سلسلة رِفعَة تقدم

الشامل في خرائط الرياضيات المفاهيمية

لنخبة من معلمي الرياضيات

المرحلة الثانوية

نسخة مجانية إلكترونية لاتباع

المؤلفين

رياضيات ١-٢	أ. غادة محمد الفضلي أ. جواهر علي البيشي أ. ابتسام عاتق الطاهري
رياضيات ٣ - ٤	أ. بدرية يحيى الزهراني أ. هند علي العديني أ. نادية عبدالله السلطان
رياضيات ٥ - ٦	أ. بندر رأفت بوقري أ. خوله حميد العمراني أ. هدى عبدالله الغفيص

رقم الإيداع	التاريخ	الردمك
1442/6233	1442/07/21هـ	978-603-03-7027-6
1442/7227	1442/08/18هـ	978-603-03-7603-2
1442/7396	1442/08/19هـ	978-603-03-7613-1

رؤية مجموعة رِفعة

بسم الله الرحمن الرحيم

الحمد لله والصلاة والسلام على نبينا محمد وعلى آله وصحبه أجمعين

أما بعد :

مجموعة رِفعة هي مجموعة تدار من قبل معلمي ومعلمات الرياضيات من جميع أنحاء المملكة العربية السعودية، وهي قائمة على التطوير المهني لجميع المعلمين والمعلمات، وابتكار الأفكار الإبداعية للتعليم العام، والإنتاج الموثق لكل ما يخص الرياضيات والتعليم العام .

حسابات مجموعة رفعة

المقدمة

إلى من سينير هذا العالم بأحد أهم المداخل بعالمنا وهو مدخل علم الرياضيات نقدم لك ملخصاً مفاهيمياً صُنع بكل الحب والأمل بأن تكونوا من رواد هذا العالم الرائع...

نتطلع بِكم ونرى بكم الحياة كلنا أمل بأن تكونوا عباقرة، فلاسفة ،أصحاب فكر رقمي ، أنتم فعلًا تستحقون هذا الكتاب الذي أُعد لكم من قبل مجموعة أضافة سنوات من الخبرات والمعلومات والمعارف والمهارات حتى تكون بين أيديكم الآن هي قيّمة جداً وأنتم من يستحقها

كيف لا نضع بكم الأمل ! والمستقبل أنتم ،والرؤية أنتم، والتكنولوجيا أنتم، والعلم أنتم ، وأصحاب القدرة في التحمل العقلي أنتم ،أصحاب التفكير الناقد أنتم

الذكاء الاصطناعي ليس سحرًا. إنها مجرد رياضيات ، الأفكار الكامنة وراء آلات التفكير وإمكانية تقليد السلوك البشري إنها مجرد رياضيات .

لذلك فكن صديقاً للرياضيات محب لاكتشاف هذا الصديق فهو لن يخذلك وسيقف معك دائماً بصورة لم تتوقعها ابداً

سائلين الله بإن يكون هذا العمل خالصاً لوجهه الكريم ...خادماً لوطننا، لمجتمعنا، لمعلمينا، لطلابنا ...بالعلم والتعلم والتطور ...

هيا أيها الصديق الرائع لنتعمق أكثر في عالمنا الآن!

التبرير الاستقرائي والتخمين

ماهو التبرير ؟
هو فرض أمثلة محددة للوصول الى نتيجة ما .

عندما يتم استمرار الأمثلة على نفس النمط فإن هذه العملية تسمى تبرير استقرائي

مثال :

0 , 2 , 4 , 6 , 8 , ...

نتيجة التخمين : 10

التخمين : كل حد يزيد بمقدار 2+ عن الحد الذي يسبقه

المثال المضاد :
يستخدم لاثبات عدم صحة التخمين التي تم التوصل اليه بفرض مثال معاكس لذلك التخمين .

مثال :

اذا كانت مساحة مستطيل تساوي $20\ m^2$ فان

طوله 10 m وعرضه 2m ؟

الحل :

تخمين خاطئ يمكن ان يكون الطول 5m و العرض 4m .

العبارة النهائية التي يتم التوصل اليها باستعمال التبرير تسمى تخمينا .

المنطق

عند الاجابة على اسئلة من نوع صح أو خطأ
فإنك تستعمل مبدأ أساسي في المنطقم

العبارة :
هي جملة خبرية لها حالتان فقط اما تكون صائبة أو خاطئة . ويرمز للعبارة رياضيا بـ P أو q

قيمة الصواب للعبارة
- **صائبة** True (T)
- **خاطئة** False (F)

العبارة المركبة

عبارة الوصل :
وهي عبارة يتم فيها ربط عبارتين أو اكثر باستعمال اداة الربط (و) ويرمز لها رياضيا بالرمز ^
وتكتب عبارة الوصل p ^ q

قيمة الصواب لعبارة الوصل :
تكون عبارة الوصل صائبة عندما تكون العبارتين المكونه لها صائبة

عبارة الوصل		
p	q	$p \wedge q$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F

عبارة الفصل :
وهي عبارة يتم فيها ربط عبارتين أو اكثر باستعمال اداة الربط (أو) ويرمز لها رياضيا بالرمز v وتكتب عبارة الفصل p v q

قيمة الصواب لعبارة الفصل :
تكون عبارة الفصل صائبة عندما تكون احدى العبارات المكونة لها صائبة .
وتكون خاطئة اذا كانت العبارات المكونة لها خاطئة

عبارة الفصل		
p	q	$p \vee q$
T	T	T
T	F	T
F	T	T
F	F	F

نفي العبارة
ويفيد معنى مضاد لمعنى العبارة ، وهو عكس قيمة الصواب للعبارة .
مثال:
نفي العبارة p هو ~ p
أو " ليس p "

نفي العبارة	
p	$\sim p$
T	F
F	T

العبارات الشرطية

ماهي العبارة الشرطية ؟

هي عبارة يمكن كتابتها على صورة
إذا ... فإن
ويرمز لها رياضيا $p \rightarrow q$
وتقرأ إذا كان p فإن q

العبارة التي تكتب بعد كلمة إذا تسمى **الفرض**

العبارة التي تكتب بعد كلمة فإن تسمى **النتيجة**

قيمة الصواب في العبارة الشرطية

p	q	$p \rightarrow q$
T	T	T
T	F	F
F	T	T
F	F	T

العبارات الشرطية المرتبطة

العكس

و هو تبديل الفرض مع النتيجة في العبارة الشرطية .

المعكوس

وهو نفي كل من الفرض و النتيجة في العبارة الشرطية .

المعاكس الإيجابي

وهو نفي وتبديل كل من الفرض و النتيجة في العبارة الشرطية .

التبرير الاستنتاجي

قوانين التبرير الإستنتاجي

مقارنة بين التبرير الإستنتاجي و التبرير الإستقرائي

التبرير الإستنتاجي	التبرير الإستقرائي
يستعمل حقائق و قواعد و تعريفات و خصائص من أجل الوصول الى نتيجة منطقية	يستعمل أنماط من الأمثلة أو المشاهدات لعمل تخمين .

قانون القياس المنطقي

اذا كانت العبارتان الشرطيتان $p \to q$ ، $q \to r$ صائبتين
فإن العبارة الشرطية $p \to r$ صائبة أيضاً .

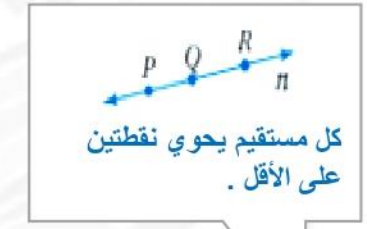
و ذلك عندما يكون نتيجة العبارة الشرطية الأولى هي فرض العبارة الشرطية الثانية .

قانون الفصل المنطقي

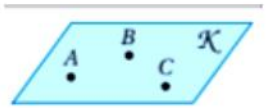
يتم استعماله لإثبات صحة التخمين .
فإذا كانت $p \to q$ صائبة و الفرض p صائباً فإن النتيجة q صائبة أيضاً .
فإنه :
عندما تكون المعطيات صائبة فإن النتائج التي تتوصل إليها بتطبيق التبرير الإستنتاجي ستكون صائبة .

المسلمات والبراهين الحرة

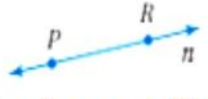
المسلمة :
هي عبارة تقبل على انها صحيحة دون برهان



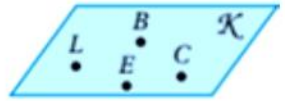
كل مستقيم يحوي نقطتين على الأقل .



أي ثلاث نقاط لاتقع على استقامة واحدة يمر بها مستوى واحد فقط



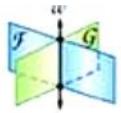
أي نقطتين يمر بهما مستقيم واحد فقط



كل مستوى يحوي ثلاث نقاط على الأقل ليست على استقامه واحده

إذاوقعت نقطتين في مستوى فإن المستقيم المار بهما يقع كلياً في هذا المستوى

يتقاطع مستقيمان في نقطه واحده فقط



يتقاطع مستويان في مستقيم واحد

البرهان الحر

تعريفة : هو أحد أنواع البراهين ويتم فيه تفسير اسباب صحة التخمين في موقف معطى

البرهان

البرهان الجبري

خصائص الاعداد الحقيقية في كتابة البرهان الجبري
الخصائص التالية صحيحة لأي ثلاثة أعداد حقيقية
a , b, c

خاصية الجمع للمساواة	إذا كان $a=b$، فإن $a+c=b+c$.
خاصية الطرح للمساواة	إذا كان $a=b$، فإن $a-c=b-c$.
خاصية الضرب للمساواة	إذا كان $a=b$، فإن $a\cdot c=b\cdot c$.
خاصية القسمة للمساواة	إذا كان $a=b$ و $c\neq 0$، فإن $\frac{a}{c}=\frac{b}{c}$.
خاصية الانعكاس للمساواة	$a=a$
خاصية التماثل للمساواة	إذا كان $a=b$، فإن $b=a$.
خاصية التعدي للمساواة	إذا كان $a=b$ و $b=c$، فإن $a=c$.
خاصية التعويض للمساواة	إذا كان $a=b$ ، فإنه يمكننا أن نضع b مكان a في أي معادلة أو عبارة جبرية تحتوي على a
خاصية التوزيع	$a(b+c)=ab+ac$

البرهان ذو عمودين

هو برهان يكتب على صورة جدول بحيث تكتب العبارات في عمود و المبررات في عمود موازي له

العبارات	المبررات
1) $-4(x-3)+5x=24$	1) معطيات
2) $-4x+12+5x=24$	2) خاصية التوزيع
3) $x+12=24$	3) بالتبسيط
4) $x=12$	4) خاصية الطرح للمساواة

البرهان الهندسي

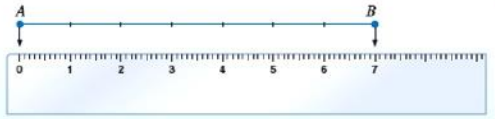
يستعمل البرهان الهندسي خصائص الاعداد الحقيقية و أيضا

الخاصية	القطع المستقيمة	الزوايا
الانعكاس	$AB=AB$	$m\angle 1=m\angle 1$
التماثل	إذا كان $AB=CD$، فإن $CD=AB$.	إذا كان $m\angle 1=m\angle 2$، فإن $m\angle 2=m\angle 1$.
التعدي	إذا كانت $AB=CD$، و $CD=EF$ فإن $AB=EF$.	إذا كان $m\angle 1=m\angle 2$، و $m\angle 2=m\angle 3$ فإن $m\angle 1=m\angle 3$.

اثبات علاقات بين القطع المستقيمة

مسلمة أطوال القطع المستقيمة (مسلمة المسطرة)

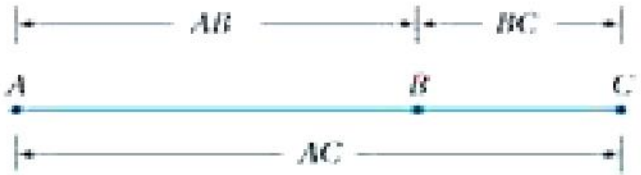
النقاط التي تقع على مستقيم أو قطعة مستقيمة يمكن ربطها بأعداد حقيقية .



مسلمة جمع أطوال القطع المستقيمة

إذا كانت النقاط A ,B , C تقع على استقامة واحده و كانت النقطة B تقع بين A و C

فإن AB + BC = AC



تطابق القطع المستقيمة

نظرية 1.2 خصائص تطابق القطع المستقيمة

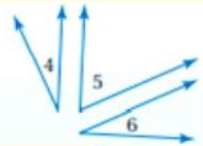
أضف إلى مطويتك

خاصية الانعكاس للتطابق	$\overline{AB} \cong \overline{AB}$
خاصية التماثل للتطابق	إذا كان $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ ، فإن $\overline{CD} \cong \overline{AB}$
خاصية التعدي للتطابق	إذا كان $\overline{AB} \cong \overline{CD}$, $\overline{CD} \cong \overline{EF}$ ، فإن $\overline{AB} \cong \overline{EF}$

مجموعة رفعة الرياضيات

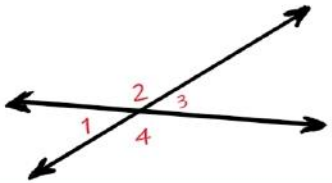
اثبات علاقات بين الزوايا

نظرية تطابق المتممات



الزاويتان المتممتان للزاوية نفسها أو لزاويتين متطابقتين تكونان متطابقتين.

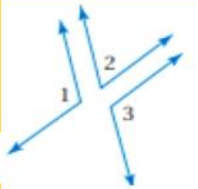
نظرية الزاويتين المتقابله بالرأس



$m\angle 2 \cong m\angle 4$

$m\angle 1 \cong m\angle 3$

نظرية تطابق المكملات



الزاويتان المكملتان للزاوية نفسها او لزاويتين متطابقتين تكونان متطابقتين

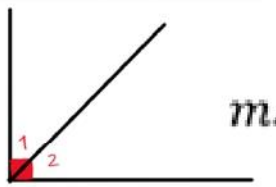
نظرية الزاويتين المتكاملتين

$m\angle 1 + m\angle 2 = 180^o$

مسلمة المنقلة

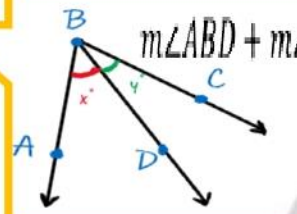
تستعمل المنقلة للربط بين قياس زاوية و عدد حقيقي يقع بين 0 , 360

نظرية الزاويتين المتتامتين



$m\angle 1 + m\angle 2 = 90^o$

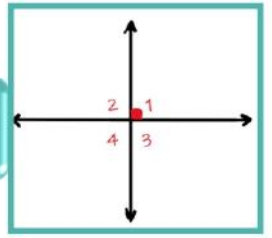
مسلمة جمع قياسات الزوايا



$m\angle ABD + m\angle DBC + m\angle = m\angle ABC$

اثبات علاقات بين الزوايا

نظرية الزاوية القائمة



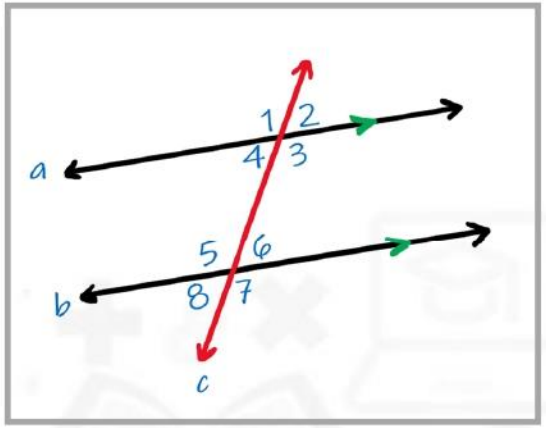
- يتقاطع مستقيمان متعامدان و يشكلان أربع زوايا قائمة .
- إذا كانت الزاويتين المتكاملتين متطابقتين فإنهما قائمتين
- إذا تجاورت زاويتان في مستقيم و كانتا متطابقتان فإنهما متكاملتان .
- المستقيمان المتعامدان يشكلان زوايا متجاورة متطابقة
- جميع الزوايا القائمة متطابقة .

$m\angle 1 \cong m\angle 2 \cong m\angle 3 \cong m\angle 4$

خصائص تطابق الزوايا

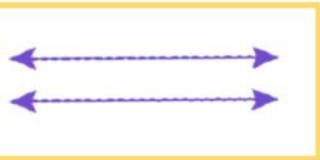
- خاصية الإنعكاس للتطابق
  $\angle 1 \cong \angle 1$
- خاصية التماثل للتطابق
  إذا كانت $\angle 2 \cong \angle 1$
  فإن $\angle 1 \cong \angle 2$
- خاصية التعدي للتطابق
  $\angle 1 \cong \angle 2, \angle 2 \cong \angle 3$
  فإن $\angle 1 \cong \angle 3$

المستقيمان والقاطع

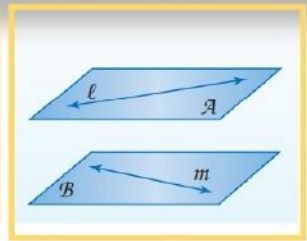


العلاقة بين المستقيمات والمستويات

المستقيمان المتوازيان
هما مستقيمان لا يتقاطعان و يقعان في المستوى نفسه



المستقيمان المتخالفان
هما مستقيمان لايتقاطعان و لايقعان في المستوى نفسه



المستويان المتوازيان
هما مستويان غير متقاطعين

العلاقة بين أزواج الزوايا الناتجة عن مستقيمان متوازيان وقاطع

زوايا المتحالفه
هي زوايا داخليه تكون في جهه واحده من القاطع
∠5 و ∠4
∠6 و ∠3

زوايا خارجيه
هي زوايا تكون في منطقتين خارج المستقيمين المتوازيين
∠8 و ∠7 و ∠2 و ∠1

زوايا داخليه
هي زوايا تكون في المنطقه داخل المستقيمين المتوازيين
∠6 و ∠5 و ∠4 و ∠3

زوايا متناظره
هي زوايا تكون في جهه واحده من القاطع واحده داخليه و الأخرى خارجيه
∠7 و ∠3 ، ∠8 و ∠4 ،
∠4 ، ∠6 و ∠2 ، ∠5 و ∠1

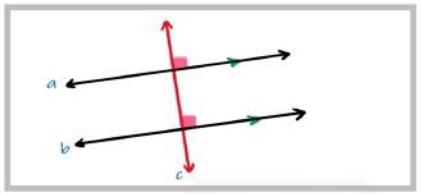
زوايا متبادله داخلياً
هي زوايا داخليه تكون في جهتين مختلفه من القاطع
∠5 و ∠3
∠6 و ∠4

زوايا متبادله خارجياً
هي زوايا خارجيه تكون في جهتين مختلفه من القاطع
∠7 و ∠1
∠8 و ∠2

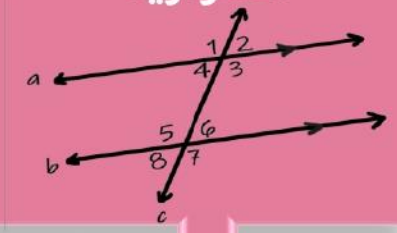
نظرية القاطع العامودي

إذا كان $a \parallel b$ و $c \perp a$

فإن $c \perp b$



الزوايا والمستقيمات المتوازية



نظرية الزاويتين المتبادلة داخلياً

إذا كان $a \parallel b$ فإن $\angle 3 \cong \angle 6$ ، $\angle 4 \cong \angle 5$ ،

نظرية الزاويتين المتبادلة خارجياً

إذا كان $a \parallel b$ فإن

$\angle 2 \cong \angle 7$ ، $\angle 1 \cong \angle 8$ ،

نظرية الزاويتين المتحالفتين

إذا كان $a \parallel b$ فإن

$\angle 4 + \angle 5 = 180^o$ ،

$\angle 3 + \angle 6 = 180^o$ ،

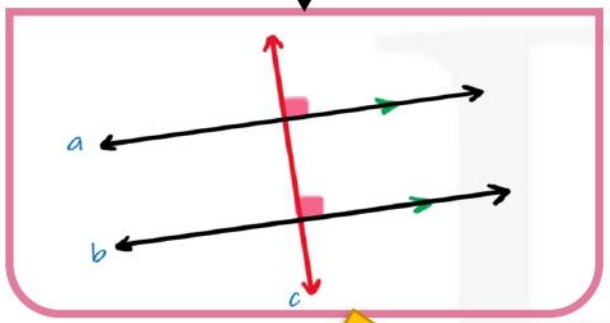
متكاملتين

مسلمة الزاويتين المتناظرتين

إذا كان $a \parallel b$ فإن.

$\angle 1 \cong \angle 5$ ، $\angle 2 \cong \angle 6$ ، $\angle 3 \cong \angle 7$ ، $\angle 4 \cong \angle 8$

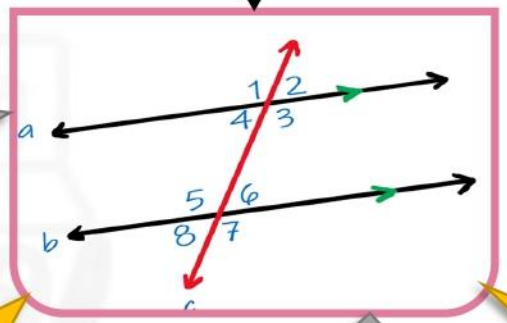
اثبات توازي مستقيمين



عكس نظرية القاطع العامودي

إذا كان $c \perp a, c \perp b$

فإن $a \parallel b$



عكس نظرية الزاويتين المتبادلتين خارجياً

إذا كان

$\angle 7 \cong \angle 1 ، \angle 8 \cong \angle 2 ،$

فإن $a \parallel b$

عكس نظرية الزاويتين المتحالفتين

إذا كان

$\angle 4 + \angle 5 = 180^o ،$

$\angle 3 + \angle 6 = 180^o ،$

فإن $a \parallel b$

عكس مسلمة الزاويتين المتناظرتين

إذا كان

$\angle 2 ، \angle 5 \cong \angle 1$

$\cong \angle 3 ، \angle 8 \cong \angle 4 ، \angle 6$

$\cong \angle 7$

فإن $a \parallel b$

عكس نظرية الزاويتين المتبادلتين داخلياً

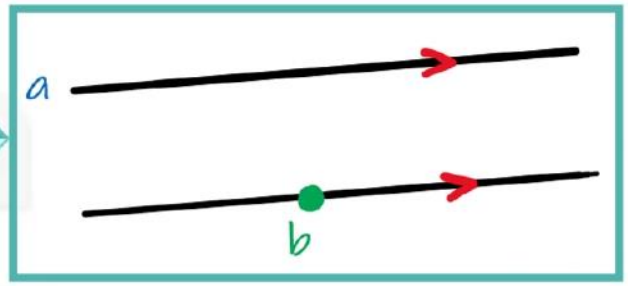
إذا كان

$\angle 5 \cong \angle 3 ، \angle 6 \cong \angle 4 ،$

فإن $a \parallel b$

مسلمة التوازي

إذا علم مستقيم و نقطه لاتقع عليه فإنه يوجد مستقيم واحد فقط يمر بتلك النقطه و يوازي المستقيم المعلوم .



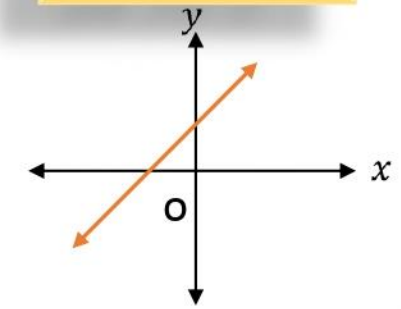
ميل المستقيم

قانون ايجاد الميل

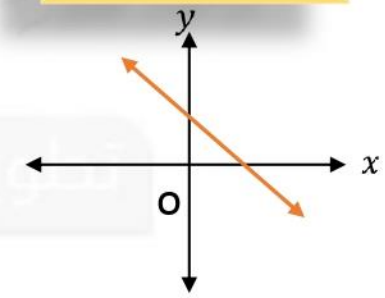
$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad , x_1 \neq x_2$$

حالات الميل

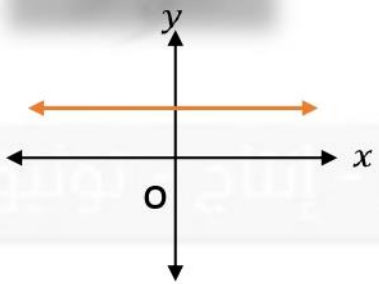
الميل الموجب
إتجاه المستقيم لأعلى من اليسار لليمين



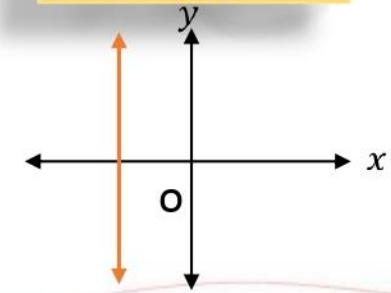
الميل السالب
إتجاه المستقيم لأسفل من اليسار لليمين



الميل = صفر
مستقيم أفقي



الميل غير معرف
مستقيم رأسي



تحديد المستقيمات المتوازيه و المتعامده من خلال الميل :

المستقيمين المتعامدين غير الرأسيين : إذا كان حاصل ضرب ميليهما يساوي -١.

المستقيمين المتوازيين غير الرأسيين : يكون لهما الميل نفسه .

صيغ معادلة المستقيم

معادلات المستقيمين غير الرأسيين

صيغة الميل و المقطع

$y = m\,x + b$

حيث b مقطع المحور y

صيغة الميل و نقطة

$y - y_1 = m\,(x - x_1)$

حيث (x_1 , y_1) أي نقطه على المستقيم

معادلات المستقيمين الرأسيين و الافقيين

معادلة المستقيم الرأسي

y = b

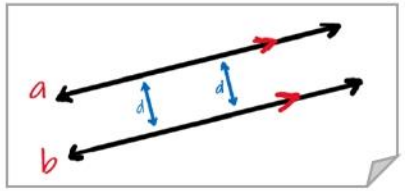
حيث b مقطع المحور y

معادلة المستقيم الأفقي

X = a

حيث a مقطع المحور x

الاعمدة والمسافة

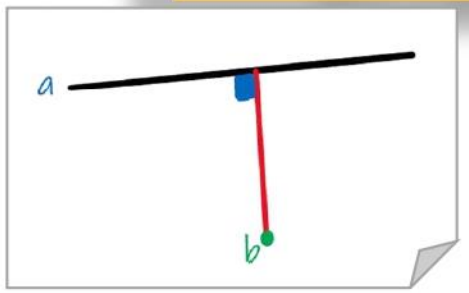


البعد بين مستقيمين متوازيين

البعد بين مستقيمين متوازيين هو المسافة العمودية بين احد المستقيمين و أي نقطه على المستقيم الآخر .

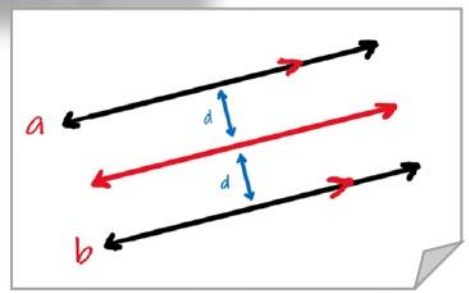
البعد بين نقطة و مستقيم

يكون البعد هو المسافة العمودية التي تصل بين نقطة و مستقيم



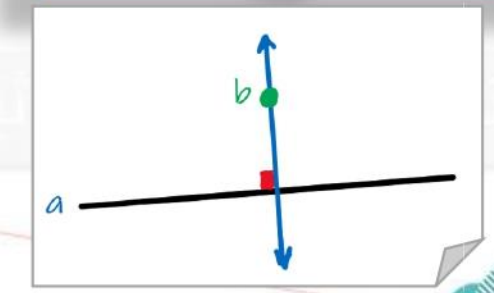
المستقيما المتساويا البعد عن مستقيم ثالث

إذا كان المستقيمان في المستوى متساويي البعد عن مستقيم ثالث فإنهما متوازيان.



مسلمة التعامد

لأي مستقيم ونقطة لاتقع عليه مستقيم واحد فقط يمر في النقطه و يكون عمودياً عليه .



المراجع

- ماجروهيل – رياضيات 1 – وزارة التعليم ، مجموعة العبيكان للاستثمار – المملكة العربية السعودية (2008)
- ماجروهيل – رياضيات 2 – وزارة التعليم ، مجموعة العبيكان للاستثمار – المملكة العربية السعودية (2008)
- ماجروهيل – رياضيات 3 – وزارة التعليم ، مجموعة العبيكان للاستثمار – المملكة العربية السعودية (2008)
- ماجروهيل – رياضيات 4 – وزارة التعليم ، مجموعة العبيكان للاستثمار – المملكة العربية السعودية (2008)
- ماجروهيل – رياضيات 5 – وزارة التعليم ، مجموعة العبيكان للاستثمار – المملكة العربية السعودية (2008)
- ماجروهيل – رياضيات 6 – وزارة التعليم ، مجموعة العبيكان للاستثمار – المملكة العربية السعودية (2008)

المراجعون	
أ. منال سعد الرويلي	أ. لطيفة سلامة العمار
أ. ابتسام عاتق الطاهري	أ. هند علي العديني
أ. غادة محمد الفضلي	أ. جواهر علي البيشي
أ. بندر رأفت بوقري	أ. هدى عبدالله الغفيص
أ. خوله حميد العمراني	

تصميم الغلاف : أ. دلال عبدالله الغفيص

كتابة المقدمة: أ. نجود مترك النفيعي

تنسيق الكتاب : أ. هدى عبدالله الغفيص