سلسلة رِفعَة تقدم

الشامل في خرائط الرياضيات المفاهيمية

لنخبة من معلمي الرياضيات

المرحلة الثانوية

نسخة مجانية إلكترونية لاتباع

المؤلفين

رياضيات ١-٢	أ. غادة محمد الفضلي أ. جواهر علي البيشي أ. ابتسام عاتق الطاهري
رياضيات ٣ - ٤	أ. بدرية يحيى الزهراني أ. هند علي العديني أ. نادية عبدالله السلطان
رياضيات ٥ - ٦	أ. بندر رأفت بوقري أ. خوله حميد العمراني أ. هدى عبدالله الغفيص

رقم الإيداع	التاريخ	الردمك
1442/6233	1442/07/21هـ	978-603-03-7027-6
1442/7227	1442/08/18هـ	978-603-03-7603-2
1442/7396	1442/08/19هـ	978-603-03-7613-1

رؤية مجموعة رِفعة

بسم الله الرحمن الرحيم

الحمد لله والصلاة والسلام على نبينا محمد وعلى آله وصحبه أجمعين

أما بعد :

مجموعة رِفعة هي مجموعة تدار من قبل معلمي ومعلمات الرياضيات من جميع أنحاء المملكة العربية السعودية، وهي قائمة على التطوير المهني لجميع المعلمين والمعلمات، وابتكار الأفكار الإبداعية للتعليم العام، والإنتاج الموثق لكل ما يخص الرياضيات والتعليم العام .

حسابات مجموعة رفعة

المقدمة

إلى من سينير هذا العالم بأحد أهم المداخل بعالمنا وهو مدخل علم الرياضيات نقدم لك ملخصاً مفاهيمياً صُنع بكل الحب والأمل بأن تكونوا من رواد هذا العالم الرائع...

نتطلع بِكم ونرى بكم الحياة كلنا أمل بأن تكونوا عباقرة، فلاسفة ،أصحاب فكر رقمي ، أنتم فعلًا تستحقون هذا الكتاب الذي أُعد لكم من قبل مجموعة أضافة سنوات من الخبرات والمعلومات والمعارف والمهارات حتى تكون بين أيديكم الآن هي قيّمة جداً وأنتم من يستحقها

كيف لا نضع بكم الأمل ! والمستقبل أنتم ،والرؤية أنتم، والتكنولوجيا أنتم، والعلم أنتم ، وأصحاب القدرة في التحمل العقلي أنتم ،أصحاب التفكير الناقد أنتم

الذكاء الاصطناعي ليس سحرًا. إنها مجرد رياضيات ، الأفكار الكامنة وراء آلات التفكير وإمكانية تقليد السلوك البشري إنها مجرد رياضيات .

لذلك فكن صديقاً للرياضيات محب لاكتشاف هذا الصديق فهو لن يخذلك وسيقف معك دائماً بصورة لم تتوقعها ابداً

سائلين الله بإن يكون هذا العمل خالصاً لوجهه الكريم ...خادماً لوطننا، لمجتمعنا، لمعلمينا، لطلابنا ...بالعلم والتعلم والتطور ...

هيا أيها الصديق الرائع لنتعمق أكثر في عالمنا الآن!

العمليات على الدوال

جمع الدوال وطرحها

$$(f+g)(x) = f(x) + g(x)$$

$$(f-g)(x) = f(x) - g(x)$$

نجمع الحدود المتشابهة

المجال يساوي تقاطع مجال الدالتين

ضرب الدوال وقسمتها

$$(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x)$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)} \ , g(x) \neq 0$$

الضرب فك أقواس وتوزيع

المجال يساوي تقاطع مجال الدالتين

القسمة قسمة كثيرات حدود

المجال يساوي تقاطع مجال الدالتين مع استبعاد أصفار المقام

تركيب دالتين

$$f \circ g\ (x) = f[\ g(x)]$$

أزواج مرتبة

مثال:

$f(x) = \{(6,1),(2,7)\}$

$g(x) = \{(5,6),(3,2)\}$

$f \circ g(x) = f[\ g(x)]$

$= \{(5,1),(3,7)\}$

قاعدة معطاة

مثال:

$f(x) = 3x$

$g(x) = x + 1$

$f \circ g(x) = f[\ g(x)]$

$= 3(x+1)$

$= 3x + 3$

العلاقة العكسية

لإيجاد العلاقة العكسية نبدل إحداثيات الأزواج المرتبة.

$(a,b) \rightarrow (b,a)$

$f(x) = \{(1,2),(3,-1)\}$

$f^{-1}(x) = \{(2,1),(-1,3)\}$

الدالة العكسية

لإيجاد الدالة العكسية نتبع الخطوات التالية:

١/ نضع $f(x) = y$

٢/ نبدل بين كل من x ، y

٣/ نحل المعادلة بالنسبة y

٤/ نضع $y = f^{-1}(x)$

إذا كانت العلاقة دالة.

تحديد مجال ومدى دالة الجذر التربيعي

$$f(x) = a\sqrt{mx + b} + c$$

المجال

في البسط:
معرفة بشرط
ما تحت الجذر $\geq$ الصفر.

في المقام:
معرفة بشرط
ما تحت الجذر $>$ الصفر.

المدى

$c \neq 0$

- $a > 0$ ← $y \geq c$
- $a < 0$ ← $y \leq c$

$c = 0$

- $a > 0$ ← $y \geq 0$
- $a < 0$ ← $y \leq 0$

تمثيل دالة الجذر التربيعي

١/ نحدد مجال الدالة بشرط
ما تحت الجذر ≥ الصفر.

٢/ نكون جدول بفرض قيم تبدأ
بصفر الجذر ثم قيم أكبر منه.

٣/ نعوض في الدالة المطلوب
تمثيلها لإيجاد قيم y ثم نرسم
النقاط في المستوى.

تمثيل متباينة الجذر التربيعي

١/ نكتب المعادلة المرتبطة بالمتباينة المعطاة.

٢/ نمثل دالة الجذر التربيعي بالخطوات المستخدمة
عند تمثيل الدالة الجذرية.

٣/ نرسم الدالة بخط متصل إذا وجدت علامة المساواة
في المتباينة ومتقطعة إذا لم توجد علامة تساوي فيها.

٤/ نختبر منطقة الحل أو نظلل حسب إشارة المتباينة إذا كانت أكبر
نظلل أعلى المنحنى و إذا كانت أصغر نظلل أسفل المنحنى.

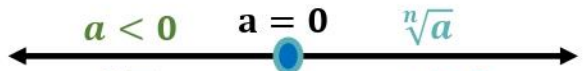
الجذر النوني

ما تحت الجذر ← $\sqrt[n]{81}$ ← دليل الجذر

رمز الجذر

$$a^n = b \Leftrightarrow a = \sqrt[n]{b}$$

الجذر النوني الحقيقي



n عدد زوجي	n عدد زوجي
$\emptyset$	$\pm\sqrt[4]{16} = \pm 2$
n عدد فردي	n عدد فردي
$\sqrt[3]{-8} = -2$	$\sqrt[3]{8} = 2$

تبسيط الجذور

١/ حلل العدد إلى عوامله الأولية.
٢/ اكتب العدد على صورة أسية.
٣/ اقسم الأس على دليل الجذر.

إرشادات للدراسة

دليل الجذر إذا كان n عددًا فرديًا فهناك فقط جذر حقيقي واحد، وبناءً على ذلك، فلا يوجد هناك جذر رئيس، ولا يوجد حاجة إلى استعمال رمز القيمة المطلقة.

إذا كان دليل الجذر عددًا زوجيًا وأس ما تحت الجذر عددًا زوجيًا، وكان أس الناتج عددًا فرديًا، يجب أن تجد القيمة المطلقة للناتج لتتأكد من أن الجواب ليس سالبًا

$$\sqrt[n]{x^n} = |x|$$

الأسس النسبية

١/ التحويل من الصورة الجذرية إلى الأسية والعكس $b^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{b}$

٢/ $b^{\frac{x}{y}} = \sqrt[y]{b^x} = \left(\sqrt[y]{b}\right)^x$

٣/ نبسط الأسس السالبة باستخدام قوانين الأسس السابق لنا دراستها ولابد لنصل لأبسط صورة أن يكون الأس في المقام عددًا صحيحًا و أن تكون الأسس موجبة ودليل الجذر أصغر ما يمكن.

العمليات على العبارات الجذرية

١/ ضرب الجذور: $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$

٢/ قسمة الجذور: $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}, b \neq 0$

٣/ إنطاق المقام:

إذا كان المقام	فاضرب البسط والمقام في
$\sqrt{b}$	$\sqrt{b}$
$\sqrt[n]{b^x}$	$\sqrt[n]{b^{n-x}}$

٤ / جمع العبارات الجذرية وطرحها:

نبسط الجذور ثم نجمع أو نطرح معاملات الجذور المتشابهة.

حل معادلات الجذرية

١/ نجعل الجذر في طرف وحده.

٢/ نرفع طرفي المعادلة لقوة مساوية لدليل الجذر للتخلص من الجذر.

٣/ نحل معادلة كثيرة الحدود الناتجة ثم نتحقق من صحة الحل.

حل متباينات الجذر التربيعي

١/ نحدد مجال الدالة الجذرية.

٢/ نحل المتباينة الجذرية بنفس طريقة حل المعادلة الجذرية.

٣/ نحل المتباينة الناتجة.

٤/ نحدد منطقة الحل على خط الأعداد اعتمادًا على الخطوتين السابقة.

العمليات على العبارات النسبية

ضرب العبارات النسبية وقسمتها

الضرب

- تحليل كل من البسط و المقام
- اختصار العوامل المشتركة
- إجراء عملية الضرب ← $\frac{\text{البسط} \times \text{البسط}}{\text{المقام} \times \text{المقام}}$
- تبسيط الناتج

ملاحظة:

- ممكن تقديم عملية الضرب على الاختصار

القسمة

- نحول عملية القسمة إلى ضرب في مقلوب الكسر الثاني
- نجري عملية الضرب بنفس الخطوات السابقة في ضرب العبارات النسبية
- تبسيط الناتج

جمع العبارات النسبية و طرحها

- نوجد LCM للمقامات
- توحيد المقامات من خلال ضرب البسط و المقام فيما ينقص المقام حتى يصبح مساوياً لـLCM
- بعد توحيد المقامات يجمع البسط والمقام يبقى كما هو
- تبسيط الناتج إن أمكن

ملاحظة

لايجاد LCM

- تحليل كل من الأعداد أو كثيرات الحدود إلى عوامل أولية
- ضرب جميع العوامل المختلفة أما العوامل المشتركة فيؤخذ منها ذا الأس الأكبر

تبسيط العبارات النسبية

تبسيط الكسور البسيطة

- تحليل كل من البسط و المقام
- نختصر العوامل المشتركة

تبسيط الكسور المركبة

- تبسط من خلال قسمة كسر البسط على كسر المقام

دوال المقلوب و الدوال النسبية

تحديد أصفارها، وخطوط التقارب لها

الأصفار

جميع قيم x التي يكون عندها $a(x) = 0$

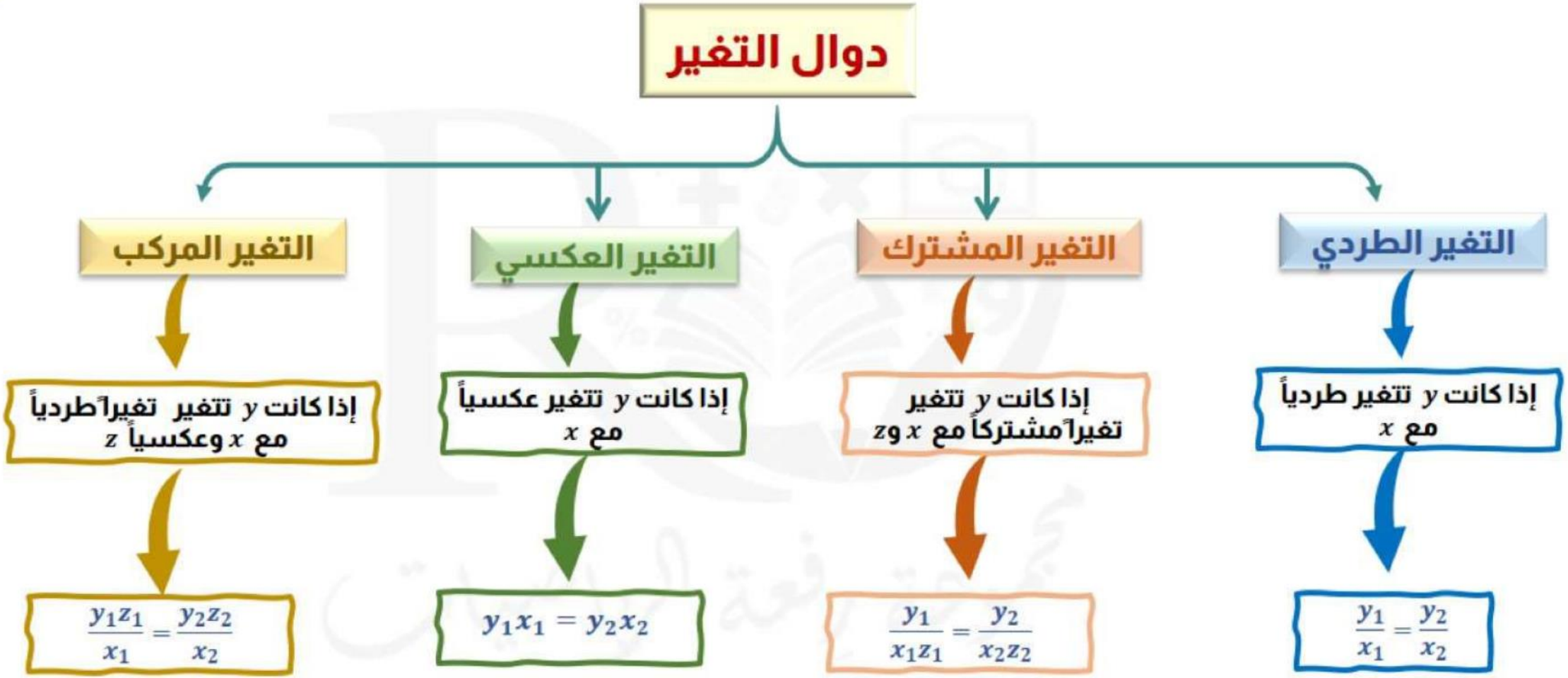
خطوط التقارب

الدوال النسبية $f(x) = \frac{a(x)}{b(x)}$

- أفقي
  - درجة البسط < درجة المقام ← لا يوجد
  - درجة البسط = درجة المقام ← المعامل الرئيس للبسط / المعامل الرئيس للمقام
  - درجة البسط > درجة المقام ← $y = 0$
- رأسي: قيمة x التي تجعل المقام = صفر

دوال المقلوب $f(x) = \frac{a}{x-b} + c$

- أفقي: القيمة المضافة للكسر النسبي ← القيم المستثناة من المدى
- رأسي: قيمة x التي تجعل المقام = صفر ← القيم المستثناة من المجال


دوال التغير
التغير الطردي
إذا كانت y تتغير طردياً مع x
$\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2}$
التغير المشترك
إذا كانت y تتغير تغيراً مشتركاً مع x و z
$\frac{y_1}{x_1 z_1} = \frac{y_2}{x_2 z_2}$
التغير العكسي
إذا كانت y تتغير عكسياً مع x
$y_1 x_1 = y_2 x_2$
التغير المركب
إذا كانت y تتغير تغيراً طردياً مع x وعكسياً z
$\frac{y_1 z_1}{x_1} = \frac{y_2 z_2}{x_2}$

حل المعادلات النسبية

المعادلات النسبية

١) نوجد المضاعف المشترك الأصغر (LCM) للمقام
٢) نضرب جميع حدود المعادلة في LCM (للتخلص من المقام)
٣) فك الأقواس (إما بالتوزيع أو التحليل)
٤) تجميع الحدود المتشابهة
٣) حل المعادلة وإيجاد قيمة المجهول
٤) التحقق من صحة الحل بالتعويض أو باستبعاد أصفار المقام

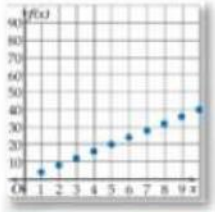
المتباينات النسبية

١) نوجد القيم المستثناة بمساواة المقام بالصفر
٢) نحول المعادلة إلى متباينة
٣) حل المعادلة
٤) نتحقق برسم خط الأعداد و نحدد عليه الحلول و القيم المستثناة ثم نختار قيم بينها و نعوض في المتباينة في كل فترة لتحديد الفترات التي تحقق أعدادها المتباينة

المتتابعات والمتسلسلات

حسابية

- تعريفها: متتابعة يكون فيها الفرق بين كل حدين متتاليين مقدار ثابت
- الأساس: الفرق المشترك = الأساس = d
- الحد النوني: $a_n = a_1 + (n-1)d$
- الحد التالي: يمكن إيجاد أي حد بإضافة الأساس d للحد السابق
- تمثيلها: تمثل بخط مستقيم



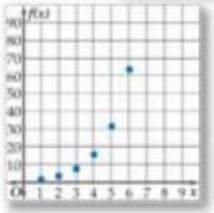
- المتسلسلات الحسابية: مجموع حدود متتابعة حسابية

الصيغة العامة: $S_n = \frac{n}{2}[a_n + q]$

الصيغة البديلة: $S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n-1)d]$

هندسية

- تعريفها: متتابعة تكون فيها النسبة بين كل حدين متتاليين مقدار ثابت
- الأساس: النسبة الثابتة = الأساس = r
- الحد النوني: $a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$
- الحد التالي: نوجد أي حد بضرب r في الحد السابق
- تمثيلها: تمثل بدالة أسية



- المتسلسلات الهندسية: مجموع حدود متتابعة هندسية

منتهية:

$$S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}, r \neq 1$$

$$S_n = \frac{a_1 - a_n r}{1-r}, r \neq 1$$

غير منتهية:

- $|r| < 1$: متقاربة و لها مجموع

$$S = \frac{a_1}{1-r}$$

- $|r| \geq 1$: متباعدة و ليس لها مجموع

الحد الأول = a_1

الحد الأخير = a_n

عدد الحدود = n

رمز المجموع

$$\sum_{k=1}^{n} f(k)$$

- $k=1$: أول قيمة لـ k
- n: آخر قيمة لـ k
- $f(k)$: صيغة حدود المتسلسلة

مثلث باسكال

$(a+b)^0$ 1

$(a+b)^1$ 1 1

$(a+b)^2$ 1 2 1

$(a+b)^3$ 1 3 3 1

$(a+b)^4$ 1 4 6 4 1

1 + 3 + 3 + 1

4 6 4

نظرية ذات الحدين

$$(a+b)^n = {}_nC_0\, a^n b^0 + {}_nC_1\, a^{n-1} b^1 + {}_nC_2\, a^{n-2} b^2 + \ldots + {}_nC_n\, a^0 b^n$$

$$= \sum_{k=0}^{n} {}_nC_k\, a^{n-k}\, b^k = \sum_{k=0}^{n} \frac{n!}{k!(n-k)!}\, a^{n-k}\, b^k$$

أي حد $= {}_nC_k$. (الحد الأول) $^{n-k}$ (الحد الثاني) ^{k}

k = ترتيب الحد - 1

لإيجاد حد معين من المفكوك

المراجع

- ماجروهيل – رياضيات 1 – وزارة التعليم ، مجموعة العبيكان للاستثمار – المملكة العربية السعودية (2008)
- ماجروهيل – رياضيات 2 – وزارة التعليم ، مجموعة العبيكان للاستثمار – المملكة العربية السعودية (2008)
- ماجروهيل – رياضيات 3 – وزارة التعليم ، مجموعة العبيكان للاستثمار – المملكة العربية السعودية (2008)
- ماجروهيل – رياضيات 4 – وزارة التعليم ، مجموعة العبيكان للاستثمار – المملكة العربية السعودية (2008)
- ماجروهيل – رياضيات 5 – وزارة التعليم ، مجموعة العبيكان للاستثمار – المملكة العربية السعودية (2008)
- ماجروهيل – رياضيات 6 – وزارة التعليم ، مجموعة العبيكان للاستثمار – المملكة العربية السعودية (2008)

المراجعون	
أ. منال سعد الرويلي	أ. لطيفة سلامة العمار
أ. ابتسام عاتق الطاهري	أ. هند علي العديني
أ. غادة محمد الفضلي	أ. جواهر علي البيشي
أ. بندر رأفت بوقري	أ. هدى عبدالله الغفيص
أ. خوله حميد العمراني	

تصميم الغلاف : أ. دلال عبدالله الغفيص

كتابة المقدمة: أ. نجود مترك النفيعي

تنسيق الكتاب : أ. هدى عبدالله الغفيص