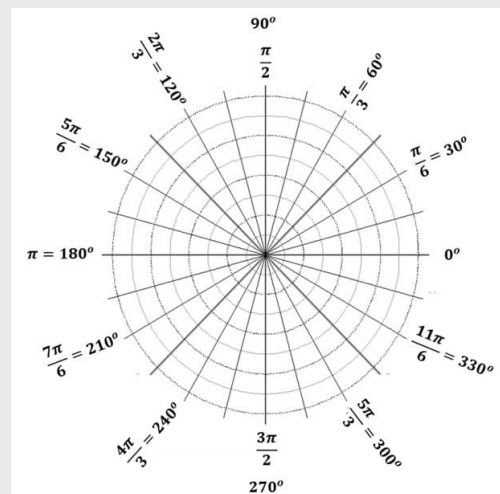
مثل كلاً من النقاط الآتية في المستوى القطبي:

تدرب:

$$T(-2.5, 330^\circ) \quad (2)$$



$$R(1, 120^\circ) \quad (1)$$



التاريخ:

الإحداثيات القطبية

الموضوع:

أوجد ثلاثة أزواج مختلفة كل منها يمثل إحداثيين قطبيين للنقطة المعطاة، علمًا بأن:
 $-360^\circ \leq \theta \leq 360^\circ$ ، أو $-2\pi \leq \theta \leq 2\pi$.

تحقق من فهمك:

(3B) $(-2, \frac{\pi}{6})$

(3A) $(5, 240^\circ)$

إذا كانت $-360^\circ \leq \theta \leq 360^\circ$ ، فأوجد ثلاثة أزواج مختلفة كل منها
يمثل إحداثيين قطبيين للنقطة في كلٍّ مما يأتي:

تدرب:

(13) $(-2, 300^\circ)$

(12) $(1, 150^\circ)$

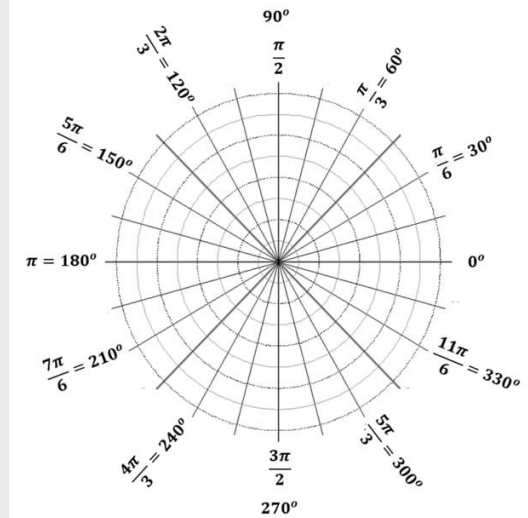
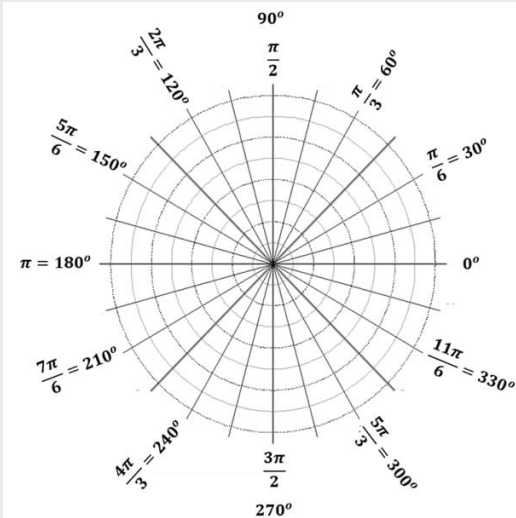
التاريخ:

الموضوع: الإحداثيات القطبية

تحقق من فهمك: مثل كل معادلة من المعادلات القطبية الآتية بياناً:

$$\theta = \frac{2\pi}{3} \quad (4B)$$

$$r = 3 \quad (4A)$$

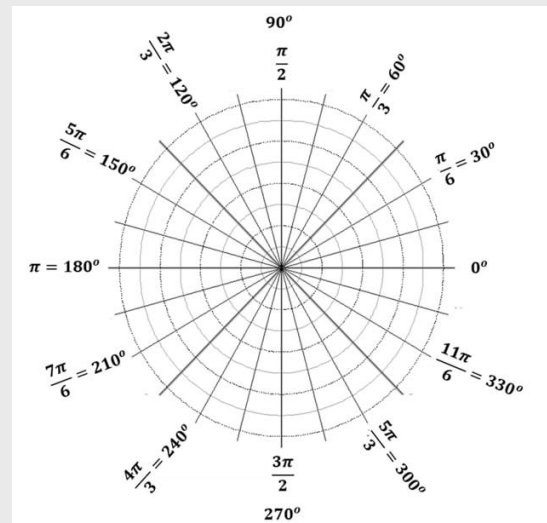
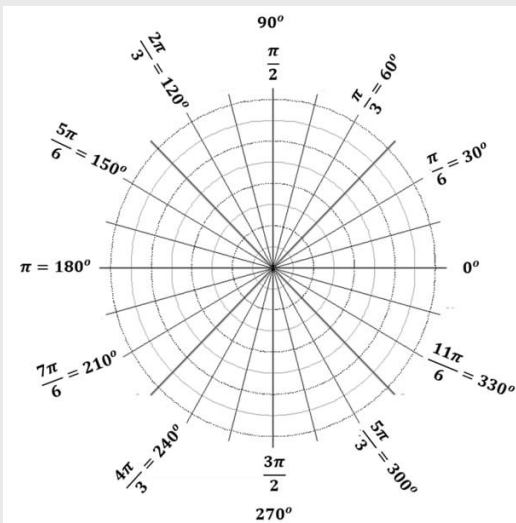


مثل كل معادلة من المعادلات القطبية الآتية بياناً:

تدرب:

$$\theta = 225^\circ \quad (21)$$

$$r = 1.5 \quad (20)$$



التاريخ:

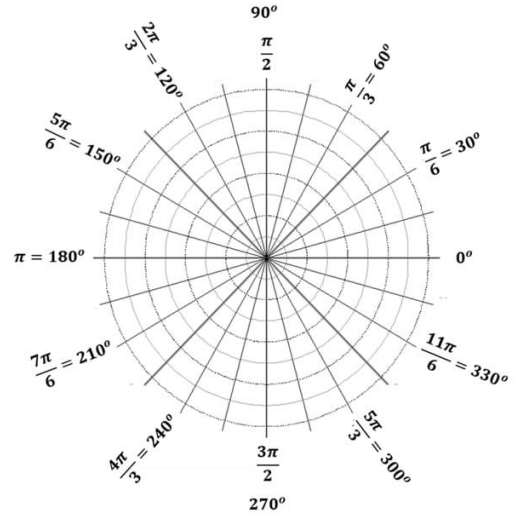
الموضوع: الإحداثيات القطبية

تحقق من فهمك:

(5) قوارب: يرصد رادار بحري حركة قاربين، إذا كانت إحداثيات موقعي القاربين $(3, 65^\circ)$ ، $(8, 150^\circ)$ ، حيث r بالأميال.

(5B) ما المسافة بين القاربين؟

(5A) فمثل هذا الموقف في المستوى القطبي.



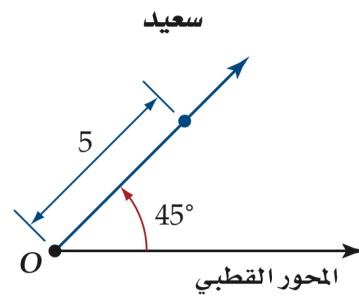
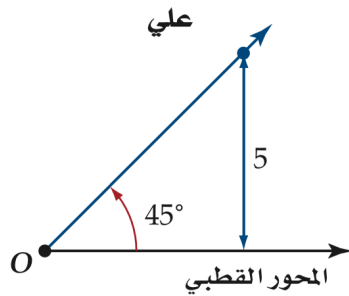
أوجد المسافة بين كل زوج من النقاط فيما يأتي.

تدرب:

(26) $(3, \frac{\pi}{2})$ ، $(8, \frac{4\pi}{3})$

(25) $(2, 30^\circ)$ ، $(5, 120^\circ)$

(58) **اكتشف الخطأ:** قام كل من سعيد وعلي بتمثيل النقطة $(5, 45^\circ)$ في المستوى القطبي كما هو مبين أدناه. أيهما كانت إجابته صحيحة؟ برّر إجابتك.



تحصيلي:

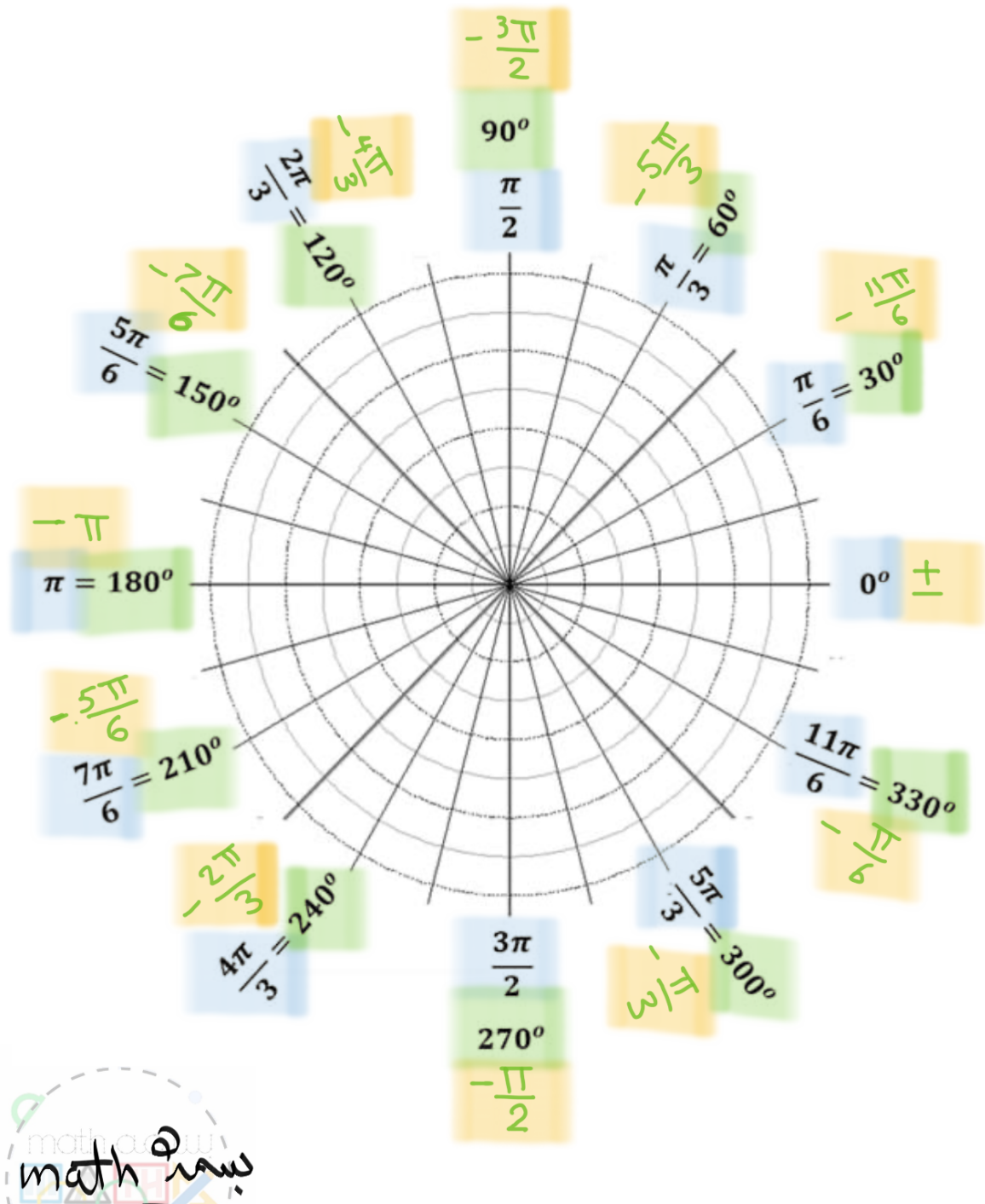
(71) أيُّ المتجهات الآتية يمثِّل $\overrightarrow{RS}$ ، حيث إن نقطة البداية $R(-5, 3)$ ، ونقطة النهاية $S(2, -7)$ ؟

- | | |
|-----------------------------------|------------------------------------|
| A $\langle 7, -10 \rangle$ | C $\langle -7, 10 \rangle$ |
| B $\langle -3, 10 \rangle$ | D $\langle -3, -10 \rangle$ |

الموضوع:

الإحداثيات القطبية

التاريخ:



تحقق من فهمك: حوّل الإحداثيات القطبية إلى إحداثيات ديكارتية، لكل نقطة مما يأتي:

$$S\left(5, \frac{\pi}{3}\right) \text{ (1B)}$$

$$R(-6, -120^\circ) \text{ (1A)}$$

$$T(-3, 45^\circ) \text{ (1C)}$$

تدرب:

حوّل الإحداثيات القطبية إلى إحداثيات ديكارتية لكل نقطة مما يأتي:

(1) $(2, \frac{\pi}{4})$

(2) $(\frac{1}{4}, \frac{\pi}{2})$

تحقق من فهمك:

أوجد زوجين مختلفين كل منهما يمثل إحداثيين قطبيين لكل نقطة معطاة بالإحداثيات الديكارتية في كل مما يأتي:

(2A) $V(8, 10)$

(2B) $W(-9, -4)$

تدرب:

أوجد زوجين مختلفين كل منهما يمثل إحداثيين قطبيين لكل نقطة معطاة
بالإحداثيات الديكارتية في كل مما يأتي:

(12) $(-13, 4)$

(11) $(7, 10)$

(3) **صيد الأسماك:** يُستعمل جهاز رصد؛ لتحديد موقع وجود الأسماك تحت الماء. افترض أن قاربًا يتجه إلى الشرق، وأن جهاز الرصد قد رصد سربًا من الأسماك عند النقطة $(6, 125^\circ)$.

(A) ما الإحداثيات الديكارتية لموقع سرب الأسماك؟

(B) إذا كان موقع سرب الأسماك قد رُصد سابقًا عند النقطة التي إحداثياتها الديكارتية $(6, -2)$ ، فما الإحداثيات القطبية لموقع السرب؟

تحقق من فهمك:

تحقق من فهمك: اكتب كل معادلة مما يأتي على الصورة القطبية:

$$x^2 - y^2 = 1 \quad (4B)$$

$$x^2 + (y - 3)^2 = 9 \quad (4A)$$

تدرب: اكتب كل معادلة مما يأتي على الصورة القطبية:

$$(x + 5)^2 + y^2 = 25 \quad (25)$$

$$x = -2 \quad (24)$$

تحقق من فهمك:

اكتب كل معادلة قطبية مما يأتي على الصورة الديكارتية:

$$\theta = \frac{\pi}{3} \quad (5B)$$

$$r = -3 \quad (5A)$$

$$r = 3 \cos \theta \quad (5C)$$

تدرب:

اكتب كل معادلة قطبية مما يأتي على الصورة الديكارتية:

$$r = 10 \csc \left(\theta + \frac{7\pi}{4} \right) \quad (44)$$

$$r = \frac{1}{\cos \theta + \sin \theta} \quad (43)$$

مهارات التفكير العليا:

(75) أي من النقاط الآتية يعد تمثيلًا آخر للنقطة $(-2, \frac{7\pi}{6})$ في المستوى القطبي؟

- A $(2, \frac{\pi}{6})$
- B $(-2, \frac{\pi}{6})$
- C $(2, \frac{-11\pi}{6})$
- D $(-2, \frac{11\pi}{6})$

حل كلاً من المعادلات الآتية باستعمال القانون العام.

$$x^2 - 7x = -15 \quad (69)$$

الإحداثيات القطبية

التحويل من الإحداثيات الديكارتية إلى الصورة القطبية

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{y}{x} \quad \text{if } x > 0$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{y}{x} + 180^\circ \quad \text{if } x < 0$$

$$\theta = 90^\circ \text{ or } 270^\circ \quad \text{if } x = 0$$

التحويل من الصورة القطبية إلى الإحداثيات الديكارتية

$$x = r \cos \theta$$

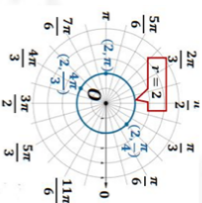
$$y = r \sin \theta$$

التمثيل القطبي

مجموعة كل النقاط

$$(r, \theta)$$

التي تحقق احداثياتها المعادلة القطبية



الاحداثي القطبي

هي زوج مرتب من الأعداد

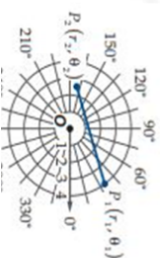
$$(r, \theta)$$

المعادلة القطبية

معادلة معطاة بدلالة الإحداثيات القطبية

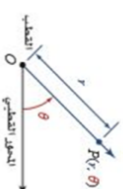
المسافة بالصيغة القطبية

$$P_1 P_2 = \sqrt{r_1^2 + r_2^2 - 2r_1 r_2 \cos(\theta_2 - \theta_1)}$$



نظام الإحداثيات القطبية

يستخدم المسافات و الزوايا لتحديد الموقع القطبي



الموضوع:

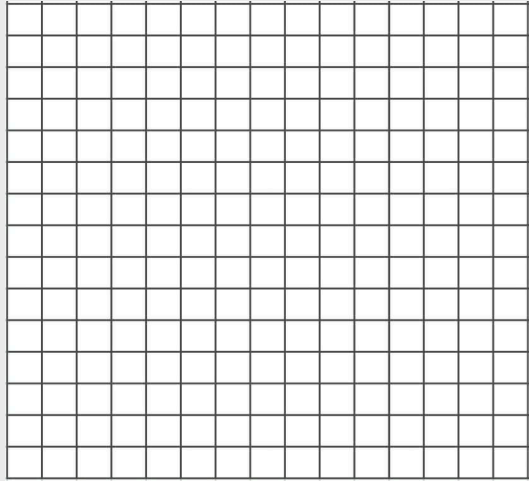
التاريخ:

التاريخ:

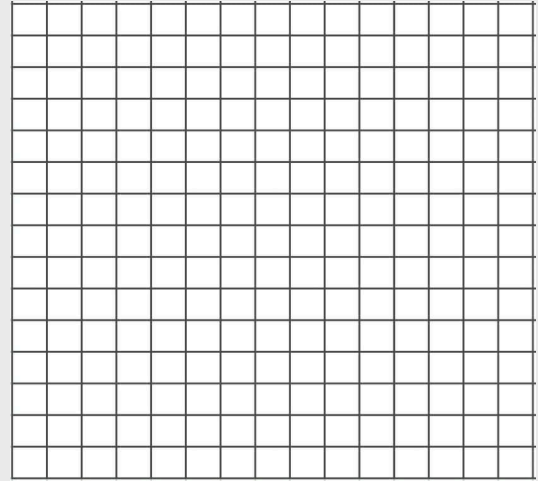
الموضوع: الأعداد المركبة ونظرية ديموافر

تحقق من فهمك: مَثِّل كل عدد مما يأتي في المستوى المركب، وأوجد قيمته المطلقة:

$$-3 + 4i \quad (1B)$$



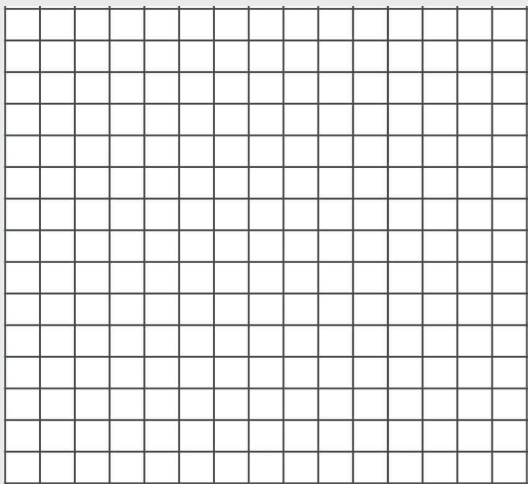
$$5 + 2i \quad (1A)$$



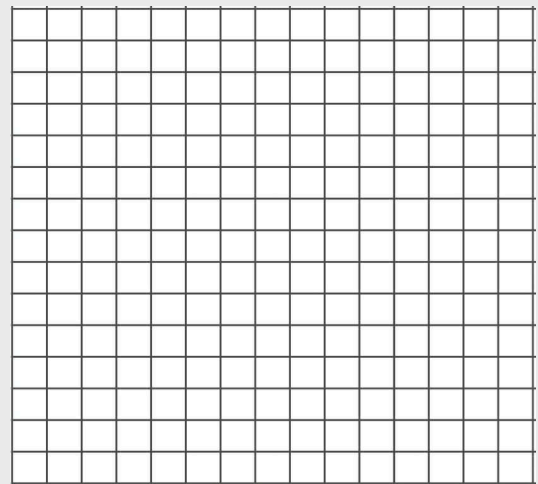
مَثِّل كل عدد مما يأتي في المستوى المركب، وأوجد قيمته المطلقة:

تدرب:

$$z = -3 + i \quad (2)$$



$$z = 4 + 4i \quad (1)$$



التاريخ:

الموضوع: الأعداد المركبة ونظرية ديموافر

تحقق من فهمك: عبّر عن كل عدد مركب مما يأتي بالصورة القطبية:

$$-2 - 2i \quad (2B)$$

$$9 + 7i \quad (2A)$$

تدرب: عبّر عن كل عدد مركب مما يأتي بالصورة القطبية:

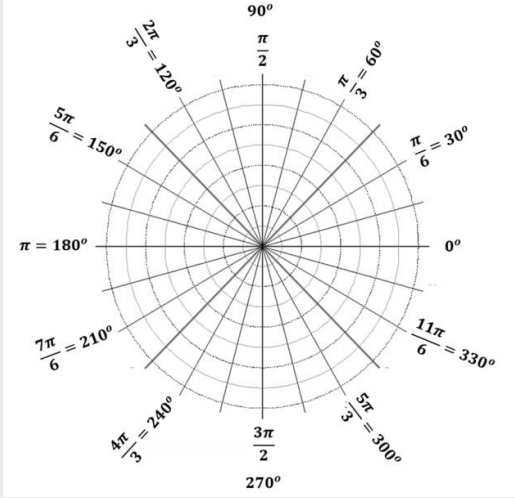
$$-2 + i \quad (9)$$

$$4 + 4i \quad (8)$$

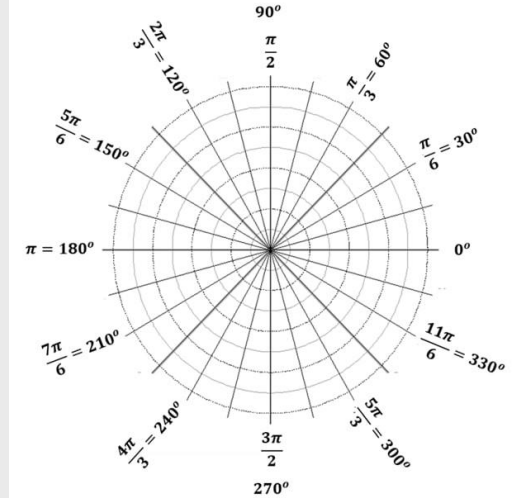
تحقق من فهمك:

مثّل كل عدد مركب مما يأتي في المستوى القطبي، ثم عبّر عنه بالصورة الديكارتية:

$$4\left(\cos \frac{5\pi}{3} + i \sin \frac{5\pi}{3}\right) \quad (3B)$$



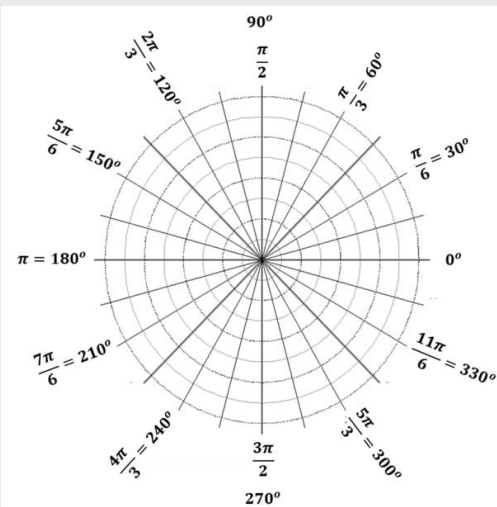
$$5\left(\cos \frac{3\pi}{4} + i \sin \frac{3\pi}{4}\right) \quad (3A)$$



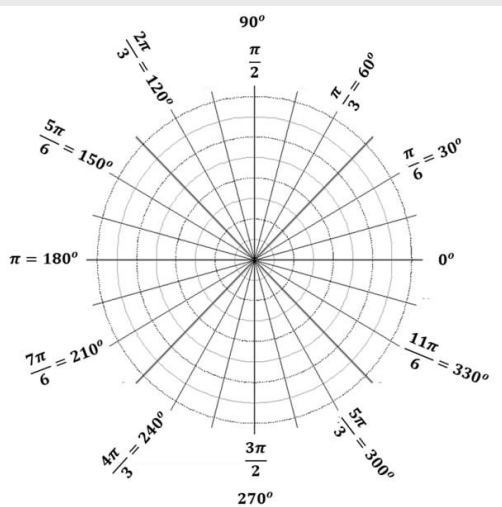
تدرب:

مثّل كل عدد مركب مما يأتي في المستوى القطبي، ثم عبّر عنه بالصورة الديكارتية:

$$\left(\cos \frac{11\pi}{6} + i \sin \frac{11\pi}{6}\right) \quad (15)$$



$$4\left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3}\right) \quad (14)$$



تحقق من فهمك: أوجد الناتج على الصورة القطبية، ثم عبّر عنه بالصورة الديكارتية لكل مما يأتي:

$$6\left(\cos \frac{3\pi}{4} + i \sin \frac{3\pi}{4}\right) \cdot 2\left(\cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3}\right) \quad (4B)$$

$$3\left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3}\right) \cdot 5\left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4}\right) \quad (4A)$$

تحقق من فهمك:

(5) كهرباء: إذا كان فرق جهد دائرة كهربائية 120 V ، وكانت شدة التيار $(8 + 6j)$ أمبير ، فأوجد معاوقتها على الصورة الديكارتية.

التاريخ:

الموضوع: الأعداد المركبة ونظرية ديموافر

أوجد الناتج في كلِّ مما يأتي على الصورة القطبية، ثم عبّر عنه بالصورة الديكارتية:

تدرب:

$$3 \left(\cos \frac{3\pi}{4} + i \sin \frac{3\pi}{4} \right) \div \frac{1}{2} (\cos \pi + i \sin \pi) \quad (20)$$

$$6 \left(\cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2} \right) \cdot 4 \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right) \quad (18)$$

أوجد الناتج في كلِّ مما يأتي، وعبّر عنه بالصورة الديكارتية:

تحقق من فهمك:

$$(2\sqrt{3} - 2i)^8 \quad (6B)$$

$$(1 + \sqrt{3}i)^4 \quad (6A)$$

التاريخ:

الموضوع: الأعداد المركبة ونظرية ديموافر

أوجد الناتج لكل مما يأتي بالصورة القطبية، ثم عبّر عنه بالصورة الديكارتية: (مثال 6)

تدرب:

$$\left[4\left(\cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2}\right)\right]^4 \quad (29)$$

$$(2 + 2\sqrt{3}i)^6 \quad (28)$$

تحقق من فهمك:

(7B) أوجد الجذور التكعيبة للعدد 8

(7A) أوجد الجذور التكعيبة للعدد $2 + 2i$

تحقق من فهمك:

(8A) أوجد الجذور التكعيبية للعدد واحد.

(8B) أوجد الجذور السداسية للعدد واحد.

تدرب:

أوجد جميع الجذور المطلوبة للعدد المركب في كل مما يأتي:

(33) الجذور السداسية للعدد i (34) الجذور الرباعية للعدد $4\sqrt{3} - 4i$

مهارات التفكير العليا:

(42) **اكتشف الخطأ:** يَحسبُ كل من أحمد وباسم قيمة

$$\left(-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i\right)^5 . \text{ فيستعمل أحمد نظرية ديموافر ويحصل على}$$

الإجابة $\cos \frac{5\pi}{6} + i \sin \frac{5\pi}{6}$. ويقول باسم بأن أحمد قد أنجز جزءاً

من المسألة فقط. أيهما إجابته صحيحة؟ برّر إجابتك.

تصياح:

(57) ما المسافة بين النقطة $\left(-3, \frac{5\pi}{3}\right)$

والنقطة $\left(6, \frac{\pi}{4}\right)$ ؟

3.97 A

4.97 B

5.97 C

6.97 D

الاحتمال والإحصاء

التهيئة للفصل الثالث

الدراسات التجريبية والمسحية والقائمة على الملاحظة

التحليل الإحصائي

الاحتمال المشروط.

الاحتمال والتوزيعات الاحتمالية

التوزيع الطبيعي .

التوزيعات ذات الحدين

حدّد ما إذا كانت الحوادث الآتية مستقلة، أو غير مستقلة.

(1) اختيار قصة وكتاب آخر لا يمثل قصة من مكتبة.

(2) اختيار رئيس، ونائب رئيس، وسكرتير، ومحاسب في نادٍ، على افتراض أنّ الشخص الواحد لا يشغل سوى منصب واحد.

(3) اختيار طالب ومعلم ومشرف اجتماعي للمشاركة في تنظيم الرحلات المدرسية.

حدّد ما إذا كانت كل حالة من الحالات الآتية تتطلب تطبيق التباديل أو التوافيق في حلّها:

(4) اصطفا ف سبعة أشخاص في صف واحد عند المحاسب في أحد المتاجر.

(5) ترتيب أحرف كلمة «مدرسة».

(6) اختيار نكهتين مختلفتين لفطيرة من بين 6 نكهات.

اكتب مفكوك كل من العبارات الآتية:

$$(2a + b)^6 \quad (8)$$

$$(a - 2)^4 \quad (7)$$

$$\left(\frac{a}{2} + 2\right)^5 \quad (10)$$

$$(3x - 2y)^5 \quad (9)$$

الموضوع: الدراسات التجريبية والمسحية والقائمة على الملاحظة التاريخ:

تحقق من فهمك: حدّد ما إذا كانت كل دراسة مسحية فيما يأتي تتبنى عينة متحيزة، أو غير متحيزة، وفسّر إجابتك:

1A سؤال كل لاعب في فريق كرة السلة عن الرياضة التي يحب مشاهدتها على التلفاز.

1B الذهاب إلى ملعب كرة القدم وسؤال 100 شخص اختيروا عشوائياً عن رياضتهم المفضلة.

تدرب:

1 استطلاع رأي كل ثالث شخص يخرج من مطعم للمشويات؛ لمعرفة الوجبة المفضلة للناس.

2 الاستفسار من طلاب صف معين من المتميزين في مادة العلوم عن أفضل المواد لديهم.

تحقق من فهمك:

- أي مما يأتي يُحدّد أفضل مادة بالنسبة إلى الطلاب دون تحيُّز؟
- (2A) هل تفضل المادة التي خرجت من حصتها الآن؟
- (2B) أيهما تفضل أكثر: العلوم أو الرياضيات؟
- (2C) ما مادتك المفضلة؟

تدرب:

- (5) يريد زاهر أن يحدد فريق كرة القدم الأكثر شعبية في المملكة.
- (a) ما اسم فريق كرة القدم الذي تفضله في مدينة الرياض؟
- (b) ما اسم فريق كرة القدم الذي تفضله في المملكة؟
- (c) ما مدى تقديرك لفريق كرة القدم في المملكة؟

تحقق من فهمك:

حدّد ما إذا كان الموقف الآتي يمثل دراسة تجريبية، أو دراسة قائمة على الملاحظة، وفي حالة الدراسة التجريبية اذكر كلاً من المجموعة الضابطة والمجموعة التجريبية، ثم بيّن ما إذا كانت الدراسة التجريبية متحيزة أم لا. (3) اختر 80 طالباً جامعياً نصفهم درس الإحصاء في المدرسة الثانوية، وقارن نتائج المجموعتين في مساق للإحصاء تم تدريسه في الجامعة.

تدرب:

(8) قبل الاختبار، قام المعلم باختيار شعبتين من الصف نفسه بشكل عشوائي، وقام بمراجعة المادة لطلاب إحداهما، بينما لم يراجع المادة لطلاب الشعبة الأخرى. ثم قام بمقارنة نتائج الاختبار لهما.

تحقق من فهمك:

حدّد ما إذا كانت الحالة الآتية تتطلب دراسة مسحية، أو دراسة قائمة على الملاحظة، أو دراسة تجريبية، فسّر إجابتك.
(4) تريد استطلاع آراء طلاب مدرسة ثانوية حول وسيلة المواصلات المدرسية باستعمال مقياس متدرج من 1 (لا أوافق مطلقاً) إلى 5 (أوافق بشدة).

تدرب:

حدّد ما إذا كانت كل من الحالات الآتية تتطلب دراسة مسحية، أو دراسة قائمة على الملاحظة، أو دراسة تجريبية، وفسّر إجابتك: (مثال 4)

(14) تريد استطلاع آراء أشخاص حول سياسة جديدة لشركة.

(13) تريد اختبار علاج لمعالجة الصلع عند الرجال.

تحقق من فهمك:

بين ما إذا كانت العبارة الآتية تُظهر ارتباطاً، أو سببية، ثم فسّر إجابتك.
(5) عندما أدرس أحصل على تقدير ممتاز.

تدرب:

بين ما إذا كانت كل من العبارات الآتية تظهر ارتباطاً، أو سببية، وفسّر إجابتك:

(19) عندما يكون الجو بارداً وممطراً بغزارة، لا نذهب إلى المدرسة.

(18) عندما أمارس الرياضة، أكون في وضع نفسي أفضل.

مهارات التفكير العليا:

(25) **اكتشف الخطأ:** طُلب إلى كل من سامي وهشام أن يصمم دراسة تجريبية غير متحيزة. هل وفق أم لا؟

هشام

- خذ 20 لاعباً لكرة القدم.
- اطلب إلى نصفهم عشوائياً أن يقفروا 500 قفزة إلى أعلى في اليوم.
- قارن عدد مرات القفز إلى أعلى التي تستطيع كل مجموعة تنفيذها بعد الأسابيع الثلاثة.

سامي

- خذ مجموعة من 20 شخصاً بطريقة عشوائية.
- اطلب إلى نصفهم عشوائياً الالتزام بحمية تعهد على الفواكه بالكامل لمدة 3 أسابيع.
- قارن بين أوزانهم بعد الأسابيع الثلاثة.

توصيات:

حدّد ما إذا كانت كل حالة من الحالات الآتية تمثل دراسة تجريبية أو دراسة قائمة على الملاحظة، وإذا كانت دراسة تجريبية، فحدّد المجموعة التجريبية والمجموعة الضابطة، ثم بيّن ما إذا كانت متحيزة أو لا.

(40) اختر 220 شخصاً عشوائياً، وقسمهم عشوائياً إلى مجموعتين. إحداهما تقوم بالتدريبات الرياضية مدة ساعة واحدة يومياً، والأخرى لا تقوم بهذه التدريبات، ثم قارن بين كتلة الجسم لكل من المجموعتين.

(41) اختر 200 طالب، نصفهم يمارس كرة القدم، وقارن فترة النوم بين المجموعتين.

(42) اختر 100 طالب جامعي، نصفهم لديه وظيفة بدوام جزئي، وقارن معدل تراكمية.

الموضوع: الدراسات التجريبية والمسحية والقائمة على الملاحظة التاريخ:

تحقق من فهمك:

(1) تمنح مؤسسة جائزة كبرى قيمتها 20000 ريال، و30 جائزة أخرى قيمة كل منها 500 ريال، أي مقاييس النزعة المركزية يلائم البيانات بصورة أفضل؟ ولماذا؟

تدرب:

أي مقاييس النزعة المركزية يصف بصورة أفضل البيانات الآتية؟
ولماذا؟ (مثال 1)

(2) 37.2, 36.8, 40.4, 19.2

(1) 833, 796, 781, 776, 758

تحقق من فهمك:

في دراسة مسحية عشوائية شملت 3247 شخصًا، قال 41% منهم: إنهم مرتاحون للنهضة العلمية.

(2A) ما هامش خطأ المعاينة؟

(2B) ما الفترة الممكنة التي تتضمن نسبة أفراد المجتمع المرتاحين للنهضة العلمية؟

تدرب:

(7) **ألعاب أولمبية:** في دراسة مسحية عشوائية شملت 5824 شخصًا، أفاد 29% منهم أنهم سيشاهدون الألعاب الأولمبية على التلفاز. (مثال 2)

(a) ما هامش خطأ المعاينة؟

(b) ما الفترة الممكنة التي تتضمن نسبة المجتمع الذين سوف يشاهدون الألعاب الأولمبية على التلفاز؟

تحقق من فهمك:

(3A) احسب المتوسط والانحراف المعياري للمجتمع للبيانات المحددة في الجدول المجاور.

31	33	33	34	28
31	36	34	29	33
36	28	32	29	30
28	28	29	33	29
29	27	28	31	26

(3B) ضع 70 مكان 30 في الجدول المجاور. ماذا تتوقع أن يحدث لكل من المتوسط والانحراف المعياري؟ أعد الحسابات للتحقق.

تحقق من فهمك:

3C اختير (5) طلاب عشوائياً من فصل دراسي، وقيست أطوالهم فكانت: 175 سم، 170 سم، 168 سم، 167 سم، 170 سم. بين ما إذا كانت هذه البيانات تمثل عينة أم مجتمعاً، ثم أوجد الانحراف المعياري لأطوال هؤلاء الطلاب.

تدرب:

اختبارات: فيما يأتي درجات صف مكون من 10 طلاب في اختبار من 25 درجة.

درجات 10 طلاب في اختبار من 25 درجة									
20	17	21	22	20	21	20	21	21	23

(a) قارن بين المتوسط والوسيط للدرجات.

(b) أوجد الانحراف المعياري للبيانات، وقرّبه إلى أقرب جزء

مهارات التفكير العليا:

(16) تبرير: حذفت قيمة متطرفة كبيرة من مجموعة بيانات، كيف يؤثر ذلك في المتوسط والانحراف المعياري لمجموعة البيانات؟ وضح ذلك.

توصيات:

(28) إحصاء: في مجموعة من تسعة أعداد مختلفة، أي مما يأتي لا يؤثر في الوسيط؟ **D**

- A** مضاعفة كل عدد **B** زيادة كل عدد بمقدار 10
C زيادة القيمة الصغرى فقط **D** زيادة القيمة الكبرى فقط

(29) درجات اختبار: كانت درجات 5 طلاب اختيروا عشوائياً في فصل دراسي كما يلي 55, 45, 30, 50, 70. بين ما إذا كانت هذه البيانات تمثل عينة أم مجتمعاً، ثم احسب الانحراف المعياري لدرجاتهم إلى أقرب عدد صحيح.

- A** 40 **B** 15
C 14 **D** 13

الموضوع:

التحليل الإحصائي

التاريخ:

تحقق من فهمك:

(1) يحتوي كيس على 52 بطاقة مقسمة إلى أربع مجموعات لكل منها لون من الألوان الآتية: الأحمر والأخضر والأزرق والأصفر، ورقمت بطاقات كل لون بالأعداد من 1 إلى 13. إذا سُحبت نوال بطاقة، فما احتمال أن تحمل هذه البطاقة العدد 13 علماً بأن ما سُحِبته كان العدد 11 أو 12 أو 13؟

تدرب:

يحتوي كيس على 8 كرات زرقاء، و 6 كرات حمراء، و 10 كرات صفراء، و 6 كرات بيضاء، و 5 كرات خضراء. إذا سُحبت كرة واحدة عشوائياً، فأوجد الاحتمال في كل حالة مما يأتي: (مثال 1)

(1) أن تكون الكرة خضراء، إذا عُلِم أنها ليست زرقاء.

(2) أن تكون حمراء، إذا عُلِم أنها ليست خضراء.

تحقق من فهمك:

(2) أوجد احتمال أن يكون شخص اختير عشوائيًا معافى، علمًا بأنه لا يمارس المشي.

تدرب:

لم يأخذ حصصًا	أخذ حصصًا	
48	64	ناجح
32	18	راسب

(7) **فحص القيادة:** يوضح الجدول أدناه أداء مجموعة من الأشخاص في فحص القيادة، علمًا بأن بعضهم أخذ حصصًا تدريبية تحضيرًا للفحص، والبعض الآخر لم يأخذ. إذا اختير أحد الأشخاص عشوائيًا، فأوجد احتمال كل مما يأتي: (مثال 2)

(b) الشخص راسب علمًا بأنه لم يأخذ حصصًا.

(a) الشخص ناجح علمًا بأنه أخذ حصصًا.

(b) الشخص راسب علمًا بأنه لم يأخذ حصصًا.

تحقق من فهمك:

(3) أوجد احتمال أن يكون الطالب ممن هم ضمن المنتخب الوطني، علمًا بأنه في السنة الأولى.

A 2.6% تقريبًا B 2.5% تقريبًا C 8.4% تقريبًا D 7.7% تقريبًا

(9) **اختيار من متعدد:** يُبيّن الجدول أدناه أعداد الطلاب الذين حضروا مباراة كرة قدم، والذين تغيبوا عنها من السنوات الجامعية الأولى والثانية والثالثة والرابعة. إذا اختير أحد الطلاب عشوائياً، فأوجد احتمال أن يكون قد حضر المباراة علمًا بأنه من السنة الثالثة. (مثال 3)

أولى	ثانية	ثالثة	رابعة	
48	90	224	254	الحضور
182	141	36	8	الغياب

A 48.6% تقريباً

B 77.6% تقريباً

C 86.2% تقريباً

D 91.6% تقريباً

مهارات التفكير العليا:

(17) **تحديد:** ألقى مكعب مرقم من 1 إلى 6 خمس مرات متتالية. ما احتمال ظهور الرقم 2 في الرميات الخمس علمًا بأن الرقم 2 ظهر في الرميات الثلاث الأولى؟

تصنيف:

(27) سحبت كرة بشكل عشوائي من كيس يحتوي على كرتين حمراوين و3 زرقاء دون إرجاع وكانت زرقاء. ما احتمال سحب كرة زرقاء ثانية؟

(26) إذا كانت A, B حادثتين في فضاء العينة لتجربة عشوائية ما، بحيث كان $P(A) = 0.2, P(B) = 0.5, P(A \cup B) = 0.4$ ، فما قيمة $P(A | B)$ ؟

- A 0.6
- B 0.7
- C 0.8
- D 0.9

الموضوع:

الاحتمال المشروط.

التاريخ:

تحقق من فهمك:

(1) في المثال 1 إذا كان عدد الذين رُشِّحوا من الصف الثاني الثانوي 3، ومن الصف الأول الثانوي 11، وكان عدد الجوائز 4، واختير 4 طلاب من الذين رُشِّحوا بطريقة عشوائية، فما احتمال أن يفوز طالبان من الصف الثاني وطالبان من الصف الأول؟

(1) صندوق فيه 10 كرات، منها 6 حمراء، إذا سحبت منه كرتان معًا عشوائيًا، فما احتمال أن تكون الكرتان حمراوين؟ (مثال 1)

تدرب:

تحقق من فهمك:

(2) **سباق:** اشترك صلاح، وعبد الله، وسليم في سباق 400 m مع خمسة رياضيين آخرين. ما احتمال أن ينهي هؤلاء الثلاثة السباق في المراكز الثلاثة الأولى؟

(3) دخل 8 لاعبين A, B, C, D, E, F, G, H في مباراة، إذا اختيرت أسماء اللاعبين عشوائياً، فما احتمال أن يكون أول 4 لاعبين مختارين هم A, C, E, G على الترتيب؟

تدرب:

تحقق من فهمك:

يوضح الجدول أدناه توزيعاً احتمالياً، حيث أُلقي مكعبان مرقمان من 1 إلى 6 مرة واحدة، وسُجِّل مجموع العددين الظاهرين على الوجهين العلويين واحتمال كلٍّ منها.

المجموع	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
الاحتمال	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{36}$

(3A) مثل بالأعمدة هذا التوزيع الاحتمالي.

(3B) استعمل التمثيل بالأعمدة؛ لتحديد الناتج الأكثر إمكانية للوقوع؟ ثم أوجد احتمالاه.

(3C) أوجد $P(11 \text{ أو } 5)$.

تدرب:

(5) أُلقي مكعبان مرقمان من 1 إلى 6، وسجل العدد الأكبر بين العددين الظاهرين على الوجهين العلويين إذا اختلفا، وأحدهما إذا تساويا. (مثال 3)

(b) ما الناتج الأقل إمكانية للوقوع؟ وما احتمالاه؟

(a) مثّل بالأعمدة هذا التوزيع الاحتمالي.

(c) أوجد $P(2 \text{ أو } 1)$ ؟

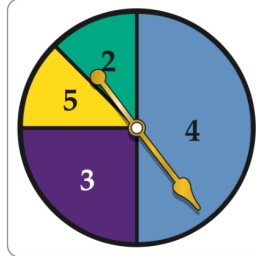
تحقق من فهمك:

(4) أوجد القيمة المتوقعة عند رمي مكعبين مرقمين مرة واحدة، وتسجيل مجموع العددين الظاهرين على الوجهين العلويين.

تدرب:

(8) **جوائز:** باع أحد النوادي 500 تذكرة دخول لحضور إحدى مبارياته ثمن الواحدة 10 ريالات، وأجري سحب عشوائي على أرقام التذاكر خُصصت فيه ثلاث جوائز للأرقام الاربعة، بحيث تربح تذكرة واحدة الجائزة الأولى وقيمتها 1000 ريال، وتربح تذكرتان الجائزة الثانية وقيمتها 100 ريال، وتربح 5 تذاكر الجائزة الثالثة وقيمتها 50 ريالاً. إذا اشترى شخص تذكرة، فما القيمة المتوقعة للربح في هذا الموقف؟

مهارات التفكير العليا:



(18) **اكتشف الخطأ:** كَوَّنت كُلُّ من فاطمة، وزينب توزيعاً احتمالياً باستعمال التمثيل بالأعمدة لمجموع العددين الناتجين عن دوران مؤشر القرص المجاور مرتين. أيهما يعدُّ تمثيلها صحيحاً؟ فسرَّ إجابتك.

تحصيلي:

(25) ما القيمة المتوقعة للتوزيع الاحتمالي المبين في الجدول أدناه؟

x	3	2	1
p(x)	0.1	0.8	0.1

0.1 A

0.16 B

0.56 C

1 D

(24) يحتوي صندوق على 4 كرات حمراء و 6 كرات صفراء، و 4 كرات خضراء، وكرتين زرقاوين. سُحبت 3 كرات معاً عشوائياً. إذا كان X متغيراً عشوائياً يدل على عدد الكرات الزرقاء المسحوبة، فما جميع القيم الممكنة لـ X ؟

1, 2 A

0, 1, 2 B

1, 2, 3 C

0, 1, 2, 3 D

التاريخ:

الاحتمال والتوزيعات الاحتمالية

الموضوع:

تحقق من فهمك:

(1) حدّد ما إذا كانت البيانات في الجدول المجاور تُظهر التواءً موجباً، أو التواءً سالباً، أو موزعة توزيعاً طبيعياً.

قياس الحداء	38	39	40	41	42	43	44	45
التكرار	6	8	9	7	4	2	3	1

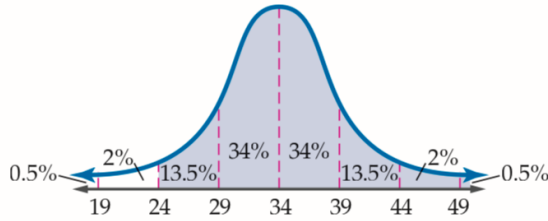
تدرب:

(1) **درجات:** يوضّح الجدول أدناه نتائج أحد الاختبارات (النهاية العظمى للاختبار 40). حدّد ما إذا كانت البيانات تظهر التواءً موجباً، أو التواءً سالباً، أو موزعة توزيعاً طبيعياً.

فئات الدرجات	عدد الطلاب
13-15	12
16-18	27
19-21	29
22-24	19
25-27	8
28-31	1
32-35	1

تحقق من فهمك:

(2) أوجد احتمال أن تكون قيمة تم اختيارها عشوائيًا في التوزيع الوارد في المثال 2 أقل من 49.



تدرب:

(3) تتوزع مجموعة بيانات توزيعًا طبيعيًا بمتوسط حسابي 161، وانحراف معياري 12، أوجد أن يتم اختيار قيمة لـ X عشوائيًا من هذا التوزيع، بحيث تكون أقل من 149، أي أوجد $P(X < 149)$.

تحقق من فهمك:

درجات: إذا علمت أن كتل 100 موظف في شركة تتوزع توزيعاً طبيعياً بمتوسط حسابي مقداره 70 كيلوجراماً، وانحراف معياري 10 كيلوجرامات، فاعتمد على ذلك في الإجابة عن السؤالين الآتيين :

- (3A)** ما العدد التقريبي للموظفين الذين تقع كتلهم بين 60, 80 كيلوجراماً؟
(3B) ما احتمال أن يتم اختيار موظف بصورة عشوائية، وتكون كتلته أقل من 90 كيلوجراماً؟

تدرب:

(8) مدارس: أعطى عمران اختباراً قصيراً لطلبته البالغ عددهم (50) طالباً، وكانت الدرجات موزعة توزيعاً طبيعياً بمتوسط حسابي 21، وانحراف معياري 2.

- (a)** ما العدد التقريبي للطلاب الذين تقع درجاتهم بين 19, 23؟
(b) ما احتمال أن تقع درجة أحد الطلاب بين 17 و 25؟

مهارات التفكير العليا:

(14) **اكتشف الخطأ:** تتوزع أطوال أقطار نوع من الأشجار توزيعاً طبيعياً بمتوسط مقداره 11.5 cm ، وانحراف معياري مقداره 2.5 cm ومدى من 3.6 cm إلى 19.8 cm ، وقد حاولت كل من مريم وأمينة إيجاد مدى 68% من البيانات التي تقع في وسط التوزيع. أيهما كانت إجابتها صحيحة؟ فسر إجابتك.

أمينة

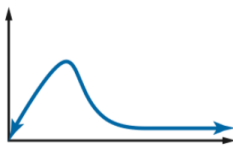
تمتد النسبة 68% من $\mu + \sigma$ إلى $\mu - \sigma$ أي أن مدى 68% سيكون من 9 cm إلى 14 cm

مريم

مدى البيانات 16.2 cm ، 68% من المدى يساوي تقريباً 11 cm ، ويتوزع هذا المدى بالتساوي حول المتوسط 11.5 cm ، أي أن مدى 68% سيكون من 6 cm إلى 17 cm

تخصيبي:

(24) ما الوصف الأفضل لمنحنى التوزيع الاحتمالي الممثل أدناه؟



- A توزيع سالب الالتواء
B توزيع متماثل
C توزيع طبيعي
D توزيع موجب الالتواء

(23) يتوزع عمر 10000 مصباح كهربائي توزيعاً طبيعياً بمتوسط حسابي 300 يوم، وانحراف معياري 40 يوماً. كم مصباحاً يقع عمره بين 260 يوماً، 340 يوماً؟

- A 2500
B 3400
C 5000
D 6800

الموضوع:

التوزيع الطبيعي .

التاريخ:

تحقق من فهمك:

حدّد ما إذا كانت كل تجربة مما يأتي ذات حدين، أو يمكن جعلها كذلك. وإذا كانت تجربة ذات حدين، فاكتب قيم n, p, q ، وقيم المتغير العشوائي الممكنة، وإذا لم تكن كذلك فبيّن السبب.

(1A) أظهرت نتيجة لمسح إحصائي في إحدى المدارس ذات الزي الموحد أن 61% يحبون الزي الجديد، وأن 24% لا يحبونه. إذا تم اختيار 20 طالبًا بشكل عشوائي، وسؤالهم عمّا إذا كانوا يحبون الزي الجديد. وكان المتغير العشوائي X يدل على عدد الطلاب الذين يحبون الزي الجديد.

(1B) أجاب خالد عن اختبار مكوّن من 20 فقرة من نوع «الاختيار من متعدد» لكل فقرة منها أربع إجابات، واحدة فقط صحيحة (دون معرفة علمية بموضوع الاختبار). وكان المتغير العشوائي X يدل على عدد الإجابات الصحيحة.

تدرب:

حدّد ما إذا كانت كل تجربة مما يأتي ذات حدين، أو يمكن جعلها ذات حدين. وإن كانت كذلك، فاكتب قيم n, p, q ، ثم اكتب كل قيم المتغير العشوائي الممكنة. وإذا لم تكن تجربة ذات حدين، فبيّن السبب.

(2) ألقيت قطعة نقد 20 مرة، والمتغير العشوائي X يدل على عدد مرات ظهور الكتابة.

(1) تم ترقيم أوجه مكعب بالأرقام من 1 إلى 6، ثم أُلقي المكعب 10 مرات، والمتغير العشوائي X يدل على عدد مرات ظهور الرقم 5.

تحقق من فهمك:

حدّد ما إذا كانت كل تجربة مما يأتي ذات حدين، أو يمكن جعلها كذلك. وإذا كانت تجربة ذات حدين، فاكتب قيم n, p, q ، وقيم المتغير العشوائي الممكنة، وإذا لم تكن كذلك فبيّن السبب.

(1A) أظهرت نتيجة لمسح إحصائي في إحدى المدارس ذات الزي الموحد أن 61% يحبون الزي الجديد، وأن 24% لا يحبونه. إذا تم اختيار 20 طالبًا بشكل عشوائي، وسؤالهم عمّا إذا كانوا يحبون الزي الجديد. وكان المتغير العشوائي X يدل على عدد الطلاب الذين يحبون الزي الجديد.

(1B) أجاب خالد عن اختبار مكوّن من 20 فقرة من نوع «الاختيار من متعدد» لكل فقرة منها أربع إجابات، واحدة فقط صحيحة (دون معرفة علمية بموضوع الاختبار). وكان المتغير العشوائي X يدل على عدد الإجابات الصحيحة.

تدرب:

حدّد ما إذا كانت كل تجربة مما يأتي ذات حدين، أو يمكن جعلها ذات حدين. وإن كانت كذلك، فاكتب قيم n, p, q ، ثم اكتب كل قيم المتغير العشوائي الممكنة. وإذا لم تكن تجربة ذات حدين، فبيّن السبب.

(2) ألقيت قطعة نقد 20 مرة، والمتغير العشوائي X يدل على عدد مرات ظهور الكتابة.

(1) تم ترقيم أوجه مكعب بالأرقام من 1 إلى 6، ثم أُلقي المكعب 10 مرات، والمتغير العشوائي X يدل على عدد مرات ظهور الرقم 5.

تحقق من فهمك:

حدّد ما إذا كانت كل تجربة مما يأتي ذات حدين، أو يمكن جعلها كذلك. وإذا كانت تجربة ذات حدين، فاكتب قيم n, p, q ، وقيم المتغير العشوائي الممكنة، وإذا لم تكن كذلك فبيّن السبب.

(1A) أظهرت نتيجة لمسح إحصائي في إحدى المدارس ذات الزي الموحد أن 61% يحبون الزي الجديد، وأن 24% لا يحبونه. إذا تم اختيار 20 طالبًا بشكل عشوائي، وسؤالهم عمّا إذا كانوا يحبون الزي الجديد. وكان المتغير العشوائي X يدل على عدد الطلاب الذين يحبون الزي الجديد.

(1B) أجاب خالد عن اختبار مكوّن من 20 فقرة من نوع «الاختيار من متعدد» لكل فقرة منها أربع إجابات، واحدة فقط صحيحة (دون معرفة علمية بموضوع الاختبار). وكان المتغير العشوائي X يدل على عدد الإجابات الصحيحة.

تدرب:

حدّد ما إذا كانت كل تجربة مما يأتي ذات حدين، أو يمكن جعلها ذات حدين. وإن كانت كذلك، فاكتب قيم n, p, q ، ثم اكتب كل قيم المتغير العشوائي الممكنة. وإذا لم تكن تجربة ذات حدين، فبيّن السبب.

(2) ألقيت قطعة نقد 20 مرة، والمتغير العشوائي X يدل على عدد مرات ظهور الكتابة.

(1) تم ترقيم أوجه مكعب بالأرقام من 1 إلى 6، ثم أُلقي المكعب 10 مرات، والمتغير العشوائي X يدل على عدد مرات ظهور الرقم 5.

تحقق من فهمك:

(2) **كليات:** يدرس في إحدى الكليات 48% من الطلاب لغة عالمية خلال سنة التخرج. إذا اختير 7 خريجين عشوائياً، وتم سؤالهم عما إذا درسوا لغة عالمية في سنتهم الأخيرة. وكان المتغير العشوائي X يدل على عدد الطلاب الذين أجابوا بنعم، فكّون التوزيع ذا الحدين، ومثله بالأعمدة، ثم أوجد احتمال أن يجيب أقل من 4 طلاب بنعم.

تدرب:

كّون التوزيع ذا الحدين لكل متغير عشوائي مما يأتي، ومثله بالأعمدة، ثم أوجد المتوسط، وفسّر معناه في سياق الموقف، ثم أوجد التباين، والانحراف المعياري.

(5) إذا كان 89% من طلاب المرحلة الثانوية في إحدى المدارس يتابعون مباريات منتخبهم الوطني، وتم اختيار 5 طلاب عشوائياً من هذه المدرسة، وسؤالهم عما إذا كانوا يتابعون مباريات منتخبهم الوطني.

تحقق من فهمك:

(4) أشارت دراسة سابقة إلى أن 32% من أولياء الأمور المستطلعة آراؤهم يرون أنه يجب تقليل عدد أيام الإجازة الصيفية للطلاب في نهاية العام الدراسي. غير أن آية ترى أن النسبة أقل من ذلك، ولذلك قامت بإجراء دراسة مسحية شملت 250 من أولياء الأمور اختارتهم بطريقة عشوائية ممن استهدفهم الدراسة السابقة. ما احتمال ألا يرى أكثر من 65 من أولياء الأمور وجوبَ تقليل عدد أيام الإجازة الصيفية؟

تدرب:

(8) **أعمال صيفية:** تبين في دراسة سابقة أن 90% من طلاب الصفوف العليا في مدرسة ثانوية يحصلون على أعمال صيفية، لكن منذراً قدر أن النسبة أقل من ذلك؛ لذا قام بدراسة مسحية شملت 400 طالب من الصفوف العليا تم اختيارهم عشوائياً. ما احتمال ألا يكون أكثر من 348 من الطلاب المستهدفين حصلوا على عمل صيفي؟

مهارات التفكير العليا:

(24) **تحديد:** في تقريب التوزيع ذي الحدين إلى التوزيع الطبيعي، إذا علمت أن احتمال وجود 60 – 66 نجاحًا يساوي 34%، وكان $\bar{x} = 60$ ، واحتمال النجاح 36%، فكم كان عدد المحاولات؟

توصيات:

(34) إذا كان احتمال نجاح عملية جراحية 90%، فما احتمال نجاح عملية واحدة على الأقل إذا أجريت العملية ثلاث مرات؟

- (A) 0.001 (B) 0.1
(C) 0.9 (D) 0.999

(33) **اختبار:** تقدّمت سمر لاختبار من عشرة أسئلة من نوع الاختيار من متعدد لكل منها أربعة بدائل، لكنها أجابت عن الأسئلة من خلال التخمين (دون معرفة علمية بالموضوع)، ما احتمال أن تحصل على:

- (a) 7 أسئلة صحيحة الإجابة؟
(b) 9 أسئلة صحيحة الإجابة؟
(c) 0 سؤال صحيح الإجابة؟
(d) 3 أسئلة صحيحة الإجابة؟

الموضوع:

التوزيعات ذات الحدين

التاريخ:

النهايات والاشتقاق

التهيئة للفصل الرابع

تقدير النهايات بيانياً .

حساب النهايات جبرياً

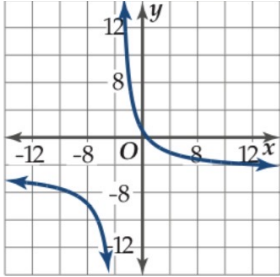
المماس والسرعة المتجهة .

المشتقات .

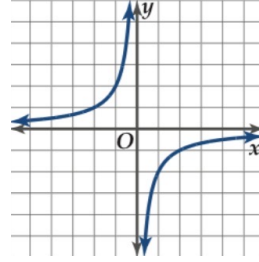
المساحة تحت المنحنى والتكامل .

النظرية الأساسية في التفاضل والتكامل .

استعمل التمثيل البياني لوصف سلوك طرفي التمثيل البياني لكل دالة



$$m(x) = \frac{7 - 10x}{2x + 7} \quad (2)$$



$$q(x) = -\frac{2}{x} \quad (1)$$

(4) أوجد متوسط مُعدّل تغيّر الدالة $f(x) = -2x^3 - 5x^2 + 6$ على الفترة $[-4, -1]$

أوجد معادلات خطوط التقارب الرأسية والأفقية (إن وجدت) لكل دالة مما يأتي:

$$h(x) = \frac{2x^2 - 8}{x - 10} \quad (6)$$

$$f(x) = \frac{4x^2}{2x^2 + 1} \quad (5)$$

أوجد الحدود الأربعة التالية في كل متتابعة مما يأتي:

$$5, -1, -7, -13, \dots \quad (10)$$

$$8, 3, -2, -7, \dots \quad (9)$$

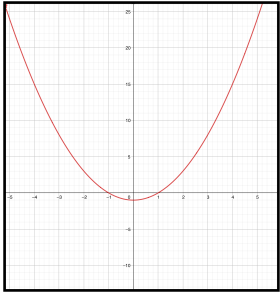
التاريخ:

تقدير النهايات بيانيًا .

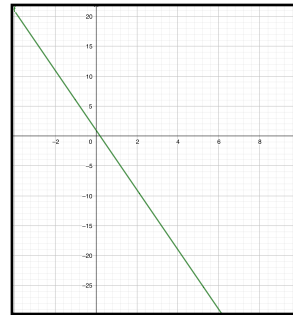
الموضوع:

تحقق من فهمك: قدر كل نهاية مما يأتي باستعمال التمثيل البياني، ثم عزّز إجابتك باستعمال جدول قيم.

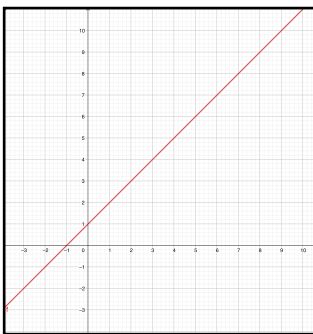
$$\lim_{x \rightarrow 1} (x^2 - 1) \quad (1B)$$



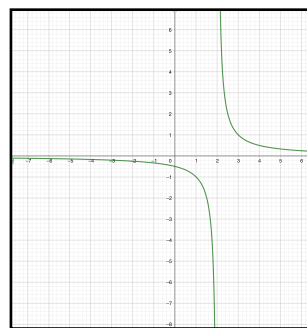
$$\lim_{x \rightarrow -3} (1 - 5x) \quad (1A)$$



$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 4x - 5}{x - 5} \quad (2B)$$

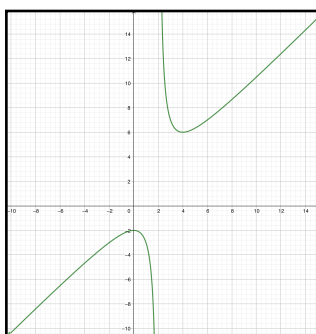


$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x + 2}{x^2 - 4} \quad (2A)$$

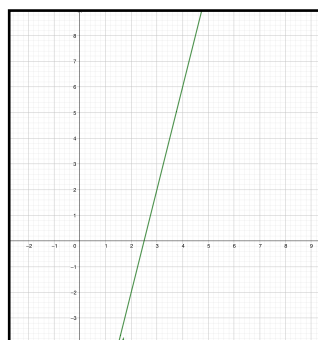


قدّر كل نهاية مما يأتي باستعمال التمثيل البياني، ثم عزّز إجابتك باستعمال جدول قيم.

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 8}{x^2 - 4} \quad (4)$$



$$\lim_{x \rightarrow 5} (4x - 10) \quad (1)$$



تحقق من فهمك:

قدّر إن أمكن كلّاً من النهايات الآتية إذا كانت موجودة:

(3B) $\lim_{x \rightarrow -2^-} g(x), \lim_{x \rightarrow -2^+} g(x), \lim_{x \rightarrow -2} g(x)$ حيث:

$$g(x) = \begin{cases} -0.5x + 2 & , x < -2 \\ -x^2 & , x \geq -2 \end{cases}$$

(3A) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x), \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x), \lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ حيث:

$$f(x) = \begin{cases} x^3 + 2 & , x < 1 \\ 2x + 1 & , x \geq 1 \end{cases}$$

قدّر إن أمكن كلّاً من النهايات الآتية إذا كانت موجودة:

تدرب:

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{|4x|}{x} \quad (10)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin x - x}{x} \quad (9)$$

التاريخ:

تقدير النهايات بيانياً .

الموضوع:

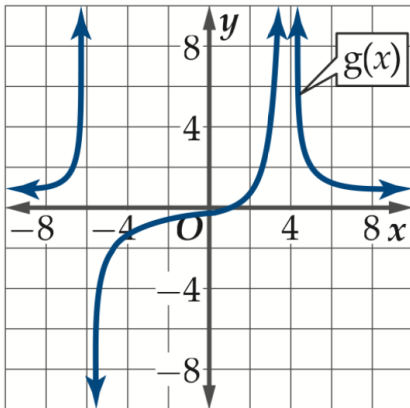
تحقق من فهمك: قدر - إن أمكن - كل نهاية مما يأتي إذا كانت موجودة:

$$\lim_{x \rightarrow 0} -\frac{2}{x^4} \quad (4B)$$

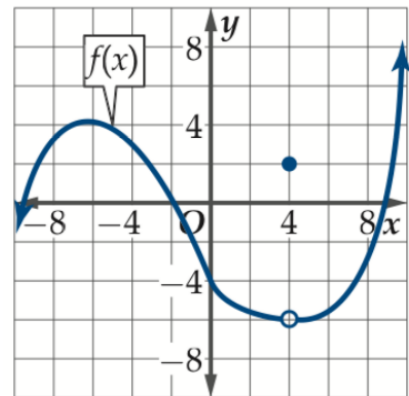
$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 4}{x - 3} \quad (4A)$$

استعمل التمثيل البياني لتقدير كل نهاية مما يأتي إذا كانت موجودة:

تدرب:



$$\lim_{x \rightarrow 4} g(x) \quad (22)$$



$$\lim_{x \rightarrow -4} f(x) \quad (21)$$

التاريخ:

تقدير النهايات بيانياً .

الموضوع:

قدّر كل نهاية مما يأتي إذا كانت موجودة:

تحقق من فهمك:

$$\lim_{x \rightarrow 0} (x^2 \sin x) \quad (5B)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \sin \frac{1}{x} \quad (5A)$$

قدّر كل نهاية مما يأتي إذا كانت موجودة:

تدرب:

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{|x|}{x - 4} \quad (26)$$

$$\lim_{x \rightarrow -4} \frac{-17}{x^2 + 8x + 16} \quad (25)$$

الموضوع:

تقدير النهايات بيانياً .

التاريخ:

تحقق من فهمك:

قدّر كل نهاية مما يأتي إذا كانت موجودة:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{x^4} - 3 \right) \quad (6A)$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \sin x \quad (6C)$$

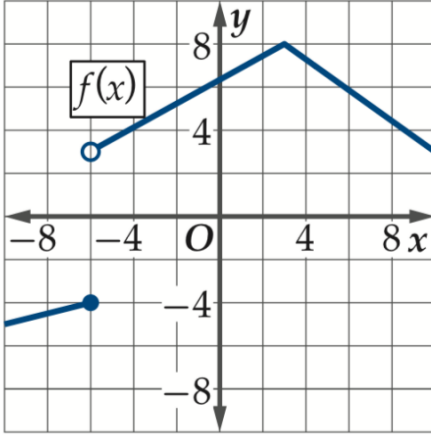
$$\lim_{x \rightarrow -\infty} 5^x \quad (6B)$$

تدرب

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x \cos x \quad (31)$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + x - 22}{4x^3 - 13} \quad (30)$$

مهارات التفكير العليا:



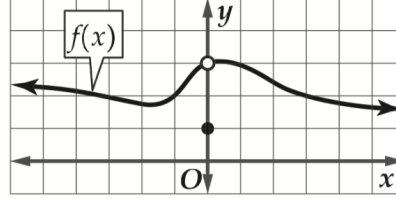
(48) **اكتشف الخطأ:** قال علي: إن نهاية الدالة الممثلة بيانياً في الشكل أدناه عندما تقترب x من -6 هي -4 . في حين قال محمد: إنها 3 . هل أي منهما إجابته صحيحة؟ برّر إجابتك.

(51) **تبرير:** حدّد ما إذا كانت العبارة الآتية صحيحة دائماً أو صحيحة أحياناً أو غير صحيحة أبداً. برّر إجابتك.

$$\text{إذا كان } f(c) = L, \text{ فإن } \lim_{x \rightarrow c} f(x) = L.$$

تحصيلي:

(60) باستعمال التمثيل البياني للدالة $y = f(x)$ أدناه،
ما قيمة $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ (إن وجدت)؟



3 C

0 A

D النهاية غير موجودة

1 B

(61) إذا كانت $g(x) = \frac{1}{x^2}$ وكانت العبارة

I نقطة عدم اتصال لا نهائي.

II نقطة عدم اتصال قفزي.

III نقطة عدم اتصال قابل للإزالة.

فأي مما يأتي يصف التمثيل البياني لمنحنى الدالة $g(x)$ ؟

C فقط II

A فقط I

D I و II فقط

B I , III فقط

الموضوع:

تقدير النهايات بيانياً .

التاريخ:

تحقق من فهمك:

استعمل خصائص النهايات لحساب كل نهاية مما يأتي:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-3}{2x^2-x-15} \quad (1B)$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} (-x^3 + 4) \quad (1A)$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} \sqrt{x+3} \quad (1C)$$

تدرب:

استعمل خصائص النهايات لحساب كل نهاية مما يأتي:

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 + 4x + 13}{x - 3} \quad (2)$$

$$\lim_{x \rightarrow -3} (5x - 10) \quad (1)$$

تحقق من فهمك:

احسب كل نهاية مما يأتي باستعمال التعويض المباشر إذا كان ممكناً، وإلا فاذكر السبب:

$$\lim_{x \rightarrow -5} \frac{x + 1}{x^2 + 3} \quad (2B)$$

$$\lim_{x \rightarrow 4} (x^3 - 3x^2 - 5x + 7) \quad (2A)$$

تحقق من فهمك: احسب كل نهاية مما يأتي باستعمال التعويض المباشر إذا كان ممكناً، وإلا فاذكر السبب:

$$\lim_{x \rightarrow -8} \sqrt{x+6} \quad (2D)$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x - 2} \quad (2C)$$

تدرب: احسب كل نهاية مما يأتي باستعمال التعويض المباشر إذا كان ممكناً، وإلا فاذكر السبب:

$$\lim_{x \rightarrow 2} (4x^3 - 3x^2 + 10) \quad (8)$$

$$\lim_{x \rightarrow 16} \frac{x^2 + 9}{\sqrt{x} - 4} \quad (7)$$

التاريخ:

الموضوع: حساب النهايات جبرياً

تحقق من فهمك: احسب كل نهاية مما يأتي:

$$\lim_{x \rightarrow 6} \frac{x^2 - 7x + 6}{3x^2 - 11x - 42} \quad (3B)$$

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 - 3x^2 - 4x + 12}{x + 2} \quad (3A)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 - \sqrt{x + 4}}{x} \quad (4B)$$

$$\lim_{x \rightarrow 25} \frac{x - 25}{\sqrt{x} - 5} \quad (4A)$$

تدرب:

احسب كل نهاية مما يأتي:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x}{\sqrt{x+1} - 1} \quad (15)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 4x - 5}{x^2 - 1} \quad (14)$$

تحقق من فهمك:

احسب كل نهاية مما يأتي:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (4x^6 + 3x^5 - x) \quad (5B)$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (-x^3 - 4x^2 + 9) \quad (5A)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (2x - 6x^2 + 4x^5) \quad (5C)$$

تحقق من فهمك:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-3x^2 + 7}{5x + 1} \quad (6B)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5}{x - 10} \quad (6A)$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^3 - 3x^2 + 1}{2x^3 + 4x} \quad (6C)$$

تدرب:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 - 10x + 2}{4x^3 + 20x^2} \quad (21)$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (5 - 2x^2 + 7x^3) \quad (20)$$

تحقق من فهمك: احسب نهاية كل متتابعة مما يأتي إن وجدت:

$$b_n = \frac{2n^3}{3n + 8} \quad (7B)$$

$$a_n = \frac{4}{n^2 + 1} \quad (7A)$$

$$c_n = \frac{9}{n^3} \left[\frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \right] \quad (7C)$$

احسب نهاية كل متتابعة مما يأتي إن وجدت:

تدرب:

$$a_n = \frac{-4n^2 + 6n - 1}{n^2 + 3n} \quad (28)$$

$$a_n = \frac{8n + 1}{n^2 - 3} \quad (27)$$

$$a_n = \frac{8n^2 + 5n + 2}{3 + 2n} \quad (30)$$

(50) **تحذّر:** احسب النهاية الآتية إذا كانت $a_n \neq 0, b_m \neq 0$:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0}{b_m x^m + b_{m-1} x^{m-1} + \dots + b_2 x^2 + b_1 x + b_0}$$

(إرشاد: افترض كلاً من الحالات $m < n, m = n, m > n$)

(59) ما قيمة $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{2h^3 - h^2 + 5h}{h}$ ؟

5 C

3 A

D غير موجودة

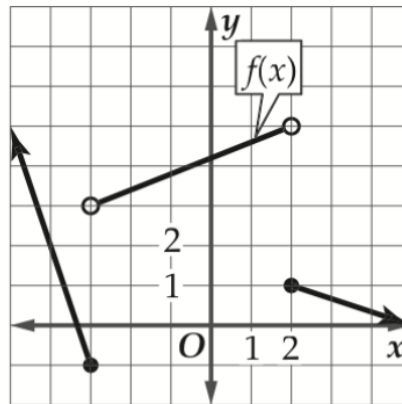
4 B

(60) ما القيمة التي تقترب منها $g(x) = \frac{x + \pi}{\cos(x + \pi)}$ عندما تقترب x من 0 ؟

$-\frac{1}{2}\pi$ **C**
0 **D**

$-\pi$ **A**
 $-\frac{3}{4}$ **B**

(61) باستعمال التمثيل البياني للدالة f أدناه، ما قيمة $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$ ؟

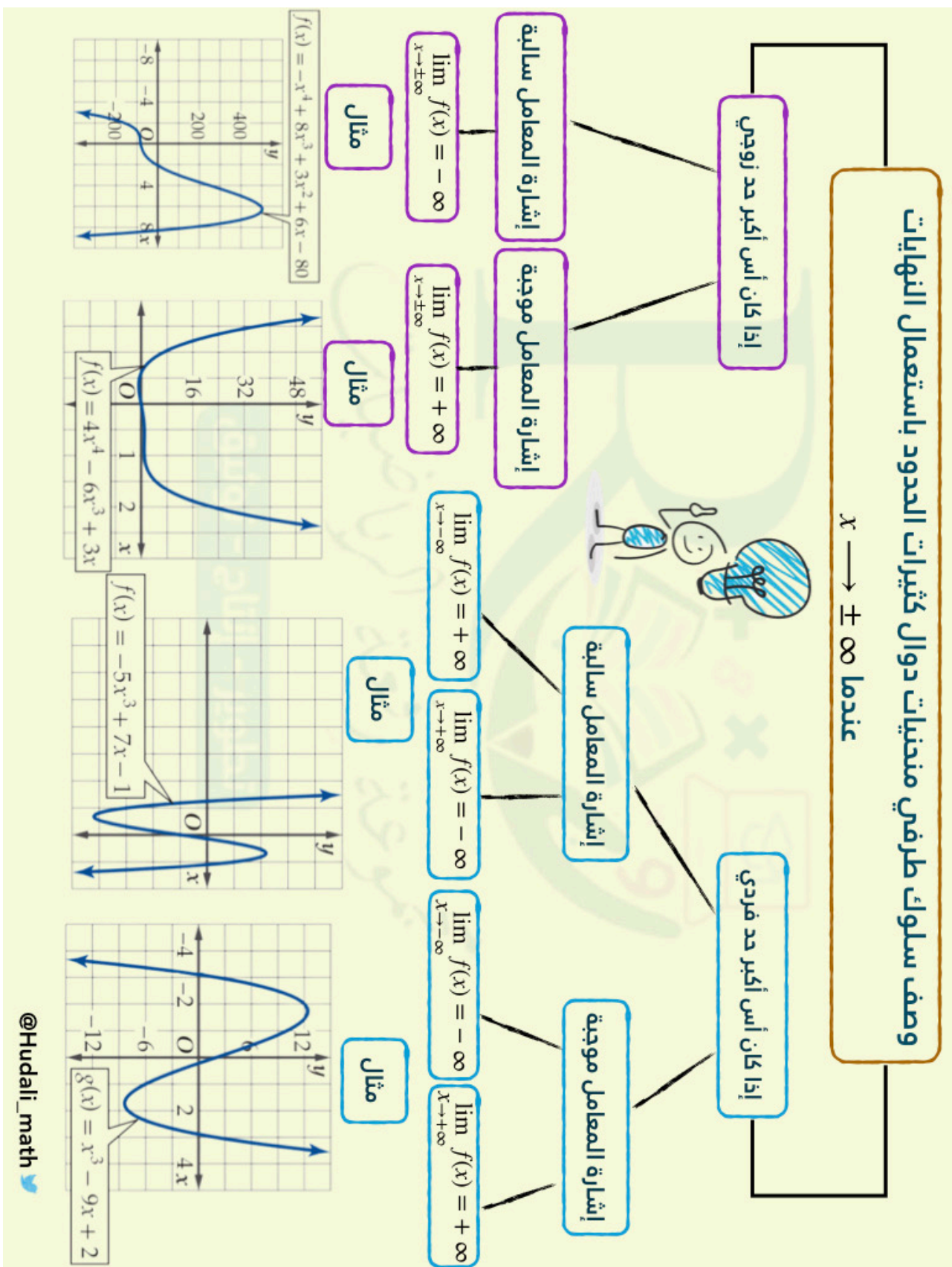


غير موجودة **D**

5 **C**

1 **B**

0 **A**



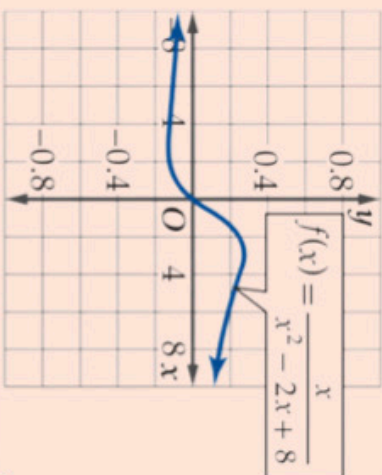
وصف سلوك طرفي منحنيات الدوال النسبية باستعمال النهايات

 $x \rightarrow \pm \infty$ 

درجة البسط > درجة المقام

$$\lim_{x \rightarrow \pm \infty} f(x) = 0$$

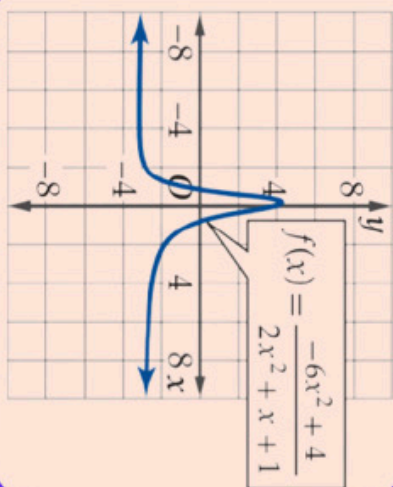
مثال



درجة البسط = درجة المقام

$$\lim_{x \rightarrow \pm \infty} f(x) = \frac{\text{معامل أكبر أس}}{\text{معامل أكبر أس}}$$

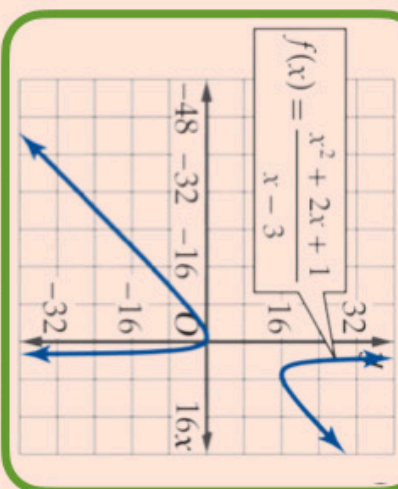
مثال



درجة البسط < درجة المقام

$$\lim_{x \rightarrow \pm \infty} f(x) = \pm \infty$$

مثال



@Hudali_math

الموضوع: حساب النهايات جبرياً

التاريخ:

التاريخ:

الموضوع: المماس والسرعة المتجهة .

تحقق من فهمك: أوجد ميل مماس كل منحنى مما يأتي عند النقطة المعطاة:

$$y = x^2 + 4, (-2, 8) \text{ (1B)}$$

$$y = x^2, (3, 9) \text{ (1A)}$$

أوجد ميل مماس كل منحنى مما يأتي عند النقطة المعطاة:

تدرب:

$$y = 6 - 3x, (-2, 12), (6, -12) \text{ (2)}$$

$$y = x^2 - 5x, (1, -4), (5, 0) \text{ (1)}$$

التاريخ:

الموضوع: المماس والسرعة المتجهة .

تحقق من فهمك: أوجد معادلة ميل منحنى كل دالة مما يأتي عند أي نقطة عليه:

$$y = x^3 \quad (2B)$$

$$y = x^2 - 4x + 2 \quad (2A)$$

أوجد معادلة ميل منحنى كل دالة مما يأتي عند أي نقطة عليه:

تدرب:

$$y = 4 - 2x \quad (5)$$

تحقق من فهمك:

(3) **بالون:** تمثّل $h(t) = 5 + 65t - 16t^2$ الارتفاع بالأقدام بعد t ثانية لبالون يصعد رأسيًا، ما السرعة المتوسطة المتجهة للبالون بين $t = 1$ s ، $t = 2$ s ؟

تدرب:

تمثّل $s(t)$ في كلّ مما يأتي بُعد جسم متحرك عن نقطة ثابتة بالأمتار بعد t دقيقة. أوجد السرعة المتوسطة المتجهة للجسم بالميل لكل ساعة في الفترة الزمنية المعطاة. (تذكر بأن تحوّل الدقائق إلى ساعات) : (مثال 3)

$$s(t) = 0.4t^2 - \frac{1}{20}t^3, \quad 3 \leq t \leq 5 \quad (12)$$

تحقق من فهمك:

(4) سقطت علبة مادة التنظيف من يد عامل في أثناء قيامه بتنظيف نافذة بناية على ارتفاع 1400 ft عن سطح الأرض، وتمثل الدالة $h(t) = 1400 - 16t^2$ ارتفاع العلبة بالأقدام بعد t ثانية من سقوطها. أوجد السرعة المتجهة اللحظية للعلبة $v(t)$ بعد 7s .

تدرب:

تمثل $f(t)$ في كلٍّ مما يأتي بُعد جسم متحرك عن نقطة ثابتة بالأقدام بعد t ثانية. أوجد السرعة المتجهة اللحظية لهذا الجسم عند الزمن المُعطى:

$$f(t) = 100 - 16t^2, t = 3 \quad (17)$$

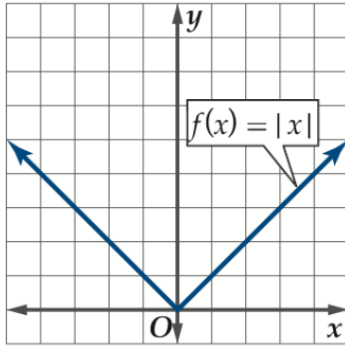
تحقق من فهمك:

(5) تمثل الدالة $s(t) = 90t - 16t^2$ ارتفاع صاروخ بعد t ثانية من إطلاقه رأسياً من مستوى سطح البحر ، حيث الارتفاع بالأقدام. أوجد معادلة السرعة المتجهة اللحظية $v(t)$ للصاروخ عند أي زمن .

تدرب:

تمثل $s(t)$ في كلِّ مما يأتي المسافة التي يقطعها جسم متحرك. أوجد معادلة السرعة المتجهة اللحظية $v(t)$ للجسم عند أي زمن : (مثال 5)

$$s(t) = t - 3t^2 \quad (24)$$

**(33) اكتشف الخطأ:** سُئل علي وجميل

أن يصفوا معادلة ميل مماس منحنى الدالة الممثلة بيانياً في الشكل المجاور عند أي نقطة على منحنائها. فقال علي: إن معادلة الميل ستكون متصلة؛ لأن الدالة الأصلية متصلة، في حين قال جميل: إن معادلة الميل لن تكون متصلة. أيهما كانت إجابته صحيحة؟ فسّر إجابتك.

(37) اكتب بين لماذا تكون السرعة المتجهة اللحظية لجسم متحرك صفراً عند نقطة القيمة العظمى والصغرى لدالة المسافة.

توصيات:

(43) ما معادلة ميل منحنى $y = 2x^2$ عند أي نقطة عليه؟

$m = x$ C

$m = 4x$ A

$m = -4x$ D

$m = 2x$ B

(44) سقطت كرة بشكل رأسي، فكانت المسافة التي تقطعها بالأقدام بعد t ثانية تعطى بالدالة $d(t) = 16t^2$. إذا كانت $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{d(2+h) - d(2)}{h}$ تمثل السرعة المتجهة للكرة بعد 2s، فكم تساوي هذه السرعة؟

64 ft/s C

46 ft/s A

72 ft/s D

58 ft/s B

(45) ما ميل مماس منحنى $y = x^3 + 7$ عند النقطة $(3, 34)$ ؟

27 C

-9 A

34 D

9 B

التاريخ:

الموضوع: المماس والسرعة المتجهة .

تحقق من فهمك:

أوجد مشتقة $f(x)$ باستعمال النهايات، ثم احسب قيمة المشتقة عند قيم x المعطاة:

$$f(x) = -5x^2 + 2x - 12, x = 1, 4 \quad (1B)$$

$$f(x) = 6x^2 + 7, x = 2, 5 \quad (1A)$$

تدرب:

أوجد مشتقة كل دالة مما يأتي باستعمال النهايات، ثم احسب قيمة المشتقة عند النقاط المعطاة:

$$f(x) = 4x^2 - 3, x = 2, -1 \quad (1)$$

تحقق من فهمك:

أوجد مشتقة كل دالة مما يأتي:

$$k(x) = \sqrt{x^3} \quad (2B)$$

$$j(x) = x^4 \quad (2A)$$

$$m(x) = \frac{1}{x^5} \quad (2C)$$

تحقق من فهمك:

أوجد مشتقة كل دالة مما يأتي :

$$g(x) = 3x^4(x + 2) \quad (3B)$$

$$f(x) = 2x^5 - x^3 - 102 \quad (3A)$$

$$h(x) = \frac{4x^4 - 3x^2 + 5x}{x} \quad (3C)$$

تدرب:

أوجد مشتقة كل دالة مما يأتي :

$$z(n) = 2n^2 + 7n \quad (7)$$

$$y(f) = -11f \quad (6)$$

$$g(h) = 2h^{\frac{1}{2}} + 6h^{\frac{1}{3}} - 2h^{\frac{3}{2}} \quad (8)$$

تحقق من فهمك:

(4) الدالة: $h(t) = 55t - 16t^2$ تمثل الارتفاع بالأقدام بعد t ثانية لكرة قُذفت رأسياً إلى أعلى. أوجد معادلة السرعة المتجهة اللحظية لكرة عند أي زمن .

تحقق من فهمك:

(5) رياضة القفز: الدالة: $h(t) = 20t^2 - 160t + 330$ تمثل ارتفاع سعد بالأقدام في أثناء مشاركته في قفزة البنجي (القفز من أماكن مرتفعة، بحيث تكون القدمان موثقتين بحبل مطاطي)، حيث t الزمن بالثواني في الفترة $[0, 6]$. أوجد أقصى وأدنى ارتفاع يبلغه سعد في هذه الفترة الزمنية.

تدرب:

استعمل الاشتقاق لإيجاد النقاط الحرجة، ثم أوجد نقاط القيم العظمى والصغرى لكل دالة مما يأتي على الفترة المعطاة.

$$f(x) = 2x^2 + 8x, [-5, 0] \quad (15)$$

تحقق من فهمك:

أوجد مشتقة كل دالة مما يأتي:

$$h(x) = (x^5 + 13x^2)(7x^3 - 5x^2 + 18) \quad (6A)$$

تحقق من فهمك:

$$h(x) = (x^2 + x^3 + x)(8x^2 + 3) \quad (6B)$$

تدرب:

أوجد مشتقة كل دالة مما يأتي:

$$f(x) = (4x + 3)(x^2 + 9) \quad (22)$$

تحقق من فهمك:

أوجد مشتقة كل دالة مما يأتي:

$$k(x) = \frac{6x}{2x^2 + 4} \quad (7B)$$

$$j(x) = \frac{7x - 10}{12x + 5} \quad (7A)$$

تدرب:

استعمل قاعدة مشتقة القسمة لإيجاد مشتقة كل دالة مما يأتي:

$$f(m) = \frac{3 - 2m}{3 + 2m} \quad (29)$$

مهارات التفكير العليا:

(47) **تحديد:** أوجد $f'(y)$ علمًا بأن:

$$f(y) = 10x^2y^3 + 5xz^2 - 6xy^2 + 8x^5 - 11x^8yz^7$$

توصيات:

(61) ما ميل مماس منحنى $y = 2x^2$ عند النقطة $(1, 2)$ ؟

4 C

1 A

8 D

2 B

(60) ما مشتقة: $h(x) = (-7x^2 + 4)(2 - x)$ ؟

$$h'(x) = -14x \quad \text{A}$$

$$h'(x) = 14x \quad \text{B}$$

$$h'(x) = -21x^2 - 28x + 4 \quad \text{C}$$

$$h'(x) = 21x^2 - 28x - 4 \quad \text{D}$$

(62) ما مشتقة: $f(x) = 5\sqrt[3]{x^8}$ ؟

$$f'(x) = 225 x^{\frac{5}{3}} \quad \mathbf{H}$$

$$f'(x) = \frac{40}{3} x^{\frac{5}{3}} \quad \mathbf{F}$$

$$f'(x) = 225 x^{\frac{8}{3}} \quad \mathbf{J}$$

$$f'(x) = \frac{40}{3} x^{\frac{8}{3}} \quad \mathbf{G}$$

الموضوع:

المشتقات

التاريخ:

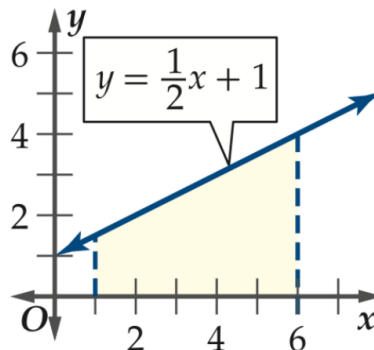
تحقق من فهمك:

(1) قَرِّب مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى $f(x) = -x^2 + 24x$ والمحور x على الفترة $[0, 24]$ باستعمال 12، 8، 6، مستطيلاتاً على الترتيب. استعمل الطرف الأيمن لقاعدة كل مستطيل لتحديد ارتفاعه.

قَرِّب مساحة المنطقة المظللة تحت منحنى الدالة مستعملاً الطرف المعطى لتحديد ارتفاعات المستطيلات المعطى عددها في كلٍّ من الأشكال أدناه: (مثال 1)

تدرب:

(1) 5 مستطيلات
الطرف الأيمن



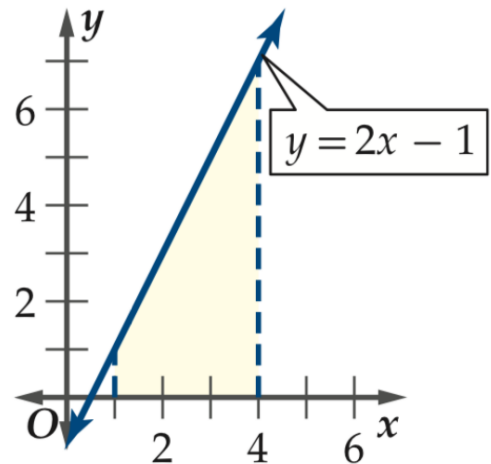
تحقق من فهمك:

(2) قَرِّب مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى $f(x) = \frac{12}{x}$ والمحور x في الفترة $[1, 5]$ باستعمال مستطيلات عرض كل واحد منها وحدة واحدة . استعمل الأطراف اليمنى ثم اليسرى لقواعد المستطيلات لتحديد ارتفاعاتها، ثم احسب الوسط للتقريبين .

قَرِّب مساحة المنطقة المظللة تحت منحنى الدالة في كلٍّ من الأشكال الآتية مستعملًا الأطراف اليمنى ثم اليسرى؛ لتحديد ارتفاعات المستطيلات المعطى عرض كلٍّ منها، ثم أوجد الوسط للتقريبين: (مثال 2)

تدرب:

(6) العرض 0.5



التاريخ:

المساحة تحت المنحنى والتكامل .

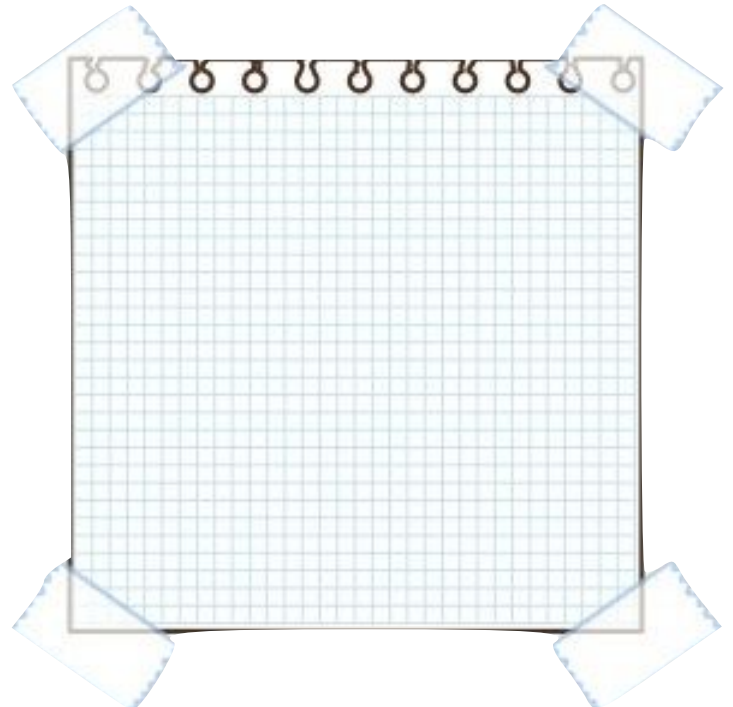
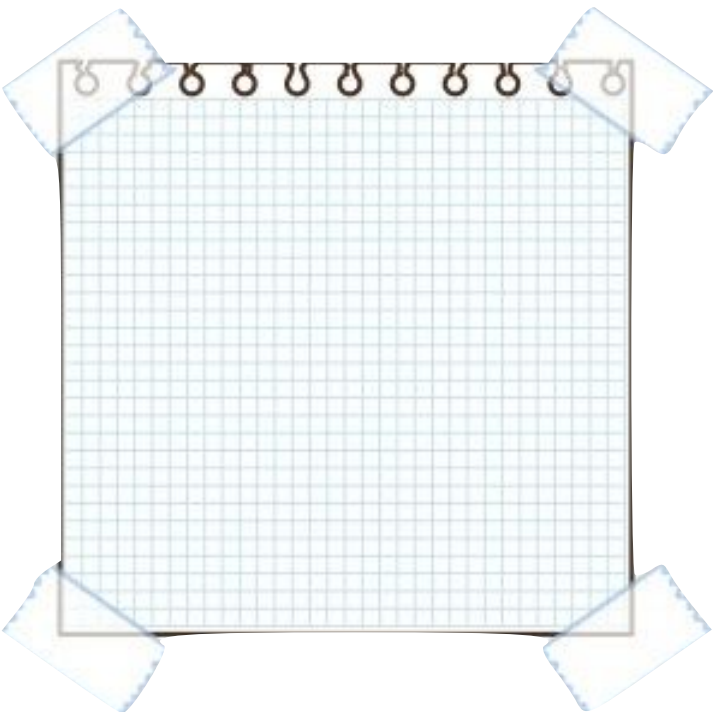
الموضوع:

استعمل النهايات؛ لإيجاد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى الدالة والمحور x والمعطاة بالتكامل المحدد في كل مما يأتي:

تحقق من فهمك:

$$\int_0^3 x \, dx \quad (3B)$$

$$\int_0^1 3x^2 \, dx \quad (3A)$$



استعمل النهايات؛ لإيجاد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى الدالة والمحور x والمعطاة بالتكامل المحدد في كل مما يأتي:

تحقق من فهمك:

$$\int_1^3 x^2 dx \quad (4A)$$

استعمل النهايات؛ لتقريب مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى الدالة والمحور x والمعطى بالتكامل المحدد في كل مما يأتي: (المثالان 3, 4)

تدرب:

$$\int_1^4 4x^2 dx \quad (10)$$

(34) **تحذُّ:** أوجد $\int_0^t (x^2 + 2) dx$.

(45) ما مساحة المنطقة المحصورة بين $y = -x^2 - 3x + 6$ والمحور x ، في الفترة $[2, 6]$ ؟

A 93.33 وحدة مربعة تقريباً

B 90 وحدة مربعة تقريباً

C 86.67 وحدة مربعة تقريباً

D 52 وحدة مربعة تقريباً

(46) أي مما يأتي يمثل مشتقة $n(a) = \frac{4}{a} - \frac{5}{a^2} + \frac{3}{a^4} + 4a$ ؟

A $n'(a) = 8a - 5a^2 + 3a^4$

B $n'(a) = 4a^2 - 5a^3 + 3a^4 + 4$

C $n'(a) = -\frac{4}{a^2} + \frac{5}{a^3} - \frac{3}{a^5} + 4$

D $n'(a) = -\frac{4}{a^2} + \frac{10}{a^3} - \frac{12}{a^5} + 4$

(47) ما قيمة $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + 3x - 10}{x^2 + 5x + 6}$ ؟

C $\frac{3}{15}$

A $\frac{1}{15}$

D $\frac{4}{15}$

B $\frac{2}{15}$

التاريخ:

الموضوع: المساحة تحت المنحنى والتكامل .

الموضوع: النظرية الأساسية في التفاضل والتكامل . التاريخ:

تحقق من فهمك: أوجد دالتين أصليتين مختلفتين لكل دالة مما يأتي:

$$-3x^{-4} \quad (1B)$$

$$2x \quad (1A)$$

أوجد جميع الدوال الأصلية لكل دالة مما يأتي:

تدرب:

$$q(r) = \frac{3}{4} r^{\frac{2}{5}} + \frac{5}{8} r^{\frac{1}{3}} + r^{\frac{1}{2}} \quad (3)$$

$$f(x) = x^5 \quad (1)$$

الموضوع: النظرية الأساسية في التفاضل والتكامل . التاريخ:

تحقق من فهمك:

أوجد جميع الدوال الأصلية لكل دالة مما يأتي:

$$f(x) = \frac{10}{x^3} \quad (2B)$$

$$f(x) = 6x^4 \quad (2A)$$

$$f(x) = 8x^7 + 6x + 2 \quad (2C)$$

تدرب:

أوجد جميع الدوال الأصلية لكل دالة مما يأتي:

$$m(t) = 16t^3 - 12t^2 + 20t - 11 \quad (6)$$

$$f(z) = \sqrt[3]{z} \quad (2)$$

تحقق من فهمك:

(3) **سقوط حُر:** عند قيام فني بإصلاح نافذة برج على ارتفاع 120 ft سقطت محفظته نحو الأرض، وتمثل $v(t) = -32t$ سرعة المحفظة المتجهة اللحظية بالأقدام بعد t ثانية من سقوطها.

(A) أوجد دالة موقع المحفظة $s(t)$ بعد t ثانية من سقوطها.

(B) أوجد الزمن الذي تستغرقه المحفظة حتى تصل إلى سطح الأرض.

(7) **سقوط حر:** ارجع إلى فقرة "لماذا؟" في بداية الدرس. افترض أن

القلم قد استغرق $2s$ حتى الوصول إلى سطح الأرض. (مثال 3)

(a) أوجد دالة الموقع $s(t) = \int -32t \, dt$.

(b) احسب قيمة C عندما $t = 2s$ ، $s(t) = 0$.

(c) ما ارتفاع القلم عن سطح الأرض بعد $1.5s$ من سقوطه؟

الموضوع: النظرية الأساسية في التفاضل والتكامل . التاريخ:

تحقق من فهمك:

احسب كل تكامل محدد مما يأتي:

$$\int_1^2 (16x^3 - 6x^2) dx \quad (4B)$$

$$\int_2^5 3x^2 dx \quad (4A)$$

تدرب:

احسب كل تكامل محدد مما يأتي:

$$\int_1^3 \left(\frac{1}{2} h^2 + \frac{2}{3} h^3 - \frac{1}{5} h^4 \right) dh \quad (11)$$

$$\int_1^4 2x^3 dx \quad (9)$$

الموضوع: النظرية الأساسية في التفاضل والتكامل . التاريخ:

تحقق من فهمك:

احسب كل تكامل محدد مما يأتي:

$$\int_1^3 (-x^4 + 8x^3 - 24x^2 + 30x - 4) dx \quad (5B)$$

$$\int (6x^2 + 8x - 3) dx \quad (5A)$$

تدرب:

احسب كل تكامل محدد مما يأتي:

$$\int_x^2 (3t^2 + 8t) dt \quad (22)$$

$$\int_{-3}^1 3 dx \quad (16)$$

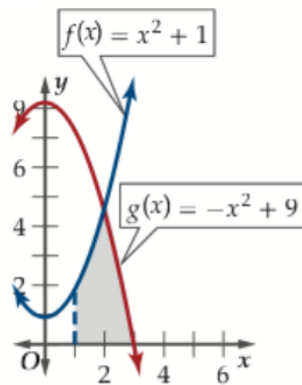
تحقق من فهمك: أوجد الشغل اللازم لشد نابض مسافة ما والمعطى بالتكامل في كل مما يأتي:

$$\int_0^{1.4} 512x \, dx \quad (6B)$$

$$\int_0^{0.7} 476x \, dx \quad (6A)$$

تدرب:

29 مساحات: احسب مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى $f(x)$ ،
 $g(x)$ والمحور x ، في الفترة $1 \leq x \leq 3$



(37) **اكتب:** بين لماذا يمكننا إهمال الحد الثابت C في الدالة الأصلية عند حساب التكامل المحدد.

(45) إذا كان $\int_0^2 k x dx = 6$ ، فما قيمة k ؟

1 A

2 B

3 C

4 D

الموضوع: النظرية الأساسية في التفاضل والتكامل . التاريخ:

المراجعة

كتاب رياضيات 6 التعليم الثانوي نظام المقررات (مسار العلوم الطبيعية)

كتاب الشامل في خرائط الرياضيات المفاهيمية للمرحلة الثانوية