قياس الزوايا والأقواس

فيما سبق

درست إيجاد قياسات الزوايا وتحديد الزوايا المتطابقة

الآن

أعين الزوايا المركزية والأقواس الكبرى والاقواس الصغرى ونصف الدائرة وأجد قياسها

أجد طول القوس

المفردات

الزاوية المركزية
القوس
القوس الأصغر
القوس الأكبر
نصف دائرة
الاقواس المتطابقة
الاقواس المتجاورة
طول القوس

ماذا أعرف

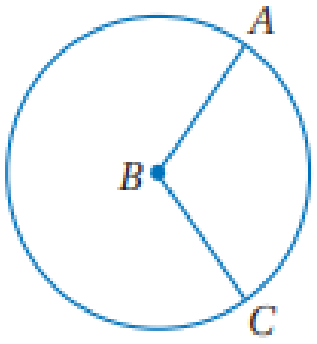
ماذا أريد أن أعرف

ماذا تعلمت

لماذا؟

معظم الساعات في الأجهزة الإلكترونية عبارة عن ساعات رقمية، وهي الساعات التي تُظهر الوقت على شكل أرقام. وتُستعمل الساعات العادية في تزيين المنازل، أو استعمالها ساعات يدوية. وهذه الساعات لها عقارب أو مؤشرات متحركة تشير إلى الساعة والدقيقة، وأحيانًا هناك مؤشر أو عقرب للثواني.

ووجه هذه الساعة عبارة عن دائرة، وتكوّن العقارب الثلاث زوايا مركزية فيها.



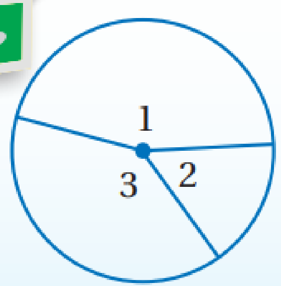
الزوايا والأقواس **الزاوية المركزية** في الدائرة هي زاوية يقع رأسها في المركز، وضلعاها نصفا قطرين في الدائرة. في الشكل المجاور $\angle ABC$ هي زاوية مركزية في $\odot B$.

تذكّر أن مجموع قياسات الزوايا المتجمّعة حول نقطة يساوي $360°$ ؛ لذا فإن الدرجة الواحدة تساوي $\frac{1}{360}$ من الدورة الكاملة حول نقطة، ويؤدي هذا إلى المفهوم الآتي:

مفهوم أساسي

أضف إلى مطويتك

مجموع قياسات الزوايا المركزية

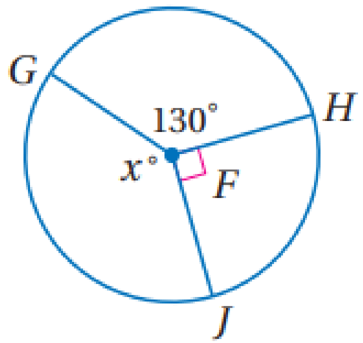


التعبير اللفظي: مجموع قياسات الزوايا المركزية في الدائرة، والتي لا تحوي نقاطًا داخلية مشتركة يساوي $360°$.

مثال: $m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 = 360°$

مثال 1 : إيجاد قياس الزاوية المركزية

أوجد قيمة x في الشكل المجاور.

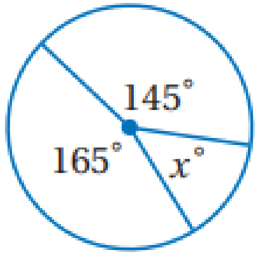


$m\angle GFH + m\angle HFJ + m\angle GFJ = 360°$	مجموع قياسات الزوايا المركزية
$130° + 90° + x = 360°$	بالتعويض
$220° + x = 360°$	بالتبسيط
$x = 140°$	بطرح °220 من كلا الطرفين

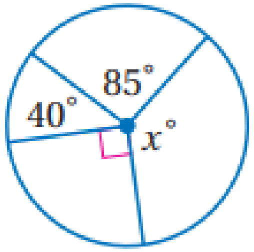
تحقق من فهمك

استراتيجية التمايز

(1A



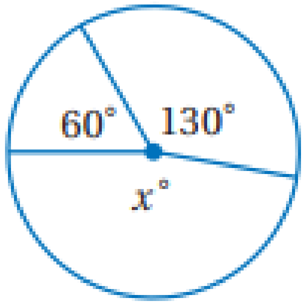
(1B



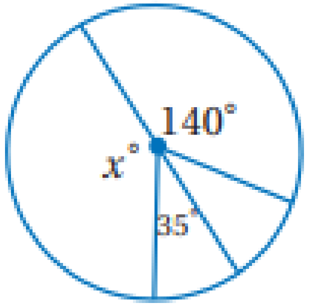
تأكد

استراتيجية التمايز

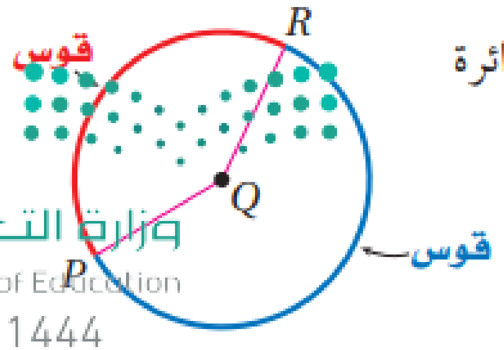
1)



2)



القوس هو جزءٌ من دائرة يُحدَّد بنقطتَي طرفَيه، وعند رسم زاوية مركزية، تنقسم الدائرة إلى قوسين، يرتبط قياس كلٍّ منهما بقياس الزاوية المركزية المقابلة له.



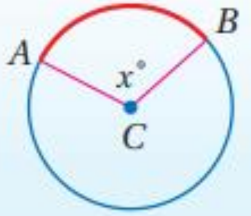
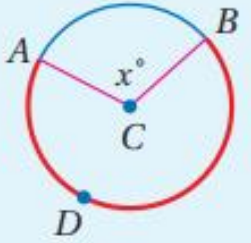
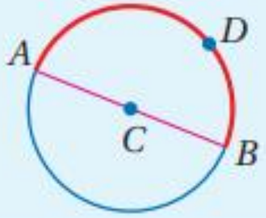
إرشادات للدراسة

تسمية الأقواس:
يُسمَى القوس الأصغر بنقطتَي طرفيه، أما القوس الأكبر ونصف الدائرة فيسميان بنقطتَي الطرفين بالإضافة إلى نقطة على القوس بينهما.

مفاهيم أساسية

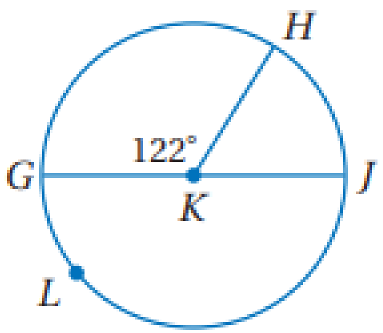
أضف إلى مطويتك

الأقواس وقياسها

القوس	قياسه	
القوس الأصغر هو القوس الأقصر الذي يصل بين نقطتين على الدائرة.	يقل قياس القوس الأصغر عن 180° ، ويساوي قياس الزاوية المركزية المقابلة له. $m\widehat{AB} = m\angle ACB = x^\circ$	
القوس الأكبر هو القوس الأطول الذي يصل بين نقطتين على الدائرة.	يزيد قياس القوس الأكبر على 180°، ويساوي 360° مطروحًا منه قياس القوس الأصغر الذي يصل بين النقطتين نفسيهما. $m\widehat{ADB} = 360^\circ - m\widehat{AB} = 360^\circ - x^\circ$	
نصف الدائرة هي قوس تقع نقطتا طرفيه على قطر الدائرة.	قياس نصف الدائرة يساوي 180° $m\widehat{ADB} = 180^\circ$	

مثال 2 : تصنيف الاقواس وإيجاد قياساتها

$\overline{GJ}$ قطر في $\odot K$، حدّد ما إذا كان كلٌّ من الأقواس الآتية قوسًا أكبر أو أصغر أو نصف دائرةٍ، ثم أوجد قياسه.



a) $\widehat{GH}$

$\widehat{GH}$ قوس أصغر، وقياسه: $m\widehat{GH} = m\angle GKH = 122°$.

b) $\widehat{GLH}$

$\widehat{GLH}$ هو القوس الأكبر الذي يشترك مع القوس الأصغر $\widehat{GH}$ في نقطتَي طرفيه.

$$m\widehat{GLH} = 360° - m\widehat{GH}$$
$$= 360° - 122° = 238°$$

c) $\widehat{GLJ}$

$\widehat{GLJ}$ هو نصف دائرة،

إذن: $m\widehat{GLJ} = 180°$.

P

تحقق من فهمك

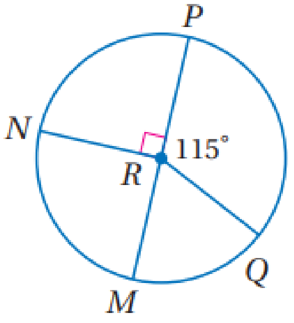
استراتيجية التمايز

$\overline{PM}$ قطر في $\odot R$، حدّد ما إذا كان كلٌّ من الأقواس الآتية قوسًا أكبر أو أصغر أو نصف دائرة، ثم أوجد قياسه.

2A) $\widehat{MQ}$

2B) $\widehat{MNP}$

2C) $\widehat{MNQ}$



تأكد

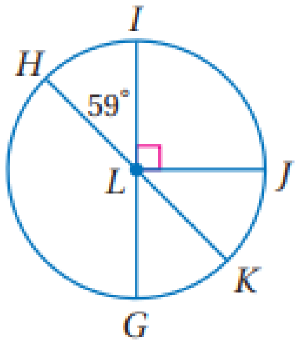
استراتيجية التمايز

$\overline{HK}, \overline{IG}$ قطران في $\odot L$، حدّد ما إذا كان كلّ قوس فيما يأتي قوسًا أكبر أو أصغر أو نصف دائرة، ثم أوجد قياسه.

3) $\widehat{IHJ}$

4) $\widehat{HI}$

5) $\widehat{HGK}$



الأقواس المتطابقة هي الأقواس التي تقع في الدائرة نفسها، أو في دائرتين متطابقتين، ويكون لها القياس نفسه.

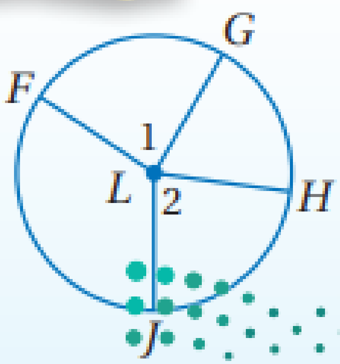
نظرية 8.1

أضف إلى مطويتك

التعبير اللفظي: في الدائرة نفسها أو في دائرتين متطابقتين، يكون القوسان متطابقين، إذا وفقط إذا كانت الزاويتان المركزيّتان المقابلتان لهما متطابقتين.

مثال: إذا كانت $\angle 2 \cong \angle 1$ ، فإن $\widehat{HJ} \cong \widehat{FG}$.

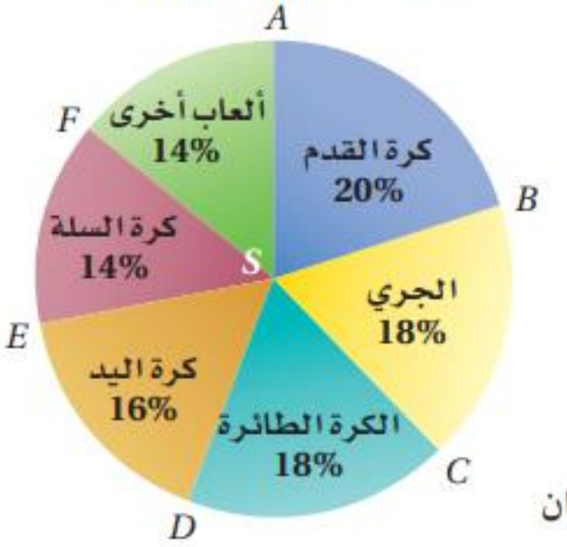
إذا كان $\widehat{HJ} \cong \widehat{FG}$، فإن $\angle 2 \cong \angle 1$.



ستبرهن النظرية 8.1 في السؤال 44

مثال 3 : من واقع الحياة

رياضة: استعمل التمثيل بالقطاعات الدائرية المجاور، لإيجاد كلٍّ من القياسات الآتية:



a) $m\widehat{CD}$

$\widehat{CD}$ هو قوس أصغر.

إذن $m\widehat{CD} = m\angle CSD$

$\angle CSD$ تُمثّل 18% من الكل أو 18% من الدائرة.

$m\angle CSD = 0.18(360°)$ إيجاد 18% من °360

$= 64.8°$ بالتبسيط

b) $m\widehat{BC}$

النسبتان المئويتان للكرة الطائرة والجري متساويتان؛ إذن الزاويتان المركزيتان متطابقتان. والقوسان المقابلان لهما متطابقان.

$m\widehat{BC} = m\widehat{CD} = 64.8°$

تحقق من فهمك

استراتيجية التمايز

3A) $m\widehat{EF}$

3B) $m\widehat{FA}$

تأكد

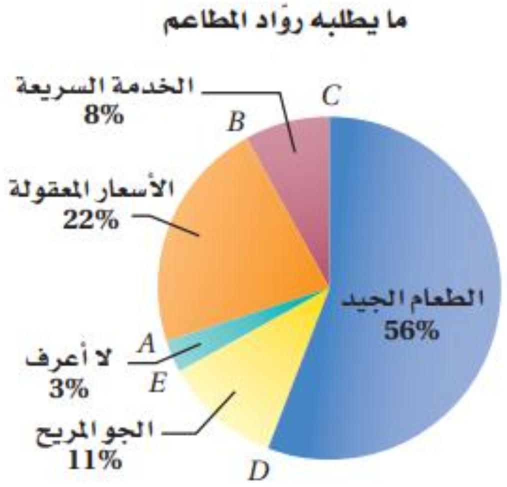
استراتيجية التمايز

6) **مطاعم:** يعرض الشكل المجاور نتائج استطلاع حول ما يطلبه روّاد المطاعم.

a) أوجد $m\widehat{AB}$.

b) أوجد $m\widehat{BC}$.

c) صف نوع قوس قطاع الطعام الجيد.



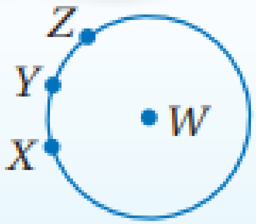
مسلّمة 8.1

مسلّمة جمع الأقواس

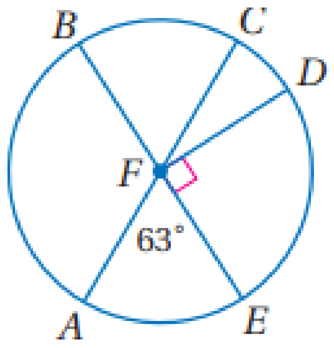
أضف إلى مطويتك

التعبير اللفظي: قياس القوس المتكوّن من قوسين متجاورين يساوي مجموع قياسَي هذين القوسين.

مثال: $m\widehat{XZ} = m\widehat{XY} + m\widehat{YZ}$



مثال 4 : إيجاد قياس القوس باستعمال مسلمة جمع الأقواس



أوجد كلاً من القياسات الآتية في $\odot F$:

a) $m\widehat{AD}$

$m\widehat{AD} = m\widehat{AE} + m\widehat{ED}$ مسلّمة جمع الأقواس

$= m\angle AFE + m\angle EFD$ ، $m\widehat{AE} = m\angle AFE, m\widehat{ED} = m\angle EFD$

$= 63° + 90° = 153°$ بالتعويض

b) $m\widehat{ADB}$

$m\widehat{ADB} = m\widehat{AE} + m\widehat{EDB}$ مسلّمة جمع الأقواس

$= 63° + 180° = 243°$ ، $\widehat{EDB}$ نصف دائرة؛ إذن: $m\widehat{EDB} = 180°$

تحقق من فهمك

استراتيجية التمايز

4A) $m\overset{\frown}{CE}$

4B) $m\overset{\frown}{ABD}$

تأكد

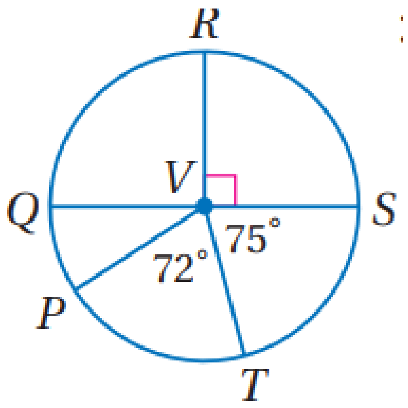
استراتيجية التمايز

$\overline{QS}$ قطر في $\odot V$، أوجد كلًّا من القياسات الآتية:

7) $m\widehat{STP}$

8) $m\widehat{QRT}$

9) $m\widehat{PQR}$

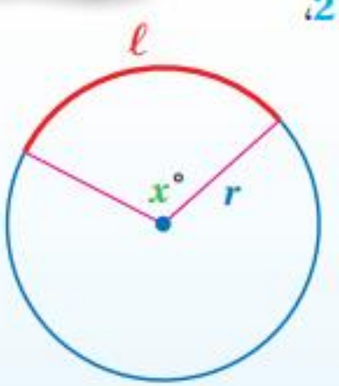


مفهوم أساسي

طول القوس

أضف إلى مطويتك

التعبير اللفظي: إذا كان طول القوس يساوي ℓ ومحيط الدائرة يساوي $2\pi r$، وقياس القوس بالدرجات يساوي $x°$ فإن نسبة طول القوس إلى محيط الدائرة يساوي نسبة قياس القوس بالدرجات إلى $360°$



الرموز: $\frac{\ell}{2\pi r} = \frac{x°}{360°}$

أي أن: $\ell = \frac{x°}{360°} \cdot 2\pi r$

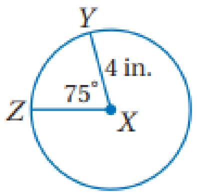
تنبيه !

طول القوس: يُعطى طول القوس بوحدات الطول مثل السنتمترات، أما قياس القوس فيعطى بالدرجات.

مثال 5: إيجاد طول القوس

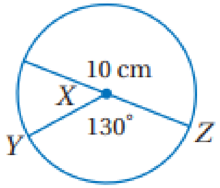
أوجد طول $\widehat{ZY}$ في كلٍّ ممّا يأتي مقرّبًا إلى أقرب جزءٍ من مئةٍ:

(a



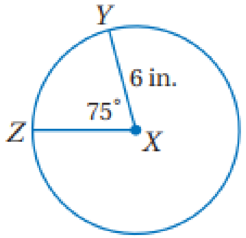
صيغة طول القوس	$\ell = \frac{x°}{360°} \cdot 2\pi r$	
بالتعويض	$= \frac{75°}{360°} \cdot 2\pi(4)$	
باستعمال الحاسبة	≈ 5.24 in	

(b



صيغة طول القوس	$\ell = \frac{x°}{360°} \cdot 2\pi r$	
بالتعويض	$= \frac{130°}{360°} \cdot 2\pi(5)$	
باستعمال الحاسبة	≈ 11.34 cm	

(c



صيغة طول القوس	$\ell = \frac{x°}{360°} \cdot 2\pi r$	
بالتعويض	$= \frac{75°}{360°} \cdot 2\pi(6)$	
باستعمال الحاسبة	≈ 7.85 in	

لاحظ أن $\widehat{ZY}$ له القياس نفسه في المثالين 5a , 5c، ويساوي 75°، إلّا أن لهما طولين مختلفين؛ بسبب وجودهما في دائرتين نصفا قطريهما مختلفان.

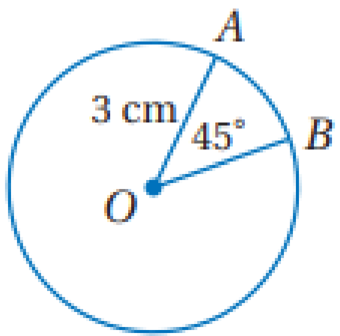
مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

math بسمة

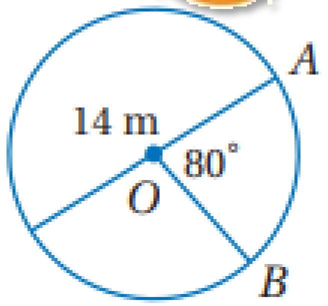
تحقق من فهمك

استراتيجية التمايز

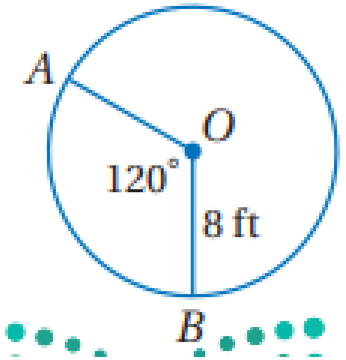
(5A



(5B



(5C

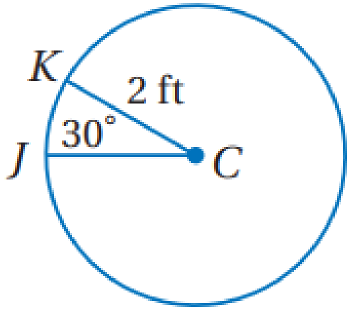


تأكد

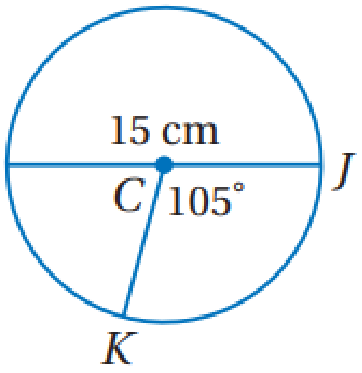
استراتيجية التمايز

أوجد طول $\widehat{JK}$ مقرّبًا إلى أقرب جزءٍ من مئةٍ في كلٍّ من السؤالين الآتيين:

10)



11)



تدرب

استراتيجية التفكير الناقد

تبرير: حدّد ما إذا كانت كلٌّ من العبارات الآتية صحيحة دائمًا أو أحياناً أو ليست صحيحة أبدًا. برّر إجابتك.

48) قياس القوس الأصغر أقل من $180°$.

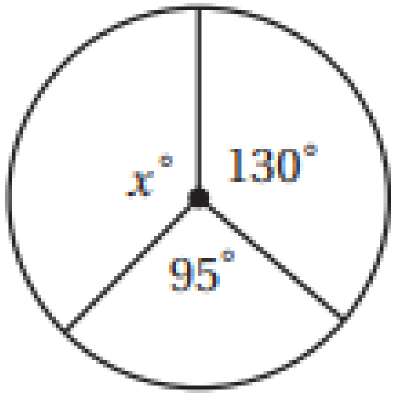
49) إذا كانت الزاوية المركزية منفرجة، فإن القوس المقابل لها قوس أكبر.

50) يعتمد مجموع قياسَي قوسين متجاورين في دائرةٍ، على قياس نصف قطر تلك الدائرة.

تدرب

استراتيجية الدقيقة الواحدة

54) أوجد قيمة x؟



A 120

B 135

C 145

D 160

ماذا أعرف

ماذا أريد أن أعرف

ماذا تعلمت

الواجب المنزلي