سلسلة رِفعَة تقدم

الشامل في خرائط الرياضيات المفاهيمية

لنخبة من معلمي الرياضيات

المرحلة الثانوية

مجموعة رِفعة الرياضيات

تطوير - إنتاج - توثيق

نسخة مجانية إلكترونية لاتباع

المؤلفين

رياضيات ١-٢	أ. غادة محمد الفضلي أ. جواهر علي البيشي أ. ابتسام عاتق الطاهري
رياضيات ٣ – ٤	أ. بدرية يحيى الزهراني أ. هند علي العديني أ. نادية عبدالله السلطان
رياضيات ٥ – ٦	أ. بندر رأفت بوقري أ. خوله حميد العمراني أ. هدى عبدالله الغفيص

رقم الإيداع	التاريخ	الردمك
1442/6233	1442/07/21هـ	978-603-03-7027-6
1442/7227	1442/08/18هـ	978-603-03-7603-2
1442/7396	1442/08/19هـ	978-603-03-7613-1

رؤية مجموعة رِفعة

بسم الله الرحمن الرحيم

الحمد لله والصلاة والسلام على نبينا محمد وعلى آله وصحبه أجمعين

أما بعد :

مجموعة رِفعة هي مجموعة تدار من قبل معلمي ومعلمات الرياضيات من جميع أنحاء المملكة العربية السعودية، وهي قائمة على التطوير المهني لجميع المعلمين والمعلمات، وابتكار الأفكار الإبداعية للتعليم العام، والإنتاج الموثق لكل ما يخص الرياضيات والتعليم العام .

حسابات مجموعة رفعة

المقدمة

إلى من سينير هذا العالم بأحد أهم المداخل بعالمنا وهو مدخل علم الرياضيات نقدم لك ملخصاً مفاهيمياً صُنع بكل الحب والأمل بأن تكونوا من رواد هذا العالم الرائع...

نتطلع بِكم ونرى بكم الحياة كلنا أمل بأن تكونوا عباقرة، فلاسفة ،أصحاب فكر رقمي ، أنتم فعلًا تستحقون هذا الكتاب الذي أُعد لكم من قبل مجموعة أضافة سنوات من الخبرات والمعلومات والمعارف والمهارات حتى تكون بين أيديكم الآن هي قيّمة جداً وأنتم من يستحقها

كيف لا نضع بكم الأمل ! والمستقبل أنتم ،والرؤية أنتم، والتكنولوجيا أنتم، والعلم أنتم ، وأصحاب القدرة في التحمل العقلي أنتم ،أصحاب التفكير الناقد أنتم

الذكاء الاصطناعي ليس سحرًا. إنها مجرد رياضيات ، الأفكار الكامنة وراء آلات التفكير وإمكانية تقليد السلوك البشري إنها مجرد رياضيات .

لذلك فكن صديقاً للرياضيات محب لاكتشاف هذا الصديق فهو لن يخذلك وسيقف معك دائماً بصورة لم تتوقعها ابداً

سائلين الله بإن يكون هذا العمل خالصاً لوجهه الكريم ...خادماً لوطننا، لمجتمعنا، لمعلمينا، لطلابنا ...بالعلم والتعلم والتطور ...

هيا أيها الصديق الرائع لنتعمق أكثر في عالمنا الآن!

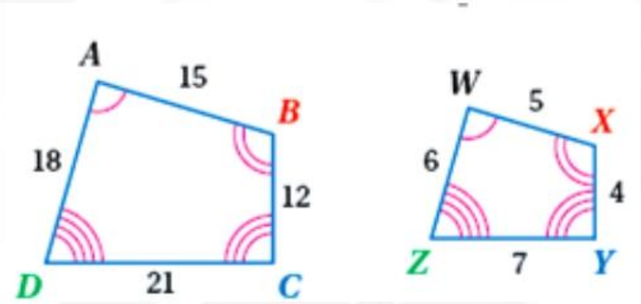
المثلثات المتشابهة
شروط تشابه مضلعين

الزوايا المتناظرة متطابقة

$\angle A \cong \angle W, \angle B \cong \angle X, \angle C \cong \angle Y, \angle D \cong \angle Z$

اطوال الاضلاع المتناظرة متناسبة

$\frac{AB}{WX} = \frac{BC}{XY} = \frac{CD}{YZ} = \frac{DA}{ZW} = \frac{3}{1}$



معامل التشابه يساوي

$\frac{\text{محيط المضلع الاول}}{\text{محيط المضلع الثاني}}$

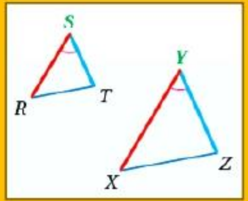
$\frac{\text{طول الضلع في المضلع الاول}}{\text{طول الضلع في المضلع الثاني}}$

المحيط : هو مجموع اطوال أضلاع المضلع

المثلثات المتشابهه

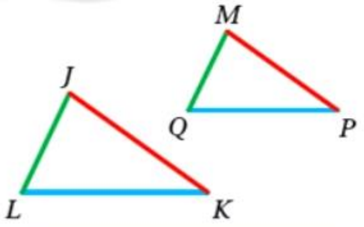
حالات تشابه المثلثات

التشابه بضلعين وزاوية محصورة SAS



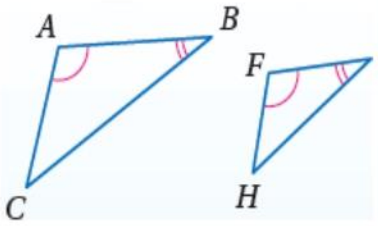
$\frac{RS}{XY} = \frac{ST}{YZ}, \angle S \cong \angle Y$

التشابه بثلاثة أضلاع SSS



$\frac{JK}{MP} = \frac{KL}{PQ} = \frac{LJ}{QM}$

التشابه بزاويتين AA



$\angle A \cong \angle F , \angle B \cong \angle G$

S ← يرمز للضلع

A ← يرمز للزاوية

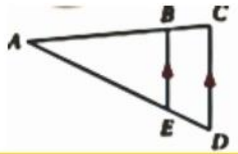
القياس غير المباشر

$\frac{\text{طول ظل 1}}{\text{طول ظل 2}} = \frac{\text{طول 1}}{\text{طول 2}}$

المستقيمات المتوازية والاجزاء المتناسبة

نظرية التناسب في المثلث

إذا كان $\overline{CD} \parallel \overline{BE}$ ، فإن $\frac{AE}{ED} = \frac{AB}{BC}$

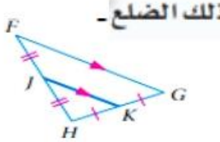


نظرية القطعة المنصفة في المثلث

القطعة المنصفة في المثلث توازي أحد أضلاعه

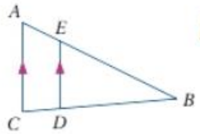
وطولها يساوي نصف طول ذلك الضلع.

$\overline{JK} \parallel \overline{FG}$, $JK = \frac{1}{2} FG$



عكس نظرية التناسب في المثلث

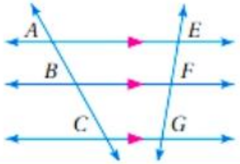
إذا كان $\frac{CD}{DB} = \frac{AE}{EB}$ ، فإن $\overline{ED} \parallel \overline{AC}$



الاجزاء المتناسبه من قاطعين لمستقيمات متوازية

إذا كان: $\overline{AE} \parallel \overline{BF} \parallel \overline{CG}$، وكان $\overleftrightarrow{AC}, \overleftrightarrow{EG}$ قاطعان لها،

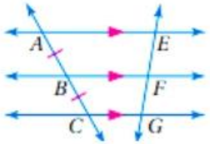
فإن $\frac{AB}{BC} = \frac{EF}{FG}$.



الاجزاء المتناسبة من قاطعين لمستقيمات متوازية

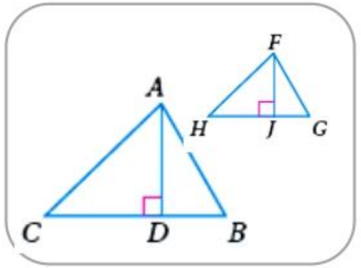
إذا كان: $\overline{AE} \parallel \overline{BF} \parallel \overline{CG}$ ، وكان $\overline{AC}, \overline{EG}$ قاطعين لها،

بحيث $\overline{AB} \cong \overline{BC}$ فإن $\overline{EF} \cong \overline{FG}$.



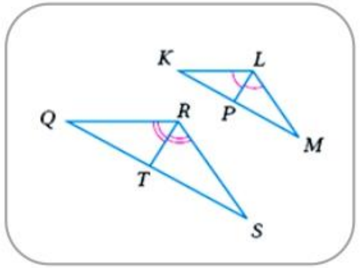
عناصر المثلثات المتشابهة

اذا تشابه مثلثان فإن :



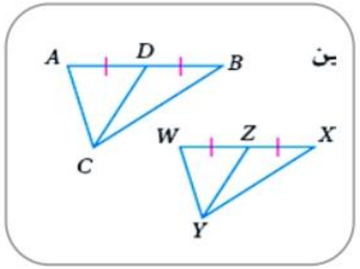
$$\frac{\text{طول ارتفاع المثلث1}}{\text{طول الارتفاع المناظرة له في المثلث2}} = \frac{\text{طول ضلع المثلث1}}{\text{طول الضلع المناظر له في المثلث2}}$$

مثال : إذا كان $\triangle ABC \sim \triangle FGH$ ، $\overline{AD}, \overline{FJ}$ ارتفاعين فإنَّ $\frac{AB}{FG} = \frac{AD}{FJ}$.



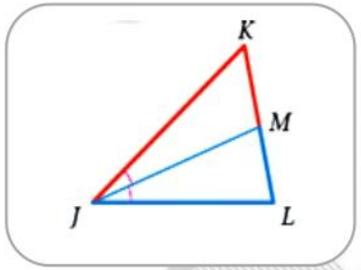
$$\frac{\text{طول منصف زاوية المثلث 1}}{\text{طول منصف الزاوية المناظرة له في المثلث2}} = \frac{\text{طول ضلع المثلث1}}{\text{طول الضلع المناظر له في المثلث2}}$$

مثال : إذا كان $\triangle KLM \sim \triangle QRS$ ، $\overline{LP}, \overline{RT}$ قطعتين منصفتين، فإن $\frac{LM}{RS} = \frac{LP}{RT}$.



$$\frac{\text{طول القطعة المتوسطة في المثلث 1}}{\text{طول القطعة المتوسطة المناظر له في المثلث2}} = \frac{\text{طول ضلع المثلث1}}{\text{طول الضلع المناظر له في المثلث2}}$$

مثال : إذا كان $\triangle ABC \sim \triangle WXY$ ، $\overline{CD}, \overline{YZ}$ قطعتين متوسطتين فإنَّ $\frac{AB}{WX} = \frac{CD}{YZ}$.



فإنَّ $\frac{KJ}{LJ} = \frac{KM}{LM}$

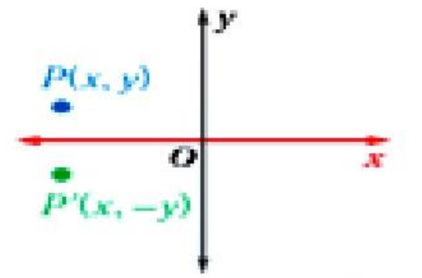
القطعتان المشتركتان بالرأس K ⟵ KJ, KM

القطعتان المشتركتان بالرأس L ⟵ LJ, LM

مثال : إذا كانت $\overline{JM}$ منصَف زاوية في المثلث $\triangle JKL$

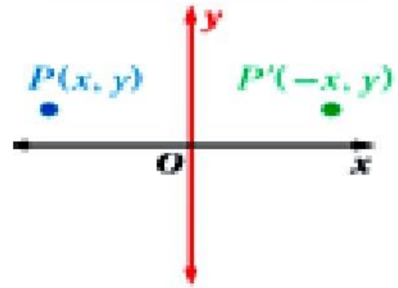
الانعكاس في المستوى الاحداثي

حول محور x



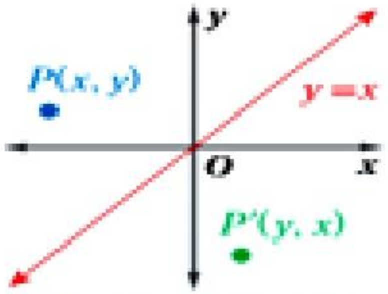
$(x, y) \rightarrow (x, -y)$

حول محور y



$(x, y) \rightarrow (-x, y)$

حول محور y = x



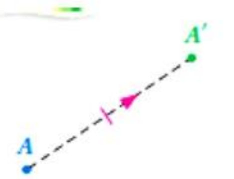
$(x, y) \rightarrow (y, x)$

الانسحاب (الازاحة)

التعريف

تنقل الإزاحة (الانسحاب) كل نقطة إلى صورتها مسافة محددة وفي اتجاه محدد (اتجاه الإزاحة) فالإزاحة التي تنقل النقطة A الى صورتها A' تنقل نقاط الشكل جميعها أيضا بحيث أن :

- مقدار الإزاحة يساوي طول القطعة المستقيمة التي تصل أي نقطة بصورتها يساوي AA'
- القطعة المستقيمة التي تصل أي نقطة بصورتها توازي AA'



النقطة A' هي صورة النقطة A بالإزاحة

الازاحة الأفقية

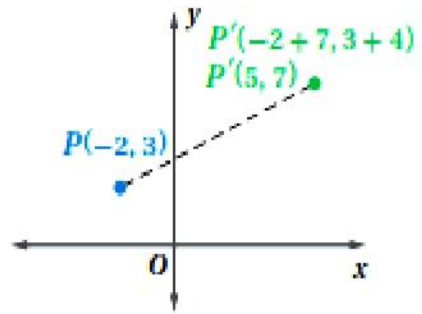
عندما يكون b= 0
تكون الإزاحة أفقية فقط

الازاحة الرأسية

عندما يكون a= 0
تكون الإزاحة رأسية فقط

قاعدة الإزاحة

$$(x, y) \rightarrow (x + a, y + b)$$

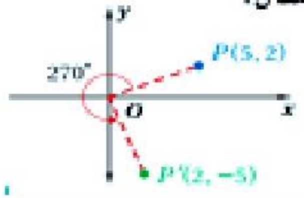


الدوران في المستوى الاحداثي

الدوران بزاوية 90

$(x, y) \rightarrow (-y, x)$

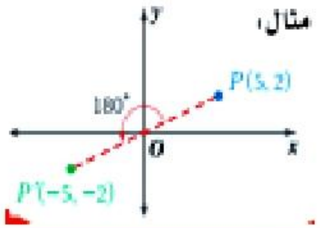
مثال:



الدوران بزاوية 180

$(x, y) \rightarrow (-x, -y)$

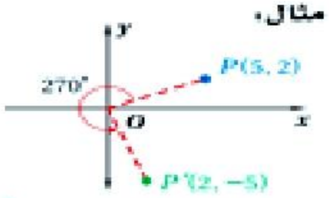
مثال:



الدوران بزاوية 270

$(x, y) \rightarrow (y, -x)$

مثال:



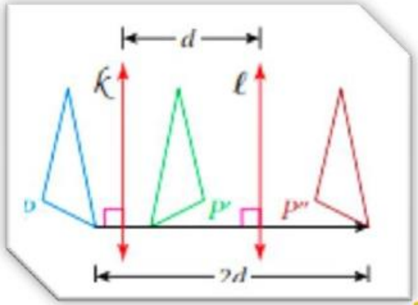
الدوران بزاوية 360

يعود الشكل الى موقعه الاصلي

تركيب التحويلات الهندسية

الإزاحة

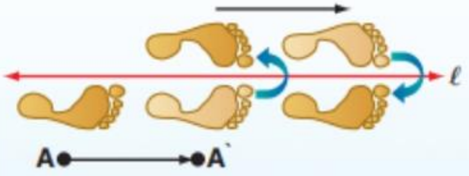
تركيب انعكاسين حول مستقيمين متوازيين
•اتجاهها عموديا على كل من المستقيمين.
•مقدارها يساوي ضعف المسافة بين المستقيمين المتوازيين .



تركيب إزاحة انعكاس هو تحويل هندسي مركب ينتج عن إزاحة يليها انعكاس في خطٍّ مستقيمٍ موازٍ لخط اتجاه الإزاحة.

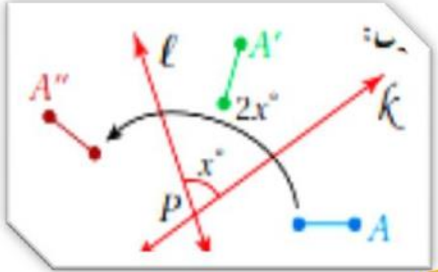
مثالٌ:

تركيب إزاحة انعكاس المجاور هو تحويل هندسي مركب ينقل الشكل في اتجاه الإزاحة التي تنقل النقطة A إلى النقطة A′ مع انعكاسٍ حول المستقيم l.



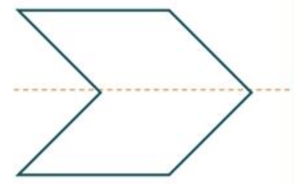
الدوران

تركيب انعكاسين حول مستقيمين متقاطعين.
•مركزه هو نقطة تقاطع المستقيمين
•قياس زاويته يساوي ضعف قياس الزاوية التي يشكلها تقاطع هذين المستقيمين .



التماثل

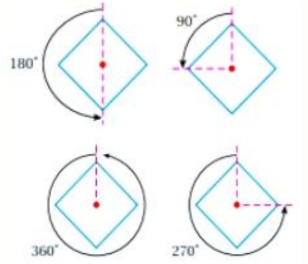
التماثل حول محور



يكون الشكل الثنائي الابعاد متماثلاً حول محور اذا كانت صورته الناتجة عن انعكاس حول مستقيم ما هي الشكل نفسه

يسمى المستقيم محور تماثل

التماثل الدوراني

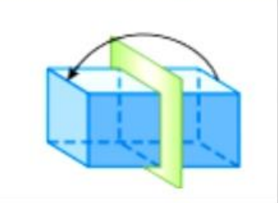


إذا كانت صورة الشكل الناتجة عن دورانه بين 0 و 360 حول مركزه هي الشكل نفسه

مركز الدوران يسمى مركز التماثل

التماثلات في الاشكال الثلاثية الابعاد

التماثل حول مستوى



التماثل حول محور

مقدار التماثل

$$\frac{360}{\text{رتبة التماثل}}$$

يمكن تدوير الشكل حول المحور بزاوية بين 0و 360

رتبة التماثل

إرشادات للدراسة

مستوى التماثل، هو المستوى الذي يقسم الشكل إلى نصفين متطابقين تمامًا، بحيث يكون كلٌّ منهما صورة للآخر.

عدد المرات التي تنطبق فيها صورة الشكل على الشكل نفسه في أثناء دورانه من 0 الى 360

التمدد

تكبير

إذا كان معامل التمدد **k** أكبر من الواحد

تطابق

إذا كان معامل التمدد **k** يساوي واحد

تصغير

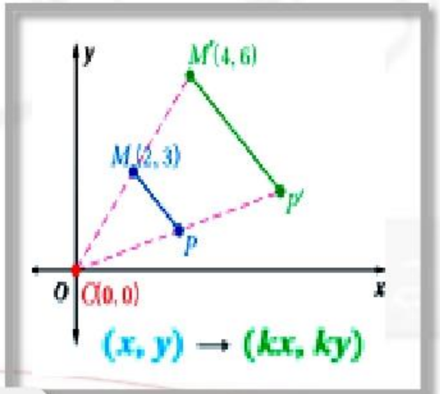
$0<k<1$

إذا كان معامل التمدد **K** قيمته تقع بين الصفر والواحد

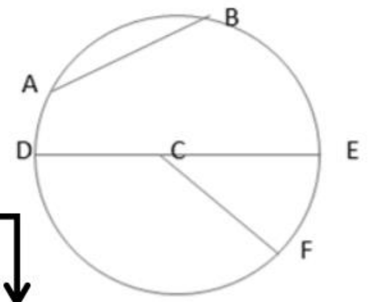
معامل التمدد

$$k = \frac{\text{طول الصورة}}{\text{طول الأصل}} = \frac{X'Y'}{XY}$$

التمدد في المستوى الاحداثي



الدائرة ومحيطها



قطع مستقيمة خاصة في الدائرة

القطر : هو وتر يمر بمركز الدائره ويتكون من نصفي قطرين يقعان على استقامة واحدة مثال / DE

نصف القطر
هو قطعة مستقيمة يقع احد طرفيها على المركز والطرف الاخر على الدائرة مثال / CE /DC /CF

الوتر
هو قطعة مستقيمة يقع طرفاها على الدائرة مثال / DE / AB

العلاقه بين القطر ونصف القطر

نصف القطر /

$r = \frac{1}{2}d$ أو $R = \frac{d}{2}$

القطر

$d = 2r$

محيط الدائرة

هو طول المنحنى المغلق الذي يمثل الدائرة ويرمز له بالرمز C

الدائرتان متطابقتين

تكون الدائرتان متطابقتين إذا وفقط إذا كان نصفا قطريهما متطابقين.

مثال، $\overline{JK} \cong \overline{GH}$، إذن $\odot J \cong \odot G$

الدائرتان المتحدتان في المركز

هما الدائرتان اللتان تقعان في المستوى نفسه، ولهما المركز نفسه.

مثال، $\odot A$ التي نصف قطرها $\overline{AB}$ و $\odot A$ التي نصف قطرها $\overline{AC}$ دائرتان متحدتان في المركز.

قانون محيط الدائرة

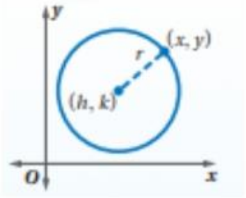
$c = \pi d$

$c = 2\pi r$

الصيغة القياسية لمعادلة الدائرة

التي مركزها (h , k) وطول نصف قطرها r هي :

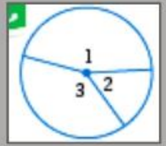
$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$

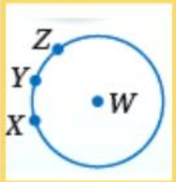


قياس الزوايا والأقواس

مجموع قياسات الزوايا المركزية يساوي 360

$m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 = 360^\circ$

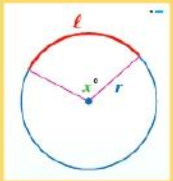




مسلمة جمع الاقواس

قياس القوس المتكون من قوسين متجاورين يساوي مجموع قياسي هذين القوسين

$m\widehat{XZ} = m\widehat{XY} + m\widehat{YZ}$



طول القوس

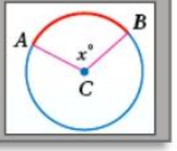
$\ell = \frac{x^\circ}{360^\circ} \cdot 2\pi r$

$\frac{\ell}{2\pi r} = \frac{x^\circ}{360^\circ}$

اقواس الدائرة

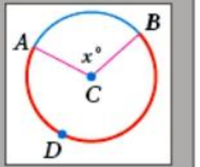
القوس الأصغر قياسه اقل من 180

قوس اصغر $\widehat{AB}$



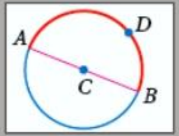
القوس الاكبر قياسه اكبر من 180

قوس اكبر $\widehat{ADB}$



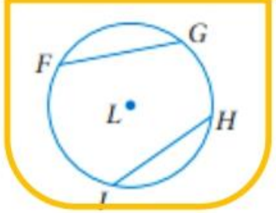
قياس نصف الدائرة يساوي 180

نصف الدائرة $\widehat{ADB}$

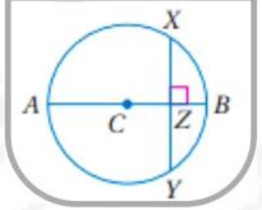


الاقواس والاوتار

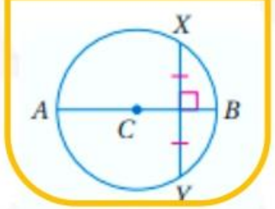
في الدائرة نفسها او في دائرتين متطابقتين يكون القوسان الاصغران متطابقين اذا وفقط اذا كان الوتران المناظران لهما متطابقين



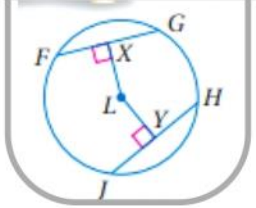
اذا كان قطر او نصف قطر الدائرة عمودياً على وتر فيها فإنه ينصف ذلك الوتر وينصف قوسه



العمود المنصف لوتر في الدائرة هو قطر أو نصف قطر لها

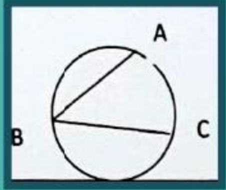


في الدائرة نفسها أو في دائرتين متطابقتين يكون الوتران متطابقين إذا وفقط إذا كان بعداهما عن مركز الدائرة متساويين



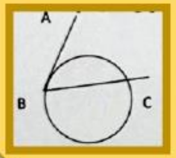
الزوايا والدائرة

قياس الزاوية المحيطية = نصف قياس القوس المقابل لها



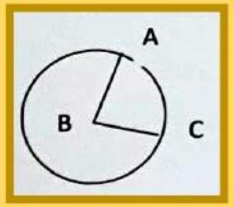
$$m\angle ABC = \frac{1}{2} m\widehat{AC}$$

قياس زاوية تقاطع مماس وقاطع = نصف قياس القوس المقابل لها



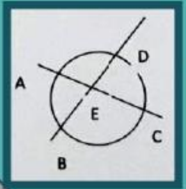
$$m\angle ABC = \frac{1}{2} m\widehat{BC}$$

قياس الزاوية المركزية = قياس القوس المقابل لها



$$m\angle ABC = m\widehat{AC}$$

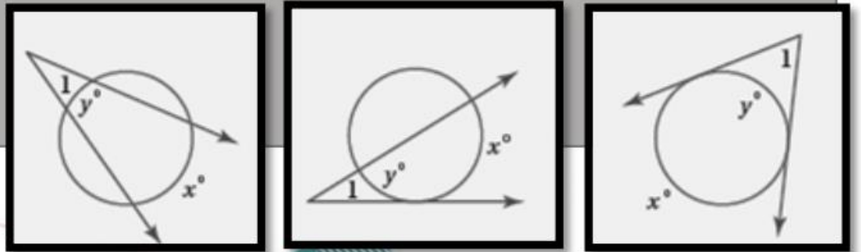
قياس زاوية تقاطع داخل الدائرة = نصف قياس حاصل جمع القوس المقابل لها والمقابل للزاوية



$$m\angle AED = \frac{1}{2}(m\widehat{BC} + m\widehat{AD})$$

قياس زاوية تقاطع قاطعين او قاطع ومماس او مماسين خارج الدائرة = نصف الفرق الموجب بين قياس القوسين المقابلين لها

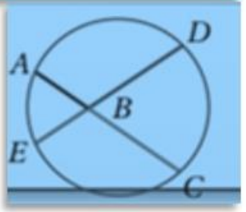
$$m\angle 1 = \frac{1}{2}(x^\circ - y^\circ)$$



قطع مستقيمة خاصة في الدائرة

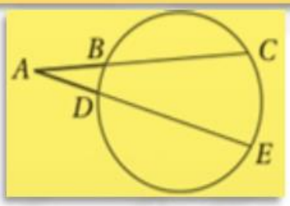
إذا تقاطع وتران في دائرة، فإن حاصل ضرب طولي جزأي الوتر الأول يساوي حاصل ضرب طولَي جزأي الوتر الثاني.

مثال: $AB \cdot BC = DB \cdot BE$



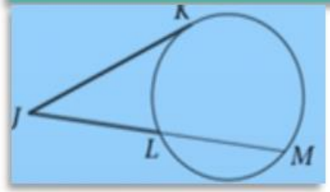
إذا رُسم قاطعان لدائرةٍ من نقطة خارجها، فإن حاصل ضرب طول القاطع الأول في طول الجزء الخارجي منه، يساوي حاصل ضرب طول القاطع الثاني في طول الجزء الخارجي منه.

مثال: $AC \cdot AB = AE \cdot AD$



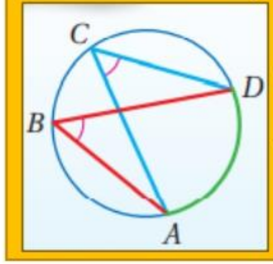
إذا رُسم مماسٌّ وقاطع لدائرة من نقطة خارجها، فإن مربع طول المماس يساوي حاصل ضرب طول القاطع في طول الجزء الخارجي منه.

مثال: $JK^2 = JL \cdot JM$



نظريات متفرقة في الدائرة

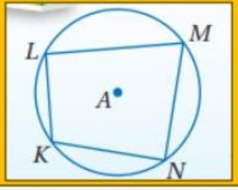
إذا قابلت زاويتان محيطيتان في دائرة القوس نفسه أو قوسين متطابقين فإن الزاويتين تكونان متطابقتين



$\angle C$, $\angle B$ تقابلان $\widehat{AD}$ ،

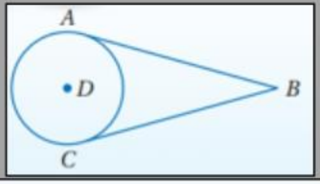
إذن $\angle B \cong \angle C$ ،

إذا كان الشكل الرباعي محاطاً بدائرة فإن كل زاويتين متقابلتين متكاملتان



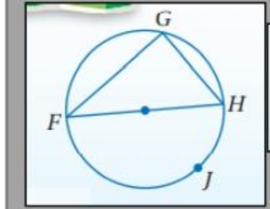
إذا كان الشكل الرباعي $KLMN$ محاطًا بـ $\odot A$ ،
فإن $\angle L, \angle N$ متكاملتان و $\angle K, \angle M$ متكاملتان أيضًا

إذا رسمت قطعتان مستقيمتان مماستان لدائرة من نقطة خارجها فإنهما متطابقتان



إذا كان $\overline{AB}, \overline{CB}$ مماسان لـ $\odot D$
فإن $\overline{AB} \cong \overline{CB}$.

تقابل الزاوية المحيطية في مثلث قطراً أو نصف دائرة إذا وفقط إذا كانت هذه الزاوية قائمة



إذا كانت $\widehat{FJH}$ نصف دائرة، فإن $m\angle G = 90°$.
إذا كان $m\angle G = 90°$ ، فإن $\widehat{FJH}$ هي نصف دائرة،
ويكون $\overline{FH}$ قطرًا فيها.

المراجع

- ماجروهيل – رياضيات 1 – وزارة التعليم ، مجموعة العبيكان للاستثمار – المملكة العربية السعودية (2008)
- ماجروهيل – رياضيات 2 – وزارة التعليم ، مجموعة العبيكان للاستثمار – المملكة العربية السعودية (2008)
- ماجروهيل – رياضيات 3 – وزارة التعليم ، مجموعة العبيكان للاستثمار – المملكة العربية السعودية (2008)
- ماجروهيل – رياضيات 4 – وزارة التعليم ، مجموعة العبيكان للاستثمار – المملكة العربية السعودية (2008)
- ماجروهيل – رياضيات 5 – وزارة التعليم ، مجموعة العبيكان للاستثمار – المملكة العربية السعودية (2008)
- ماجروهيل – رياضيات 6 – وزارة التعليم ، مجموعة العبيكان للاستثمار – المملكة العربية السعودية (2008)

المراجعون	
أ. منال سعد الرويلي	أ. لطيفة سلامة العمار
أ. ابتسام عاتق الطاهري	أ. هند علي العديني
أ. غادة محمد الفضلي	أ. جواهر علي البيشي
أ. بندر رأفت بوقري	أ. هدى عبدالله الغفيص
أ. خوله حميد العمراني	

تصميم الغلاف : أ. دلال عبدالله الغفيص

كتابة المقدمة: أ. نجود مترك النفيعي

تنسيق الكتاب : أ. هدى عبدالله الغفيص