



وزارة التربية والتعليم

المملكة العربية السعودية

الرياضيات

للصف الثاني الثانوي

مصادر المعلم للأنشطة الصفيحة

الفصل الرابع: العلاقات والدوال العكسية والجذرية

Glencoe Mathematics © 2010
CHAPTER RESOURCE MASTERS
Algabra 2

الرياضيات - الصف الثاني الثانوي
مصادر المعلم للأنشطة الصفية
أعد النسخة العربية: شركة العبيكان للتعليم

www.oibeikaneducation.com



English Edition Copyright © the McGraw-Hill Companies, Inc.
All rights reserved.

Arabic Edition is published by Obeikan under agreement with
The McGraw-Hill Companies, Inc. © 2008.

حقوق الطبعية الإنجليزية محفوظة لشركة ماجروهل ©.

الطبعة العربية: مجموعة العبيكان للاستثمار
وقد أتفقنا مع شركة ماجروهل © ٢٠٠٨ / ١٤٢٩هـ.

لا يسمح بإعادة إصدار هذا الكتاب أو نقله في أي شكل أو واسطة، سواءً أكانت إلكترونية أو ميكانيكية، بما في ذلك التصوير بالنسخ «فوتوكوبي»، أو التسجيل، أو التخزين
والاسترجاع، دون إذن خطوي من الناشر.



بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

المقدمة

الحمد لله والصلوة والسلام على نبينا محمد وعلى آله وصحبه أجمعين، وبعد:

عزيزي المعلم / عزيزتي المعلمة

يسرنا أن نقدم هذه المجموعة من التدريبات المساعدة، التي تراعي الفروق الفردية بين الطلاب. حيث نطمح أن يساعدك التنوع في هذه التدريبات على الوصول إلى جميع الطلاب في الصف، مهما تباينت مستوياتهم.

وقد تم تخصيص صفحة أو أكثر لكل نوع من هذه التدريبات؛ لتعطي درساً من دروس كتاب الطالب. حيث يمكنك أن تكلف الطلاب حل صفحة التدريبات المقابلة لكل درس بحسب مستوى كل منهم؛ سواء في داخل الصف أم في المنزل. وليس هذه التدريبات بديلاً عن كتاب التمارين، ولكنها مساندة ومكملة له.

وتشمل هذه التدريبات الأنواع التالية:

تدريبات إعادة التعليم

تركز هذه التدريبات على محتوى الدروس في كتاب الطالب، وتقدمه بأسلوب تدريسي ومعالجة يختلفان عن كتابي الطالب والتمارين. وهي موجهة إلى الطالب ذوي المستوى دون المتوسط. ولأهمية حل المسألة تم تخصيص صفحتين من تدريبات إعادة التعليم لكل درس من دروس حل المسألة؛ للتركيز على كيفية اختيار الخطة وتنفيذها، بالإضافة إلى مجموعة من التدريبات المناسبة لتطبيق تلك الخطة.

تدريبات المهارات

تركز هذه التدريبات غالباً على المهارات الحسابية الموجودة في الدرس، وتتضمن تدريبات إضافية وسائل تركز على تلك المهارات. وهي موجهة إلى الطالب ذوي المستوى المتوسط.

التدريبات الإثائية

تساعد هذه التدريبات على التوسيع في مفاهيم الدرس، كما تؤدي إلى توسيع مدارك الطلاب حول تعلم الرياضيات بشكل عام. وهذه التدريبات موجهة إلى الطالب ذوي المستوى فوق المتوسط.

ملحق الإجابات:

يتضمن هذا المصدر في آخره ملحقاً بالإجابات، حيث تظهر باللون الأسود الغامق على صفحات مصفرة.

الفهرس

5	المقدمة
الدرس 4-1 العمليات على العبارات الجذرية	
26	تدريبات إعادة التعليم
28	تدريبات المهارات
29	تدريبات حل المسألة
30	التدريبات الإثباتية
الدرس 4-2 العلاقات والدوال العكسية	
31	تدريبات إعادة التعليم
33	تدريبات المهارات
34	تدريبات حل المسألة
35	التدريبات الإثباتية
الدرس 4-3 دوال ومتباينات الجذر التربيعي	
36	تدريبات إعادة التعليم
38	تدريبات المهارات
39	تدريبات حل المسألة
40	التدريبات الإثباتية
41	ملحق الإجابات
الدرس 4-4 الجذر النوني	
21	تدريبات إعادة التعليم
23	تدريبات المهارات
24	تدريبات حل المسألة
25	التدريبات الإثباتية

٤-١ تدريبات إعادة التعليم

العمليات على الدوال

العمليات الحسابية

$(f+g)(x) = f(x) + g(x)$	الجمع
$(f-g)(x) = f(x) - g(x)$	الطرح
$(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x)$	الضرب
$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}, g(x) \neq 0$	القسمة

$f(x) = x^2 + 3x - 4$ حيث $\left(\frac{f}{g}\right)(x)$ أوجد $(f+g)(x)$ و $(f-g)(x)$ و $(f \cdot g)(x)$ و $\left(\frac{f}{g}\right)(x)$ مثال . $g(x) = 3x - 2$

جمع الدوال
بالتعويض بدل $f(x)$ و $g(x)$
بالتبسيط

طرح الدوال
بالتعويض بدل $f(x)$ و $g(x)$
بالتبسيط

ضرب الدوال
بالتعويض بدل $f(x)$ و $g(x)$
خاصية التوزيع
خاصية التوزيع
بالتبسيط

قسمة الدوال
بالتعويض بدل $f(x)$ و $g(x)$

$$\begin{aligned} (f+g)(x) &= f(x) + g(x) \\ &= (x^2 + 3x - 4) + (3x - 2) \\ &= x^2 + 6x - 6 \\ (f-g)(x) &= f(x) - g(x) \\ &= (x^2 + 3x - 4) - (3x - 2) \\ &= x^2 - 2 \\ (f \cdot g)(x) &= f(x) \cdot g(x) \\ &= (x^2 + 3x - 4)(3x - 2) \\ &= x^2(3x - 2) + 3x(3x - 2) - 4(3x - 2) \\ &= 3x^3 - 2x^2 + 9x^2 - 6x - 12x + 8 \\ &= 3x^3 + 7x^2 - 18x + 8 \\ \left(\frac{f}{g}\right)(x) &= \frac{f(x)}{g(x)}, g(x) \neq 0 \\ &= \frac{x^2 + 3x - 4}{3x - 2}, x \neq \frac{2}{3} \end{aligned}$$

تمارين:

أوجد $(f+g)(x)$ و $(f-g)(x)$ و $(f \cdot g)(x)$ و $\left(\frac{f}{g}\right)(x)$ للفصل $f(x)$ ، $g(x)$ فيما يأتي:

$$f(x) = x^2 + x - 6; g(x) = x - 2 \quad (2)$$

$$f(x) = 8x - 3; g(x) = 4x + 5 \quad (1)$$

$$f(x) = 2x - 1; g(x) = 3x^2 + 11x - 4 \quad (4) \quad f(x) = 3x^2 - x + 5; g(x) = 2x - 3 \quad (3)$$

$$f(x) = x^2 - 1; g(x) = \frac{1}{x + 1} \quad (5)$$

4-1

تدريبات إعادة التعليم

(تتمة)

العمليات على الدوال

تركيب دالتين: لتكن f و g دالتين بحيث أن مدى g مجموعة جزئية من مجال f . فإن تركيب الدالتين $g \circ f$ يعرف بالمعادلة:

$$\cdot [f \circ g](x) = f[g(x)]$$

إذا كانت $\{ (1,3), (3,4), (2,2), (4,1) \}$ و $f = \{ (1,2), (3,3), (2,4), (4,1) \}$ فأوجد $g = \{ (1,3), (3,4), (2,2), (4,1) \}$

مثال 1

إذا كان ذلك ممكناً.

$$\begin{array}{llll} f[g(1)] = f(3) = 3 & f[g(2)] = f(2) = 4 & f[g(3)] = f(4) = 1 & f[g(4)] = f(1) = 2 \\ & & \text{أي أن: } g \circ f = \{ (1,3), (2,4), (3,1), (4,2) \} & \\ g[f(1)] = g(2) = 2 & g[f(2)] = g(4) = 1 & g[f(3)] = g(3) = 4 & g[f(4)] = g(1) = 3 \\ & & \text{أي أن: } f \circ g = \{ (1,2), (2,1), (3,4), (4,3) \} & \end{array}$$

أوجد $(g \circ h)(x)$ و $[h \circ g](x)$ للدالتين $g(x) = 3x - 4$ و $h(x) = x^2 - 1$

مثال 2

$$\begin{array}{ll} [g \circ h](x) = g[h(x)] & [h \circ g](x) = h[g(x)] \\ = g(x^2 - 1) & = h(3x - 4) \\ = 3(x^2 - 1) - 4 & = (3x - 4)^2 - 1 \\ = 3x^2 - 7 & = 9x^2 - 24x + 16 - 1 \\ & = 9x^2 - 24x + 15 \end{array}$$

تمارين:

أوجد $g \circ f$ و $f \circ g$ لكل زوج من الدوال، إذا كان ذلك ممكناً:

$$f = \{ (5, -2), (9, 8), (-4, 3), (0, 4) \}, \quad (2)$$

$$g = \{ (3, 7), (-2, 6), (4, -2), (8, 10) \}$$

$$f = \{ (-1, 2), (5, 6), (0, 9) \}, \quad (1)$$

$$g = \{ (6, 0), (2, -1), (9, 5) \}$$

أوجد $(g \circ f)(x)$ و $(f \circ g)(x)$ في كل ما يأتي، إذا كان ذلك ممكناً.

$$f(x) = x^2 - 1; g(x) = -4x^2 \quad (4)$$

$$f(x) = 2x + 7; g(x) = -5x - 1 \quad (3)$$

$$f(x) = 5x + 4; g(x) = 3 - x \quad (6)$$

$$f(x) = x^2 + 2x; g(x) = x - 9 \quad (5)$$

4-1

تدريبات المهارات

العمليات على الدوال

أوجد $(f+g)(x)$ و $(f-g)(x)$ و $(f \cdot g)(x)$ و $\left(\frac{f}{g}\right)(x)$ للدالتين $f(x)$ و $g(x)$ في كل ما يأتي:

$$f(x) = 3x + 1 \quad (2)$$

$$g(x) = 2x - 3$$

$$f(x) = x + 5 \quad (1)$$

$$g(x) = x - 4$$

$$f(x) = 3x^2 \quad (4)$$

$$g(x) = \frac{5}{x}$$

$$f(x) = x^2 \quad (3)$$

$$g(x) = 4 - x$$

أوجد $g \circ f$ و $f \circ g$ لكل زوج من الدوال الآتية، إذا كان ذلك ممكناً:

$$f = \{(0, -3), (1, 2), (2, 2)\} \quad (6)$$

$$g = \{(-3, 1), (2, 0)\}$$

$$f = \{(0, 0), (4, -2)\} \quad (5)$$

$$g = \{(0, 4), (-2, 0), (5, 0)\}$$

$$f = \{(6, 6), (-3, -3), (1, 3)\} \quad (8)$$

$$g = \{(-3, 6), (3, 6), (6, -3)\}$$

$$f = \{(-4, 3), (-1, 1), (2, 2)\} \quad (7)$$

$$g = \{(1, -4), (2, -1), (3, -1)\}$$

أوجد $(h \circ g)(x)$ و $[g \circ h](x)$ في كل ما يأتي، إذا كان ذلك ممكناً:

$$g(x) = -3x \quad (10)$$

$$h(x) = 4x - 1$$

$$g(x) = 2x \quad (9)$$

$$h(x) = x + 2$$

$$g(x) = x - 3 \quad (12)$$

$$h(x) = x^2$$

$$g(x) = x - 6 \quad (11)$$

$$h(x) = x + 6$$

$$g(x) = x + 2 \quad (14)$$

$$h(x) = 2x^2 - 3$$

$$g(x) = 5x \quad (13)$$

$$h(x) = x^2 + x - 1$$

إذا كان $f(x) = 3x$ و $g(x) = x+4$ و $h(x) = x^2-1$ ، فأوجد قيمة كل ما يأتي:

$$g[f(-1)] \quad (17)$$

$$g[h(0)] \quad (16)$$

$$f[g(1)] \quad (15)$$

$$h[f(10)] \quad (20)$$

$$g[h(-3)] \quad (19)$$

$$h[f(5)] \quad (18)$$

$$[f \circ (g \circ h)](-2) \quad (23)$$

$$[f \circ (h \circ g)](1) \quad (22)$$

$$f[h(8)] \quad (21)$$

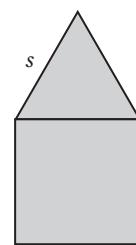
4-1

تدريبات حل المسألة

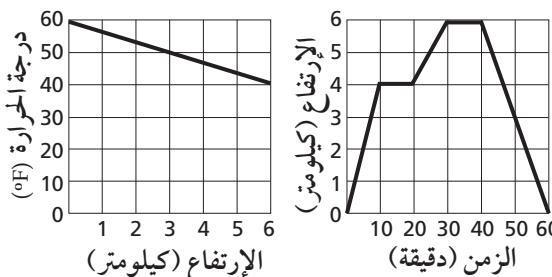
العمليات على الدوال

4) هندسة: صممت مجموعة مهندسين آلة تدبيس ورق، وكانت سرعة غرز الدبابيس (s) (بالأقدام لكل ثانية) بدلالة طول ذراع الآلة (l) (بالبوصة) تعطى بالعلاقة $l = 40 + 3s$. وحددت مجموعة أخرى من المهندسين عدد الأوراق N التي يمكن تدبيسها بدلالة السرعة (s) بالدالة $N(s) = \frac{s-10}{3}$. ما الدالة التي تعطي N بدلالة s ؟

1) المساحة: يريد خالد إيجاد مساحة الشكل التالي المكون من مثلث متطابق الأضلاع طول ضلعه (s) ومربع طول ضلعه (s). الدالة التي تعطي مساحة المثلث هي: $f(s) = \frac{\sqrt{3}}{4}s^2$ ، والدالة التي تعطي مساحة المربع هي $g(s) = s^2$. ما الدالة $h(s)$ التي تعطي مساحة الشكل كاملاً بدلالة (s)؟



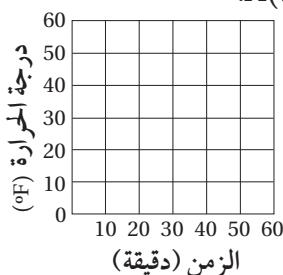
5) منطاد: ركب أحمد ومصعب منطاداً يسير بالهواء الساخن لمدة ساعة واحدة. لتكن ($T(A)$) درجة حرارة الهواء الخارجي بدلالة ارتفاع المنطاد (A). و($A(t)$) الدالة التي تعطي ارتفاع المنطاد بدلالة الزمن (t).



(a) ما الدالة التي تعطي درجة حرارة الهواء (T) بدلالة الزمن (t)؟

2) أسعار: قررت شركة حاسوب ضبط الأسعار والخصوصيات لتبقى لديها القدرة على المنافسة. الدالة $p(t)$ تعطي سعر البيع بالريال للحاسوب من الفئة A بدلالة الزمن (t). والدالة $D(t)$ تعطي قيمة خصم خاص لتشجيع الزبائن الدائمين. فكم ريالاً سيدفع زبون دائم ثمناً لشراء حاسوب من الفئة A بدلالة الزمن (t)؟

(b) ارسم الدالة التي حصلت عليها في الفرع a معتمداً على الشكلين السابقين اللذين يمثلان الدالتين $A(t)$ و $T(A)$.



3) حمم: قيست درجة حرارة حمم فكانت $2000^{\circ}F$ ، بدأت الحمم تبرد بحيث أن درجة حرارتها بعد زمن (t) تعطى بالدالة $T(t)$. إذا كانت $C(F)$ دالة تعطي درجة الحرارة السيليزية بدلالة الدرجة الفهرنهايتية. فما الدالة التي تعطي حرارة الحمم بالدرجات السيليزية بدلالة الزمن (t)؟

التدريبات الإثرائية

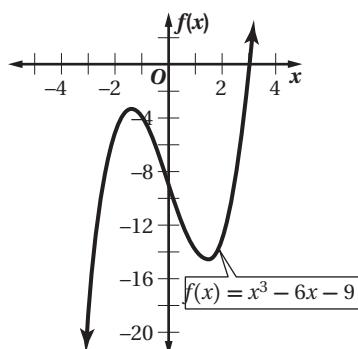
4-1

قيم عظمى محلية

يبين منحني الدالة $f(x) = x^3 - 6x - 9$ المجاور وجود قيمة عظمى محلية للدالة بين القيمتين -2 و -1 , ويمكنك الحصول على قيمة أكثر قرباً لهذه القيمة العظمى المحلية بمقارنة القيم في الجدول المجاور.

القيمة العظمى المحلية هي -3.3 لأقرب جزء من عشرة.

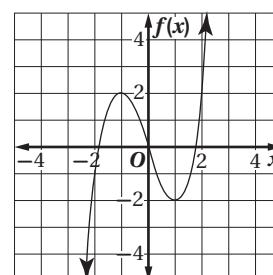
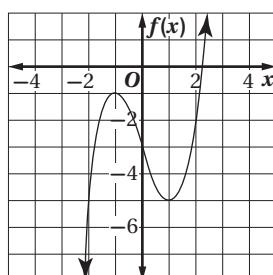
x	$f(x)$
-2	-5
-1.5	-3.375
-1.4	-3.344
-1.3	-3.397
-1	-4



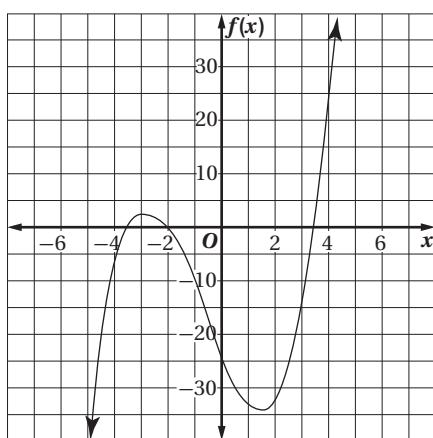
أوجد قيمة عظمى محلية لكل دالة مماثلة فيها يأني مقربة إلى أقرب جزء من عشرة.

$$f(x) = x^3 - 3x - 3 \quad (2)$$

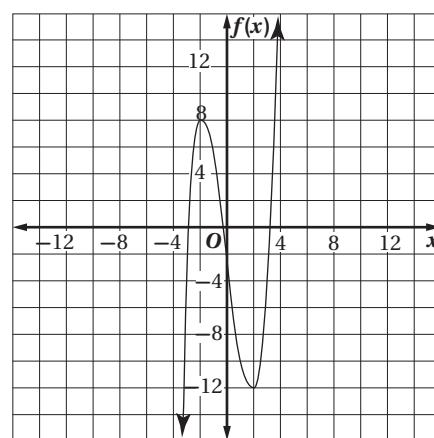
$$f(x) = x(x^2 - 3) \quad (1)$$



$$f(x) = x^3 + 2x^2 - 12x - 24 \quad (4)$$



$$f(x) = x^3 - 9x - 2 \quad (3)$$



4-2

تدريبات إعادة التعليم

العلاقات والدوال العكسية

إيجاد الدالة العكسية

تكون كل من العلاقاتين عكسية للأخرى، إذا وفقط إذا كان كل زوج مرتب مثل (a, b) يتضمن إلحادهما، فإن الزوج (b, a) يتضمن للأخرى.	العلاقات العكسية
افرض أن f^{-1} دالة كل منها عكسية للأخرى، فإن: $f(a) = b$ ، إذا وفقط إذا كان $f^{-1}(b) = a$.	خصائص الدوال العكسية

مثال أوجد الدالة العكسية للدالة $f(x) = \frac{2}{5}x - \frac{1}{5}$ ، ثم مثل $f(x)$ ودالتها العكسية بيانياً.

الخطوة 1: ضع y بدلاً من (x) في الدالة الأصلية.

$$f(x) = \frac{2}{5}x - \frac{1}{5} \rightarrow y = \frac{2}{5}x - \frac{1}{5}$$

الخطوة 2: بدل y ، مع بعضها $x = \frac{2}{5}y - \frac{1}{5}$

الخطوة 3: حل المعادلة السابقة في y .

$$y = \frac{2}{5}x - \frac{1}{5}$$

بضرب الطرفين بالعدد 5.

$$x = \frac{2}{5}y - \frac{1}{5}$$

$$5x = 2y - 1$$

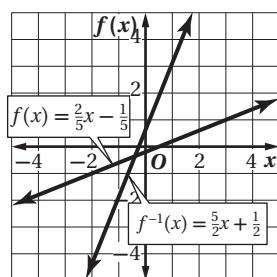
بجمع العدد 1 للطرفين

$$5x + 1 = 2y$$

بقسمة الطرفين على 2

$$\frac{1}{2}(5x + 1) = y$$

إذن، الدالة العكسية للدالة $f(x) = \frac{2}{5}x - \frac{1}{5}$ هي $f^{-1}(x) = \frac{1}{2}(5x + 1)$



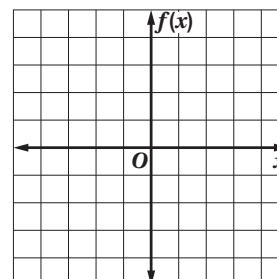
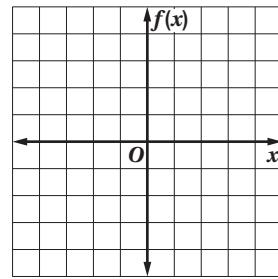
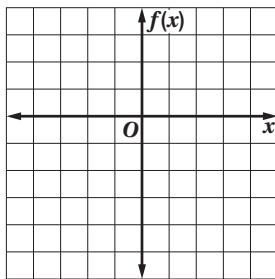
تمارين:

أوجد الدالة العكسية لكل دالة مما يأتي، ثم ارسم منحني الدالة، ومنحني الدالة العكسية.

$$f(x) = \frac{1}{4}x - 2 \quad (3)$$

$$f(x) = 2x - 3 \quad (2)$$

$$f(x) = \frac{2}{3}x - 1 \quad (1)$$



4-2

(تتمة)

الدروس المعاصرة

العلاقات والدوال العكسية

التحقق من الدالة العكسية

تكون كل من الدالتين $f(x)$ و $g(x)$ عكسية للأخرى إذا وفقط إذا كان:
 $[g \circ f](x) = x$ و $[f \circ g](x) = x$

الدوال العكسية

مثال 1 حدد إن كانت $f(x) = 2x - 7$ و $g(x) = \frac{1}{2}(x+7)$ كل منهما دالة عكسية للأخرى أم لا.

$$\begin{aligned} [g \circ f](x) &= g[f(x)] & [f \circ g](x) &= f[g(x)] \\ &= g(2x-7) & &= f\left[\frac{1}{2}(x+7)\right] \\ &= \frac{1}{2}(2x-7+7) & &= 2\left[\frac{1}{2}(x+7)\right]-7 \\ &= x & &= x+7-7 \\ & & &= x \end{aligned}$$

إذن، الدالتن $f(x)$ و $g(x)$ كل منهما عكسية للأخرى.

مثال 2 حدد إن كانت $f(x) = 4x + \frac{1}{3}$ و $g(x) = \frac{1}{4}x - 3$ كل منهما دالة عكسية للأخرى أم لا.

$$\begin{aligned} [f \circ g](x) &= f[g(x)] \\ &= f\left(\frac{1}{4}x-3\right) \\ &= 4\left(\frac{1}{4}x-3\right)+\frac{1}{3} \\ &= x-12+\frac{1}{3} \\ &= x-11\frac{2}{3} \end{aligned}$$

وبما أن $[f \circ g](x) \neq x$ ، فإن الدالتن ليس كل منها عكسية للأخرى.

ćمارين:

حدد إن كانت كل دالة تمثل دالة عكسية للأخرى أم لا في كل زوج مما يأتي. اكتب (نعم) أو (لا).

$$f(x) = \frac{1}{2}x - 10 \quad (3)$$

$$g(x) = 2x + \frac{1}{10}$$

$$f(x) = -2x + 3 \quad (6)$$

$$g(x) = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$$

$$f(x) = 4x + \frac{1}{2} \quad (9)$$

$$g(x) = \frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$$

$$f(x) = 9 + \frac{3}{2}x \quad (12)$$

$$g(x) = \frac{2}{3}x - 6$$

$$f(x) = \frac{1}{4}x + 5 \quad (2)$$

$$g(x) = 4x - 20$$

$$f(x) = 8x - 12 \quad (5)$$

$$g(x) = \frac{1}{8}x + 12$$

$$f(x) = 2x - \frac{3}{5} \quad (8)$$

$$g(x) = \frac{1}{10}(5x + 3)$$

$$f(x) = 4x - \frac{4}{5} \quad (11)$$

$$g(x) = \frac{x}{4} + \frac{1}{5}$$

$$f(x) = 3x - 1 \quad (1)$$

$$g(x) = \frac{1}{3}x + \frac{1}{3}$$

$$f(x) = 2x + 5 \quad (4)$$

$$g(x) = 5x + 2$$

$$f(x) = 4x - \frac{1}{2} \quad (7)$$

$$g(x) = \frac{1}{4}x + \frac{1}{8}$$

$$f(x) = 10 - \frac{x}{2} \quad (10)$$

$$g(x) = 20 - 2x$$

4-2 تدريبات المهارات

العلاقات والدوال العكسية

أوجد الدالة العكسية لكل دالة مما يأتي:

$$\{(-7, 1), (0, 5), (5, -1)\} \quad (2)$$

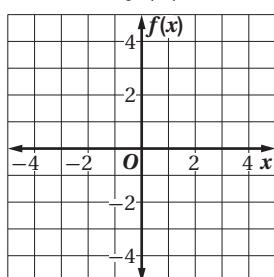
$$\{(3, 1), (4, -3), (8, -3)\} \quad (1)$$

$$\{(0, -9), (5, -3), (6, 6), (8, -3)\} \quad (4) \quad \{(-10, -2), (-7, 6), (-4, -2), (-4, 0)\} \quad (3)$$

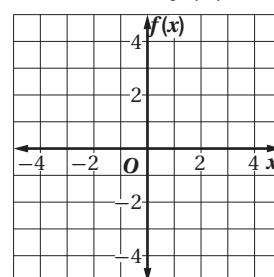
$$\{(-4, 1), (-4, 3), (0, -8), (8, -9)\} \quad (6) \quad \{(-4, 12), (0, 7), (9, -1), (10, -5)\} \quad (5)$$

أوجد الدالة العكسية لكل دالة مما يأتي، ثم مثل الدالتين الأصلية والعكسية بيانياً.

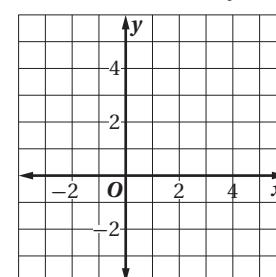
$$f(x) = x + 2 \quad (9)$$



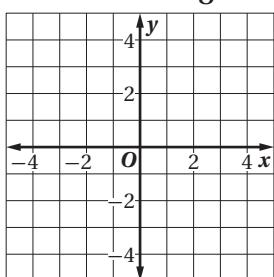
$$f(x) = 3x \quad (8)$$



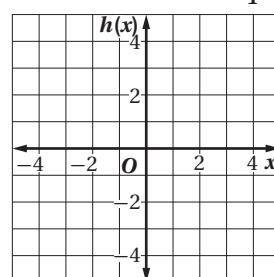
$$y = 4 \quad (7)$$



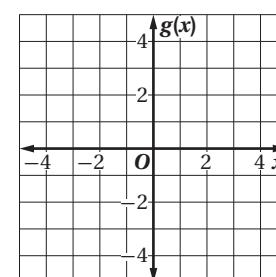
$$y = \frac{2}{3}x + 2 \quad (12)$$



$$h(x) = \frac{1}{4}x \quad (11)$$



$$g(x) = 2x - 1 \quad (10)$$



حدد إن كانت كل دالة تمثل دالة عكسية للأخرى أم لا في كل زوج مما يأتي. اكتب (نعم) أو (لا).

$$f(x) = 5x - 5 \quad (15)$$

$$g(x) = \frac{1}{5}x + 1$$

$$f(x) = 2x + 3 \quad (14)$$

$$g(x) = \frac{1}{2}(x - 3)$$

$$f(x) = x - 1 \quad (13)$$

$$g(x) = 1 - x$$

$$f(x) = 8x - 10 \quad (18)$$

$$g(x) = \frac{1}{8}x + \frac{5}{4}$$

$$h(x) = 6x - 2 \quad (17)$$

$$g(x) = \frac{1}{6}x + 3$$

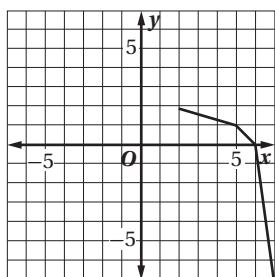
$$f(x) = 2x \quad (16)$$

$$g(x) = \frac{1}{2}x$$

4-2 تدريبات حل المسألة

العلاقات والدوال العكسية

- (4) وجد فهد تمثيلاً بيانياً غير مكتمل لدالة ما، ويعلم أن الدالة هي دالة عكسية لنفسها، الشكل التالي يمثل الجزء الذي وجده فهد. أكمل تمثيل جزء المنحنى المقابل لقيم x من -7 إلى 2.



1) الحجم: يريد عامر أن يصنع وعاءً كروي الشكل يتسع لنصف متر مكعب من الماء. ويعلم أن حجمه V بدلالة نصف قطره r يعطى بالدالة $V = \frac{4}{3}\pi r^3$. ولكنه يريد معرفة r بدلالة V . أوجد هذه الدالة العكسية.

- (5) الكواكب: المسافة التقريرية بين أحد الكواكب والشمس تُعطى بالمعادلة: $d = T^{\frac{2}{3}}$, حيث d المسافة بالوحدات الفلكية، و T مدة دورته بالسنوات على الأرض. (الوحدة الفلكية هي المسافة بين الأرض والشمس).
أوجد T بدلالة d .

2) تمارين رياضية: وضع سالم برنامجاً لممارسة التمارين الرياضية بانتظام، ولتحقيق أكبر فائدة ممكنة، حسب سالم أقصى معدل لعدد ضربات القلب مستعملاً الدالة $f(x) = 0.85(220-x)$, حيث x تمثل عمره. أوجد الدالة العكسية للدالة $f(x)$.

- (3) صواريخ: ارتفاع صاروخ بالأقدام كدالة في الزمن (t) (بالثانية) حيث $t \geq 0$ يعطى بالدالة $f(t) = 49t^2$.
أوجد الدالة العكسية لددالة f . وحدد الزمن عندما كان الارتفاع 10 و 20 و 1000 قدم. قرّب إجابتك إلى أقرب جزء من مئة من الثانية.

التدريبات الإثرائية

قراءة في الجبر

كلمة زمرة لها معنى خاص في الرياضيات، والعبارات المرقمة التالية توضح فكرة الزمرة، وهي مثال ممتع للزمرة أيضاً.

- (1) إن أي مجموعة من العناصر مع عملية ثنائية عليها تشكل زمرة إذا تحققت الشروط الأربع الآتية: المجموعة مغلقة تحت تأثير العملية، والعملية تجتمعية، ويوجد في المجموعة عنصر محايد، وكل عنصر في المجموعة له نظير في المجموعة نفسها.

(2) والدوال السست التالية مع عملية تركيب الدوال تشكل زمرة:

$$f_1(x)=x, f_2(x)=\frac{1}{x}, f_3(x)=1-x, f_4(x)=\frac{(x-1)}{x}, f_5(x)=\frac{x}{(x-1)}, f_6(x)=\frac{1}{(1-x)}$$

(3) هذه الزمرة مثال للزمور غير التبديلية. فمثلاً $f_3 \circ f_2 = f_4$ بينما $f_2 \circ f_3 = f_6$.

(4) يمكن تجريب بعض الحالات للتحقق من أن f_1 عنصر محايد لهذه الزمرة.

(5) كل دالة هي دالة عكسية لنفسها باستثناء الدالتين f_4 و f_6 اللتين كل منهما دالة عكسية للأخرى.

أجب عن كل من الأسئلة الآتية:

- (1) اشرح المقصود بالقول "مجموعة مغلقة تحت تأثير عملية". هل مجموعة الأعداد الصحيحة الموجبة مغلقة تحت تأثير عملية الطرح؟

(2) الطرح عملية غير إبدالية على مجموعة الأعداد الصحيحة. اكتب تعريفاً من عندك للعملية غير الإبدالية.

(3) ما العنصر المحايد لعملية الضرب على الأعداد الصحيحة؟ بره إجابتك.

(4) اشرح كيف ترتبط العبارة الآتية مع العبارة رقم (5) السابقة.

$$(f_6 \circ f_4)(x) = f_6[f_4(x)] = f_6\left(\frac{(x-1)}{x}\right) = \frac{1}{1 - \frac{(x-1)}{x}} = x = f_1(x)$$

4-3

تَدْرِيُّبٌ إِعْدَادِ التَّعْلِيمِ

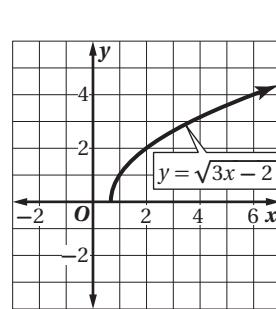
دوال ومتباينات الجذر التربيعي

دوال الجذر التربيعي: الدالة التي تحتوي على الجذر التربيعي تسمى **دالة الجذر التربيعي**، ومجملها جميع القيم التي تكون عندها ما تحت الجذر موجباً أو صفرأ.

مثل الدالة $y = \sqrt{3x - 2}$ بيانياً، وأوجد مجملها ومداها.

مثال

بما أن ما تحت الجذر التربيعي لا يكون سالباً، فإن مجال الدالة هو $3x - 2 \geq 0$ ، ومنه تكون $x \geq \frac{2}{3}$. ومقطع المنحنى مع المحور x هو $\frac{2}{3}$ ، والمدى هو $y \geq 0$. صمم جدول لبعض قيم x ، واستعمله في تمثيل الدالة.

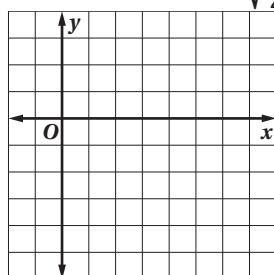


x	y
$\frac{2}{3}$	0
1	1
2	2
3	$\sqrt{7}$

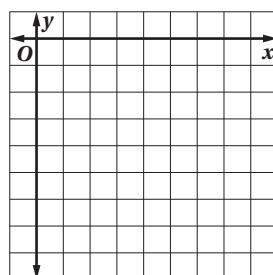
تمارين:

مثل كل دالة بيانياً، وأوجد مجملها ومداها.

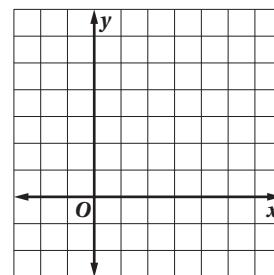
$$y = -\sqrt{\frac{x}{2}} \quad (3)$$



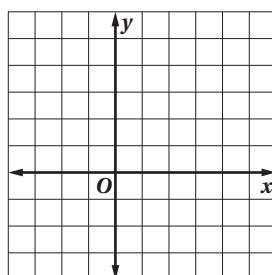
$$y = -3\sqrt{x} \quad (2)$$



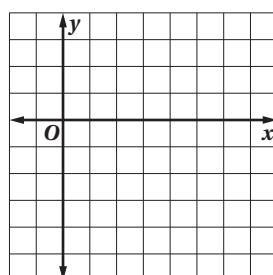
$$y = \sqrt{2x} \quad (1)$$



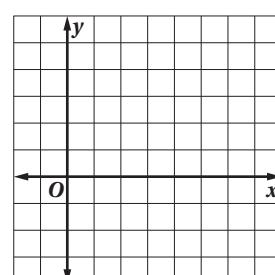
$$y = \sqrt{2x + 5} \quad (6)$$



$$y = -\sqrt{2x - 3} \quad (5)$$



$$y = 2\sqrt{x - 3} \quad (4)$$



4-3

(تتمة)

تدريبات إعادة التعليم

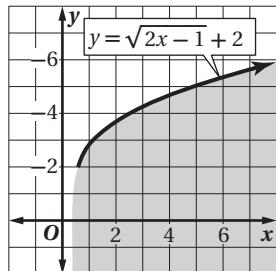
دوال ومتباينات الجذر التربيعي

متباينات الجذر التربيعي: المتباينة التي تحتوي الجذر التربيعي لمتغير تسمى **متباينة الجذر التربيعي**. استعمل معلوماتك حول تمثيل دوال الجذر التربيعي، والمتباينات بيانياً، في تمثيل متباينات الجذر التربيعي.

مثال 1 مثل المتباينة $y \leq \sqrt{2x-1} + 2$ بيانياً.

مثل المعادلة المرتبطة بالمتباينة: $y = \sqrt{2x-1} + 2$.
المنحنى متضمن في حل المتباينة كما هو في الشكل المجاور.

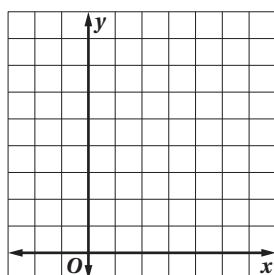
يتضمن مجال الدالة القيم $x \geq \frac{1}{2}$
لذا يكون التمثيل البياني للمتباينة واقعاً على يمين المستقيم $x = \frac{1}{2}$



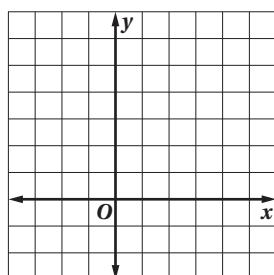
تمارين:

مثل كل متباينة بيانياً:

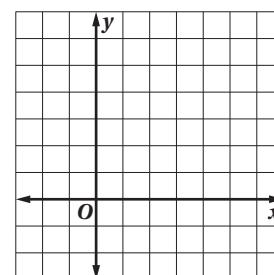
$$y < 3\sqrt{2x-1} \quad (3)$$



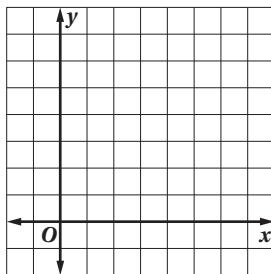
$$y > \sqrt{x+3} \quad (2)$$



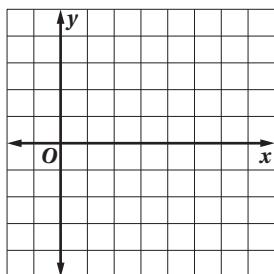
$$y < 2\sqrt{x} \quad (1)$$



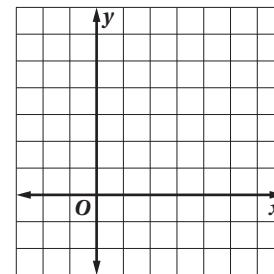
$$y > 2\sqrt{2x-3} \quad (6)$$



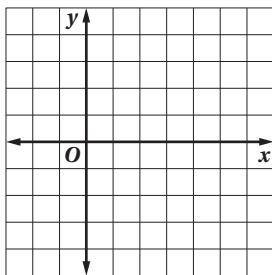
$$y \geq \sqrt{x+1} - 4 \quad (5)$$



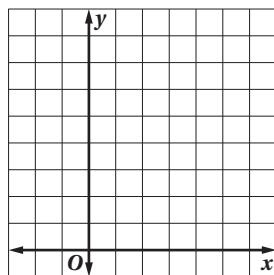
$$y < \sqrt{3x-4} \quad (4)$$



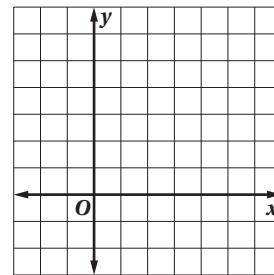
$$y < 2\sqrt{2x-1} - 4 \quad (9)$$



$$y \leq \sqrt{4x-2} + 1 \quad (8)$$



$$y \geq \sqrt{3x+1} - 2 \quad (7)$$

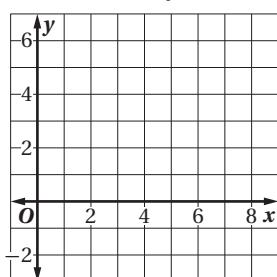


4-3

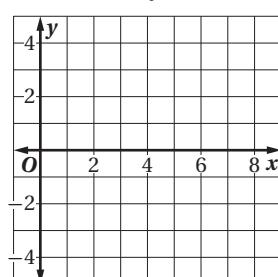
دوال ومتباينات الجذر التربيعي

مثل كل دالة بيانياً، وأوجد مجالها ومدتها

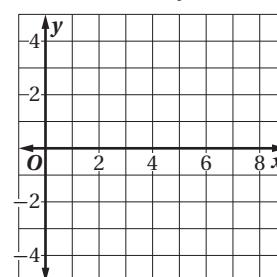
$$y = 2\sqrt{x} \quad (3)$$



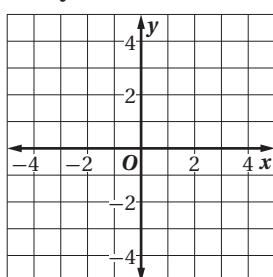
$$y = -\sqrt{3x} \quad (2)$$



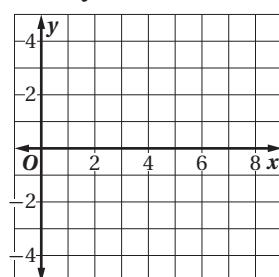
$$y = \sqrt{2x} \quad (1)$$



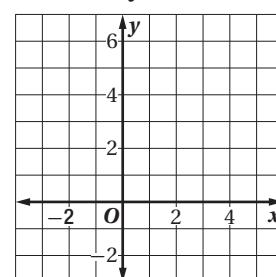
$$y = \sqrt{x + 4} - 2 \quad (6)$$



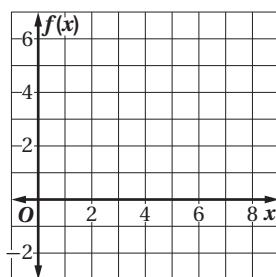
$$y = -\sqrt{2x - 5} \quad (5)$$



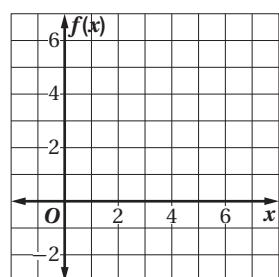
$$y = \sqrt{x + 3} \quad (4)$$



$$f(x) \leq \sqrt{4x - 3} \quad (9)$$

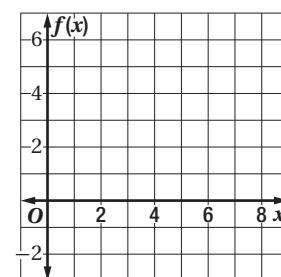


$$f(x) \geq \sqrt{x + 1} \quad (8)$$



مثل كل متباينة بيانياً:

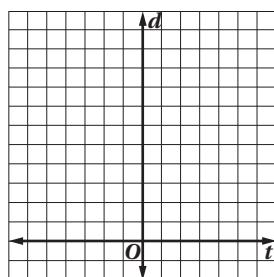
$$f(x) < \sqrt{4x} \quad (7)$$



4-3

دوال ومتباينات الجذر التربيعي

- 4) مسافات: يقف مدرب فريق دراجات على جانب طريق يراقب أحد الدراجين الذين يدرّبهم أثناء سيره على الطريق، والمسافة بين المدرب والدراج تُعطى بالعلاقة $d = \sqrt{9 + 36t^2}$. مثل هذه الدالة بيانياً. وأوجد المسافة بين المدرب والدراج بعد 3 ثواني. قرب إجابتك لأقرب جزء من مئة



- 5) النجوم: تناسب كثافة الضوء المنبعث من مصدر عكسيًا مع مربع المسافة، وبالرموز $I = \frac{k}{d^2}$ ، حل المعادلة لإيجاد d بدلالة I

1) مربعات: يريد محمود إنشاء حديقة منزلية مربعة الشكل مساحتها 625 ft^2 . ما أبعاد الحديقة؟

- 2) البندول: الزمن الذي يستغرقه بندول للتحرك اهتزازة

كاملة يُعطى بالعلاقة:

$$p = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

حيث L طول البندول بالأمتار، و g تسارع الجاذبية الأرضية ($g = 9.8 \text{ m/s}^2$).

أوجد زمن اهتزازة بندول طوله 0.65 m، قرب إجابتك إلى أقرب جزء من عشرة.

- 3) ردة الفعل: يريد صالح وسعد قياس ردات فعل بعضهما بعضاً. يُسقط صالح مسطرة من ارتفاع معين لتسقط بين، إصبعي يد سعد (الإبهام والسبابة). ويحاول سعد الإمساك بالمسطرة قبل أن تسقط من يده. الزمن المتطلب للإمساك بالمسطرة يُعطى

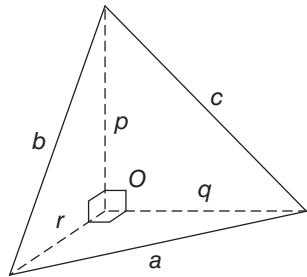
بالعلاقة $t = \frac{\sqrt{d}}{4}$ ، حيث d مقاسة بالأقدام. أكمل الجدول التالي. قرب إجابتك لأقرب جزء من مئة.

زمن ردة الفعل (بالثواني)	المسافة (بالبوصة)
	3
	6
	9
	12

التدريبات الإثائية

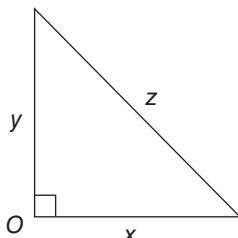
4-3

قراءة في الجبر



إذا تشابهت مسائلتان رياضيتان في البنية فيقال أنها متماثلتان.
 واستعمال المُماثل إحدى الطرق للاستكشاف، وبرهنة النظريات الجديدة.
 والعبارات المرقمة التالية تبيّن المُماثل ثلاثي الأبعاد لنظرية فيثاغورس.

- (1) افرض أن لديك مجسمًا رباعي السطوح فيه ثلاثة أوجه متعمدة تلتقي في الرأس O .
- (2) وافرض أنك تريد معرفة ارتباط المساحات C, B, A للأوجه الثلاثة المتعمدة بمساحة السطح الرابع (D) المقابل للرأس O .
- (3) من الطبيعي أن تتوقع صيغة مماثلة لنظرية فيثاغورس $x^2 + y^2 = z^2$ ، وتكون صحيحة للحالات المشابهة ذات البعدين.



- (4) لتكشف الصيغة في حالة الأشكال ثلاثية الأبعاد، عليك أن تقترح صيغة، وبرهن صحتها.

(5) الاقتراحان التاليان معقولان:

$$D^3 = A^3 + B^3 + C^3 \quad \text{و} \quad D^2 = A^2 + B^2 + C^2$$

بالرجوع إلى العبارات المرقمة السابقة، أجب عن الأسئلة التالية:

- (1) استعمل العبارة رقم 1 والشكل العلوي. اكتب تعريفاً من عندك للشكل رباعي السطوح.

(2) استعمل العبارة رقم 2 والشكل العلوي. ما أطوال أضلاع كل سطح في الشكل رباعي السطوح؟

(3) أعد كتابة العبارة رقم 1 لتناسب وضعياً مماثلاً ذا بعدين.

(4) بالرجوع إلى الشكل العلوي، اكتب عبارات للمساحات A و B و C المذكورة في العبارة رقم 2.

(5) اكتب عبارات للمتغيرات a و b و c بدلاً من p و q و r ، ولتكشف حالة مماثلة ذات ثلاثة أبعاد، استعمل نظرية فيثاغورس للحصول على هذه العبارات.

(6) أي اقتراح في العبارة رقم 5 يبدو أكثر معقولية؟ بِرْرِ إجابتك.

تَدْرِيُّبٌ إِعْدَادَةُ التَّعْلِيم

4-4

الجذر النوني

تبسيط الجذور

الجذر التربيعي لأي عددين حقيقيين a, b ، إذا كان $a^2=b$ ، فإن a جذر تربيعي لـ b
الجذر النوني لأي عددين حقيقيين a, b ، وأي عدد صحيح موجب n ، إذا كان $a^n=b$ ، فإن a جذر نوني للعدد b .
الجذور النونية الحقيقة $\sqrt[n]{b}$ و $\sqrt[n]{\overline{b}}$ إذا كان n عددًا زوجيًّا، و $0 < b$ ، فإن b له جذر حقيقي واحد موجب، وجذر حقيقي واحد سالب، الجذر الموجب هو الجذر الرئيس. إذا كان n عددًا فرديًّا و $0 > b$ ، فإن b له جذر حقيقي واحد موجب. إذا كان n عددًا زوجيًّا و $0 < b$ ، فإنه لا يوجد للعدد b جذور حقيقة. إذا كان n عددًا فرديًّا و $0 < b$ ، فإنه يوجد للعدد b جذر حقيقي واحد سالب.

$$-\sqrt[3]{(2a-1)^6}$$

مثال 2

$$\sqrt{49z^8}$$

مثال 1

$$-\sqrt[3]{(2a-1)^6} = -\sqrt[3]{[(2a-1)^2]^3} = -(2a-1)^2$$

$$\sqrt{49z^8} = \sqrt{(7z^4)^2} = 7z^4$$

z^4 عدد موجب، فلا داعي لأخذ القيمة المطلقة

تمارين:

بسط كلًا ما يأْتِي:

$$\sqrt{144p^6} \quad (3)$$

$$\sqrt[3]{-343} \quad (2)$$

$$\sqrt{81} \quad (1)$$

$$-\sqrt[3]{m^6n^9} \quad (6)$$

$$\sqrt[5]{243p^{10}} \quad (5)$$

$$\pm \sqrt{4a^{10}} \quad (4)$$

$$\sqrt{121x^6} \quad (9)$$

$$\sqrt{16a^{10}b^8} \quad (8)$$

$$\sqrt[3]{-b^{12}} \quad (7)$$

$$-\sqrt[3]{-27p^6} \quad (12)$$

$$\pm \sqrt{169r^4} \quad (11)$$

$$\sqrt{(4k)^4} \quad (10)$$

$$\sqrt{100x^2y^4z^6} \quad (15)$$

$$\sqrt{36q^{34}} \quad (14)$$

$$-\sqrt{625y^2z^4} \quad (13)$$

$$\sqrt{0.64p^{10}} \quad (18)$$

$$-\sqrt{-0.36} \quad (17)$$

$$\sqrt[3]{-0.027} \quad (16)$$

$$\sqrt[3]{(5a^2b)^6} \quad (21)$$

$$\sqrt{(11y^2)^4} \quad (20)$$

$$\sqrt[4]{(2x)^8} \quad (19)$$

$$\sqrt{36x^2 - 12x + 1} \quad (24)$$

$$\sqrt[3]{(m-5)^6} \quad (23)$$

$$\sqrt{(3x-1)^2} \quad (22)$$

4-4

تَدْرِيُّبٌ إِعْدَادُ التَّعْلِيمِ

الجذر النوني

تقريب الجذور باستعمال الآلة الحاسبة

هو العدد الذي لا يمكن التعبير عنه بكسر عشري منتهٍ أو دوري.	العدد غير النسبي
--	------------------

الجذور مثل $\sqrt{2}$ و $\sqrt{3}$ أمثلة للأعداد غير النسبية. ويُستعمل تقريب الكسور العشرية في تقريب قيم الأعداد غير النسبية في التطبيقات عادة. ويمكنك إيجاد هذه القيم التقريبية بسهولة بوساطة الآلة الحاسبة.

استعمل الآلة الحاسبة لإيجاد قيمة $\sqrt[5]{18.2}$ مقربة لأقرب جزء من ألف.

مثال

$$\sqrt[5]{18.2} \approx 1.787$$

تمارين:

استعمل الآلة الحاسبة لإيجاد قيمة كل مما يأتي مقربة إلى أقرب جزء من ألف.

(3) $\sqrt[3]{0.054}$

(2) $\sqrt{1050}$

(1) $\sqrt{62}$

(6) $\sqrt{18600}$

(5) $\sqrt{5280}$

(4) $-\sqrt[4]{5.45}$

(9) $\sqrt[5]{100}$

(8) $\sqrt[3]{-15}$

(7) $\sqrt[4]{0.095}$

(12) $\sqrt{0.05}$

(11) $\sqrt{3200}$

(10) $\sqrt[6]{856}$

(15) $-\sqrt[4]{500}$

(14) $\sqrt{0.60}$

(13) $\sqrt{12500}$

(18) $\sqrt{75}$

(17) $\sqrt[6]{4200}$

(16) $\sqrt[3]{0.15}$

(19) الانزلاق: تستعمل شرطة السير الصيغة $r=2\sqrt{5L}$ لتقدير سرعة سيارة (r) بالأميال لكل ساعة، عندما تنزلق مسافة (L) بالأقدام. قدر سرعة سيارة بالأميال لأقرب جزء من عشرة إذا انزلقت مسافة 300 ft قبل أن تتوقف.

(20) رحلات الفضاء: تقدر المسافة الأفقية (d) بالأميال من مركبة فضائية تدور على ارتفاع (h) ميلاً فوق سطح الأرض بالمعادلة $d=\sqrt{8000h+h^2}$. ما المسافة الأفقية المقدرة من مركبة تدور على ارتفاع 150 ميلاً فوق سطح الأرض؟

٤-٤ تدريبات المهارات

الجذر النوني

استعمل الآلة الحاسبة لإيجاد قيمة كل ما يأتي مقربة لثلاث منازل عشرية.

$$\sqrt{38} \quad (2)$$

$$\sqrt{230} \quad (1)$$

$$\sqrt{5.6} \quad (4)$$

$$-\sqrt{152} \quad (3)$$

$$\sqrt[3]{-222} \quad (6)$$

$$\sqrt[3]{88} \quad (5)$$

$$\sqrt[5]{500} \quad (8)$$

$$-\sqrt[4]{0.34} \quad (7)$$

بَسْط كَلَّا مَا يَأْتِي:

$$\sqrt{144} \quad (10)$$

$$\pm\sqrt{81} \quad (9)$$

$$\sqrt{-5^2} \quad (12)$$

$$\sqrt{(-5)^2} \quad (11)$$

$$-\sqrt{\frac{4}{9}} \quad (14)$$

$$\sqrt{0.36} \quad (13)$$

$$-\sqrt[3]{27} \quad (16)$$

$$\sqrt[3]{-8} \quad (15)$$

$$\sqrt[5]{32} \quad (18)$$

$$\sqrt[3]{0.064} \quad (17)$$

$$\sqrt{y^2} \quad (20)$$

$$\sqrt[4]{81} \quad (19)$$

$$\sqrt{64x^6} \quad (22)$$

$$\sqrt[3]{125c^3} \quad (21)$$

$$\sqrt{m^8p^4} \quad (24)$$

$$\sqrt[3]{-27a^6} \quad (23)$$

$$\sqrt[4]{16w^4v^8} \quad (26)$$

$$-\sqrt{100p^4t^2} \quad (25)$$

$$\sqrt{(a+b)^2} \quad (28)$$

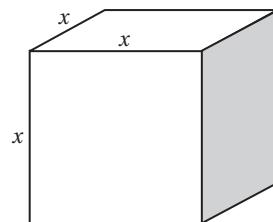
$$\sqrt{(-3c)^4} \quad (27)$$

تدریيات حل المسألة

4-4

الجذر النوني

- 1) مكعبات: يريد سعود بناء مخزن مكعب الشكل سعنته 1728 قدمًا مكعبًا. كم ستكون أبعاد المخزن؟



- 4) البندول: يتحرك بندول طوله (L) قدمًا على أن يكون زمن الاهتزازة الواحدة (T) يُعطى بالعلاقة $T=2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ ، g ، تسارع الجاذبية الأرضية وهي $.32 \text{ ft/s}^2$

(a) إذا كان طول البندول 2 ft . فما زمن اهتزازته؟

(b) إذا كان زمن اهتزازة بندول 1.74 s ، فما طول البندول بالأقدام.

- 2) الفلك: تمثل المعادلة $a=\sqrt[3]{p^2}$ حالة خاصة لقانون كبلر الثالث المتعلق بحركة الكواكب. حيث a معدل بُعد الكوكب عن الشمس بالوحدات الفلكية، و p الفترة الزمنية بالسنوات لدورة الكوكب. إذا كانت دورة كوكب المشتري تستغرق 12 سنة. فما بُعده عن الشمس بالوحدات الفلكية؟

- 3) هامش الربح: تبلغ تكاليف سلعة لدى تاجر جملة D ريالاً، وبيعها لتاجر توزيع بربح $P\%$. وبيعها تاجر التوزيع لتاجر تجزئة بربح $P\%$. وبيعها تاجر التجزئة للمستهلك بربح $P\%$. ما السعر الذي يشتري به المستهلك؟ وإذا اشتري المستهلك السلعة بمبلغ 80 ريالاً، وكانت تكلفتها على تاجر الجملة 29.15 . $P\%$. فما نسبة الربح؟

4-4

التدريبات الإثرائية

تقريب الجذور التربيعية

لديك المفوكك التالي:

$$\begin{aligned} \left(a + \frac{b}{2a}\right)^2 &= a^2 + \frac{2ab}{2a} + \frac{b^2}{4a^2} \\ &= a^2 + b + \frac{b^2}{4a^2} \end{aligned}$$

افترض أن قيمة a كبيرة جداً مقارنة بقيمة b . عندها تكون القيمة $\frac{b^2}{4a^2}$ صغيرة جداً، لدرجة أنه يمكن إهمالها في التقريب.

$$\left(a + \frac{b}{2a}\right)^2 \approx a^2 + b \quad \text{أي ان}$$

$$a + \frac{b}{2a} \approx \sqrt{a^2 + b}$$

اففترض أن عدداً يمكن التعبير عنه على الصورة $a^2 + b$ ، حيث $a > b$ ، فإن القيمة التقريبية للجذر التربيعي للمقدار $a^2 + b$ تساوي $a + \frac{b}{2a}$. وكذلك يمكنك التوصل إلى القيمة التقريبية

$$a - \frac{b}{2a} \approx \sqrt{a^2 - b}$$

استخدم الصيغة $\sqrt{a^2 \pm b} \approx a \pm \frac{b}{2a}$ لتقريب قيمي $\sqrt{101}$ و $\sqrt{622}$

مثال

$$\sqrt{622} = \sqrt{625 - 3} = \sqrt{25^2 - 3} \quad (b)$$

$$\sqrt{101} = \sqrt{100 + 1} = \sqrt{10^2 + 1} \quad (a)$$

لتكن $b = 3$ و $a = 25$

لتكن $b = 1$ و $a = 10$

$$\sqrt{622} \approx 25 - \frac{3}{2(25)}$$

$$\sqrt{101} \approx 10 + \frac{1}{2(10)}$$

$$\approx 24.94$$

$$\approx 10.05$$

تمارين:

استعمل الصيغة السابقة لتقريب كل قيمة مما يأتي إلى أقرب جزء من مئة.تحقق من إجابتك مستعملاً الآلة الحاسبة.

$$\sqrt{402} \quad (3)$$

$$\sqrt{99} \quad (2)$$

$$\sqrt{626} \quad (1)$$

$$\sqrt{80} \quad (6)$$

$$\sqrt{223} \quad (5)$$

$$\sqrt{1604} \quad (4)$$

$$\sqrt{3575} \quad (9)$$

$$\sqrt{2505} \quad (8)$$

$$\sqrt{4890} \quad (7)$$

$$\sqrt{260} \quad (12)$$

$$\sqrt{290} \quad (11)$$

$$\sqrt{1441100} \quad (10)$$

$$(13) \text{ بّيـنـ أنـ } a > b \text{ حـيـثـ } a - \frac{b}{2a} \approx \sqrt{a^2 - b}$$

تَدْرِيُّبٌ إِعْدَادُ التَّعْلِيمِ

العمليات على العبارات الجذرية

تبسيط الجذور

لأي عددين حقيقيين a و b ، وأي عدد صحيح $n > 1$:

(1) إذا كان n عدداً زوجياً، a, b غير سالبين، فإن $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$.

(2) إذا كان n عدداً فردياً، فإن $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$.

خاصية ضرب الجذور

اتبع الخطوات التالية لتبسيط الجذور التربيعية:

(1) حلل ما تحت الجذور إلى مربعات ما أمكن ذلك.

(2) استعمل خاصية ضرب الجذور لفصل المربعات الكاملة.

(3) بسط كل جذر.

لأي عددين حقيقيين a و $b \neq 0$ ، وأي عدد صحيح

$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$ إذا كانت جميع الجذور معروفة.

خاصية قسمة الجذور

للتخالص من الجذور في المقام، والكسور من المقدار تحت الجذور، اضرب كلاً من البسط والمقام بمقدار يسهل إيجاد الجذر الدقيق (إنطاق المقام).

$$\sqrt{\frac{8x^3}{45y^5}}$$

مثال 2

خاصية قسمة الجذور

$$\sqrt{\frac{8x^3}{45y^5}} = \frac{\sqrt{8x^3}}{\sqrt{45y^5}}$$

بالتحليل إلى مربعات

$$= \frac{\sqrt{(2x)^2 \cdot 2x}}{\sqrt{(3y^2)^2 \cdot 5y}}$$

خاصية الضرب

$$= \frac{\sqrt{(2x)^2} \cdot \sqrt{2x}}{\sqrt{(3y^2)^2} \cdot \sqrt{5y}}$$

بالتبسيط

$$= \frac{2|x|\sqrt{2x}}{3y^2\sqrt{5y}}$$

إنطاق المقام

$$= \frac{2|x|\sqrt{2x}}{3y^2\sqrt{5y}} \cdot \frac{\sqrt{5y}}{\sqrt{5y}}$$

بالتبسيط

$$= \frac{2|x| \sqrt{10xy}}{15y^3}$$

$$\sqrt[3]{-16a^5b^7}$$

مثال 1

$$\sqrt[3]{-16a^5b^7} = \sqrt[3]{(-2)^3 \cdot 2 \cdot a^3 \cdot a^2 \cdot (b^2)^3 \cdot b}$$

$$= -2ab^2\sqrt[3]{2a^2b}$$

بسط

$$\sqrt{75x^4y^7} \quad (3)$$

$$\sqrt[4]{32a^9b^{20}} \quad (2)$$

$$5\sqrt{54} \quad (1)$$

$$\sqrt[3]{\frac{p^5q^3}{40}} \quad (6)$$

$$\sqrt{\frac{a^6b^3}{98}} \quad (5)$$

$$\sqrt{\frac{36}{125}} \quad (4)$$

تمارين:

بسط كلاً ما يأتي:

4-5 تدريبات إعادة التعليم

(تتمة)

العمليات على العبارات الجذرية

العمليات على الجذور: يمكنك جمع الجذور المتشابهة فقط عند جمع عبارات تحتوي على جذور. ويكون جذران متشابهين إذا كان لها الدليل نفسه، وما تحت الجذر نفسه.

تستعمل خصائص الضرب والقسمة في ضرب الجذور، وإيجاد ناتج $(a\sqrt{b}+c\sqrt{d}) \cdot (e\sqrt{f}+g\sqrt{h})$ استعمل خاصية التوزيع. وإنطلاق المقام استعمل المراافق. تُعد كل من ثانية الحد اللتين على الصورة $a\sqrt{b}-c\sqrt{d}$ حيث a, b, c, d أعداد نسبية، مرافقة للأخرى. وحاصل ضرب المقدار بمراافقه عدد نسبي دائمًا.

مثال 1 بَسْط

$$\begin{aligned} 2\sqrt{50} + 4\sqrt{500} - 6\sqrt{125} &= 2\sqrt{5^2 \cdot 2} + 4\sqrt{10^2 \cdot 5} - 6\sqrt{5^2 \cdot 5} \\ &= 2 \cdot 5 \cdot \sqrt{2} + 4 \cdot 10 \cdot \sqrt{5} - 6 \cdot 5 \cdot \sqrt{5} \\ &= 10\sqrt{2} + 40\sqrt{5} - 30\sqrt{5} \\ &= 10\sqrt{2} + 10\sqrt{5} \end{aligned}$$

تبسيط العبارات الجذرية
بالضرب
بدمج المحدود المتشابه

مثال 3 بَسْط

$$\begin{aligned} \frac{2-\sqrt{5}}{3+\sqrt{5}} &= \frac{2-\sqrt{5}}{3+\sqrt{5}} \cdot \frac{3-\sqrt{5}}{3-\sqrt{5}} \\ &= \frac{6-2\sqrt{5}-3\sqrt{5}+(\sqrt{5})^2}{3^2-(\sqrt{5})^2} \\ &= \frac{6-5\sqrt{5}+5}{9-5} \\ &= \frac{11-5\sqrt{5}}{4} \end{aligned}$$

مثال 2 بَسْط

$$\begin{aligned} (2\sqrt{3}-4\sqrt{2})(\sqrt{3}+2\sqrt{2}) &= (2\sqrt{3}-4\sqrt{2})(\sqrt{3}+2\sqrt{2}) \\ &= 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} + 2\sqrt{3} \cdot 2\sqrt{2} - 4\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} - 4\sqrt{2} \cdot 2\sqrt{2} \\ &= 6 + 4\sqrt{6} - 4\sqrt{6} - 16 \\ &= -10 \end{aligned}$$

تمارين:

بَسْط كُلَّ ما يأْتِي:

$$\sqrt{300} - \sqrt{27} - \sqrt{75} \quad (3) \qquad \sqrt{20} + \sqrt{125} - \sqrt{45} \quad (2) \qquad 3\sqrt{2} + \sqrt{50} - 4\sqrt{8} \quad (1)$$

$$2\sqrt{3}(\sqrt{15} + \sqrt{60}) \quad (6) \qquad \sqrt[3]{2}(\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{12}) \quad (5) \qquad \sqrt[3]{81} \cdot \sqrt[3]{24} \quad (4)$$

$$(4\sqrt{2} - 3\sqrt{5})(2\sqrt{8} + \sqrt{5}) \quad (9) \quad (6\sqrt{3} - 4\sqrt{2})(3\sqrt{3} + \sqrt{2}) \quad (8) \qquad (2 + 3\sqrt{7})(4 + \sqrt{7}) \quad (7)$$

$$\frac{5-3\sqrt{3}}{1+2\sqrt{3}} \quad (12)$$

$$\frac{4+\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}} \quad (11)$$

$$\frac{5\sqrt{48} + \sqrt{75}}{5\sqrt{3}} \quad (10)$$

4-5

تدريبات المهارات

العمليات على العبارات الجذرية

بسط كلاً ما يأْتِي:

$\sqrt{75}$ (2)

$\sqrt{24}$ (1)

$-\sqrt[4]{48}$ (4)

$\sqrt[3]{16}$ (3)

$\sqrt[4]{64a^4b^4}$ (6)

$4\sqrt{50x^5}$ (5)

$\sqrt{\frac{25}{36}r^2t}$ (8)

$\sqrt[3]{-8d^2f^5}$ (7)

$\sqrt[3]{\frac{2}{9}}$ (10)

$-\sqrt{\frac{3}{7}}$ (9)

$(3\sqrt{3})(5\sqrt{3})$ (12)

$\sqrt{\frac{2g^3}{5z}}$ (11)

$\sqrt{2} + \sqrt{8} + \sqrt{50}$ (14)

$(4\sqrt{12})(3\sqrt{20})$ (13)

$8\sqrt{5} - \sqrt{45} - \sqrt{80}$ (16)

$\sqrt{12} - 2\sqrt{3} + \sqrt{108}$ (15)

$(2 + \sqrt{3})(6 - \sqrt{2})$ (18)

$2\sqrt{48} - \sqrt{75} - \sqrt{12}$ (17)

$(3 - \sqrt{7})(5 + \sqrt{2})$ (20)

$(1 - \sqrt{5})(1 + \sqrt{5})$ (19)

$\frac{3}{7 - \sqrt{2}}$ (22)

$(\sqrt{2} - \sqrt{6})^2$ (21)

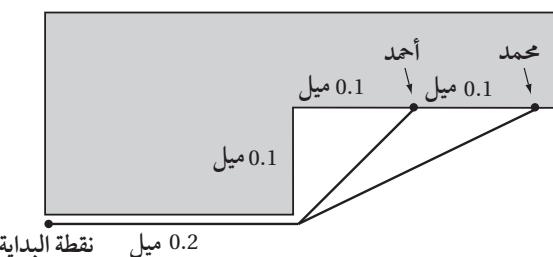
$\frac{5}{8 - \sqrt{6}}$ (24)

$\frac{4}{3 + \sqrt{2}}$ (23)

4-5

العمليات على العبارات الجذرية

(4) سباق: ي يريد محمد أن يتتسابق مع أخيه الأصغر أحمد. وبعد عددٍ من السباقات توصلًا إلى أن السباق العادل بينهما يتمثل في قطعهما مسافات مختلفة. انطلق محمد وأحمد من نقطة واحدة، وركضا 0.2 ميلًا معاً، ثم اتخذَا مسارين مختلفين. ويبيّن الشكل التالي نقطتي النهاية المختلفتين لهما. وعندهما تبيّن أن كلاً منها استغرق وقتاً مقداره 4 دقائق منذ انطلاق السباق.



إذا حافظ كل من محمد وأحمد خلال السباق على معدل سرعته ثابتاً. فكم دقّيقة سيستغرق كل منهما لقطع مسافة ميل واحد؟ اكتب إجابتك في أبسط صورة.

(1) مكعبات: يملك عمر صندوقاً على شكل متوازي مستطيلات أبعاده 20 بوصة، 35 بوصة، 40 بوصة. ويريد أن يصنع صندوقاً جديداً مكعب الشكل له حجم الصندوق السابق نفسه. فما طول ضلع الصندوق الجديد؟ اكتب إجابتك في أبسط صورة.

(2) فيزياء: سرعة موجة تنتقل عبر خيط تُعطى بالعبارة $\frac{\sqrt{t}}{\sqrt{u}}$ حيث t قوة شد الخيط، و u كثافة مادة الخيط. اكتب العبارة في أبسط صورة بإنطاق المقام.

(3) إنارة: افرض أن شدة إنارة ضوء I_1 عندما كان مصدره على بعد d_1 ، وشدة إنارة ضوء I_2 عندما كان مصدره على بعد d_2 . هذه الكميات ترتبط بالمعادلة:

$$\frac{d_2}{d_1} = \sqrt{\frac{I_1}{I_2}}$$

افرض أن I_1 تساوي 50 وحدة. و I_2 تساوي 24 وحدة. فما قيمة $\frac{d_2}{d_1}$ ؟ اكتب إجابتك في أبسط صورة.

التدريبات الإثرائية

4-5

نواتج ضرب خاصة في الجذور

لاحظ أن $x \geq 0$. حيث $(\sqrt{x})^2 = x$ أو $(\sqrt{3})^2 = 3$. عموماً، $(\sqrt{x})^2 = x$ حيث $x \geq 0$.
ولاحظ أيضاً أن $\sqrt{9} \cdot \sqrt{4} = \sqrt{36}$ ، عموماً، $\sqrt{x} \cdot \sqrt{y} = \sqrt{xy}$ حيث x و y ليسا سالبين.
يمكنك استخدام هذه الأفكار لإيجاد حواصل الضرب الخاصة الآتية.

$$\begin{aligned}(\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{a} - \sqrt{b}) &= (\sqrt{a})^2 - (\sqrt{b})^2 = a - b \\(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 &= (\sqrt{a})^2 + 2\sqrt{ab} + (\sqrt{b})^2 = a + 2\sqrt{ab} + b \\(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 &= (\sqrt{a})^2 - 2\sqrt{ab} + (\sqrt{b})^2 = a - 2\sqrt{ab} + b\end{aligned}$$

أوجد ناتج الضرب:

مثال 1

$$(\sqrt{2} + \sqrt{5})(\sqrt{2} - \sqrt{5}) = (\sqrt{2})^2 - (\sqrt{5})^2 = 2 - 5 = -3$$

أوجد قيمة:

مثال 2

$$\begin{aligned}(\sqrt{2} + \sqrt{8})^2 &= (\sqrt{2})^2 + 2\sqrt{2}\sqrt{8} + (\sqrt{8})^2 \\&= 2 + 2\sqrt{16} + 8 = 2 + 2(4) + 8 = 2 + 8 + 8 = 18\end{aligned}$$

تمارين:

أوجد ناتج الضرب في كل ما يأتي:

$$(\sqrt{10} + \sqrt{2})(\sqrt{10} - \sqrt{2}) \quad (2)$$

$$(\sqrt{3} - \sqrt{7})(\sqrt{3} + \sqrt{7}) \quad (1)$$

$$(\sqrt{3} - (-7))^2 \quad (4)$$

$$(\sqrt{2x} - \sqrt{6})(\sqrt{2x} + \sqrt{6}) \quad (3)$$

$$(\sqrt{y} + \sqrt{5})(\sqrt{y} - \sqrt{5}) \quad (6)$$

$$(\sqrt{1000} + \sqrt{10})^2 \quad (5)$$

$$(\sqrt{x} + 20)^2 \quad (8)$$

$$(\sqrt{50} - \sqrt{x})^2 \quad (7)$$

يمكنك توسيع الأفكار السابقة لتشمل أنماط مجموع وفرق مكعبين. ادرس النمط التالي، ثم أكمل الأسئلة 9-12.

$$(\sqrt[3]{8} - \sqrt[3]{x})(\sqrt[3]{8^2} + \sqrt[3]{8x} + \sqrt[3]{x^2}) = \sqrt[3]{8^3} - \sqrt[3]{x^3} = 8 - x$$

$$(\sqrt[3]{2} - \sqrt[3]{5})(\sqrt[3]{2^2} + \sqrt[3]{10} + \sqrt[3]{5^2}) \quad (9)$$

$$(\sqrt[3]{y} + \sqrt[3]{w})(\sqrt[3]{y^2} - \sqrt[3]{yw} + \sqrt[3]{w^2}) \quad (10)$$

$$(\sqrt[3]{7} + \sqrt[3]{20})(\sqrt[3]{7^2} - \sqrt[3]{140} + \sqrt[3]{20^2}) \quad (11)$$

$$(\sqrt[3]{11} - \sqrt[3]{8})(\sqrt[3]{11^2} + \sqrt[3]{88} + \sqrt[3]{8^2}) \quad (12)$$

4-6

تدريبات إعادة التعليم

الأسس النسبية

الأسس النسبية والجذور

$b^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{b}$ لأي عدد حقيقي b ، وأي عدد صحيح موجب n ، يكون $b^{\frac{1}{n}}$ ما عدا عندما $0 < b$ و n عدد صحيح زوجي.	$b^{\frac{1}{n}}$ تعريف
لأي عدد حقيقي $b \neq 0$ ، وأي عددين صحيحين m و n ، $b^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{b^m} = (\sqrt[n]{b})^m$ ما عدا عندما $0 < b$ و n عدد صحيح زوجي.	$b^{\frac{m}{n}}$ تعريف

مثال 1	اكتب $28^{\frac{1}{2}}$ على الصورة الجذرية	مثال 2
لاحظ أن $28 > 0$	$28^{\frac{1}{2}} = \sqrt{28}$ $= \sqrt{2^2 \cdot 7}$ $= \sqrt{2^2} \cdot \sqrt{7}$ $= 2\sqrt{7}$	لاحظ أن $-8 < 0$

$\left(\frac{-8}{-125}\right)^{\frac{1}{3}}$ أوجد قيمة

$$\begin{aligned} \left(\frac{-8}{-125}\right)^{\frac{1}{3}} &= \frac{\sqrt[3]{-8}}{\sqrt[3]{-125}} \\ &= \frac{-2}{-5} \\ &= \frac{2}{5} \end{aligned}$$

تمارين:

اكتب كل عبارة أسيّة على الصورة الجذرية، وكل عبارة جذرية على الصورة الأسيّة.

(1) $300^{\frac{3}{2}}$ (3) $15^{\frac{1}{3}}$ (2) $11^{\frac{1}{7}}$

(4) $\sqrt[4]{2p^5}$ (6) $\sqrt[3]{3a^5b^2}$ (5) $\sqrt{47}$

أوجد قيمة كل عبارة مما يأتي:

(7) $(0.0004)^{\frac{1}{2}}$ (9) $216^{\frac{1}{3}}$ (8) $-27^{\frac{2}{3}}$

تدريبات إعادة التعليم

الأسس النسبية

تبسيط العبارات: يمكنك تطبيق جميع خصائص وقوانين الأسس التي تعلمتها سابقاً على الأسس النسبية. وعندما تبسيط عبارات تحتوي على أسسٍ نسبية، أبقِ على الأسس النسبية، واكتب العبارة بأسس موجبة، وأي أساسٍ في المقام يتعين أن تكون صحيحة موجبة.

عندما تبسيط عبارات جذرية قد تستعمل أساساً نسبية، ولكن إجابتك النهائية يتعين أن تكون بالصورة الجذرية وبأصغر دليل ممكن للجذر.

بسط**مثال 2**

$$\begin{aligned}\sqrt[4]{144x^6} &= (144x^6)^{\frac{1}{4}} \\ &= (2^4 \cdot 3^2 \cdot x^6)^{\frac{1}{4}} \\ &= (2^4)^{\frac{1}{4}} \cdot (3^2)^{\frac{1}{4}} \cdot (x^6)^{\frac{1}{4}} \\ &= 2 \cdot 3^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{3}{2}} = 2x \cdot (3x)^{\frac{1}{2}} = 2x\sqrt{3x}\end{aligned}$$

بسط**مثال 1**

$$y^{\frac{2}{3}} \cdot y^{\frac{3}{8}} = y^{\frac{2}{3} + \frac{3}{8}} = y^{\frac{25}{24}}$$

تمارين:

بسط كل عبارة فيها يأتي:

(3) $p^{\frac{4}{5}} \cdot p^{\frac{7}{10}}$

(2) $\left(y^{\frac{2}{3}}\right)^{\frac{3}{4}}$

(1) $x^{\frac{4}{5}} \cdot x^{\frac{6}{5}}$

(6) $\left(s^{\frac{1}{6}}\right)^{\frac{4}{3}}$

(5) $x^{\frac{3}{8}} \cdot x^{\frac{4}{3}}$

(4) $\left(m^{\frac{6}{5}}\right)^{\frac{2}{5}}$

(9) $\sqrt[6]{128}$

(8) $\frac{x^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{1}{3}}}$

(7) $\frac{p^{\frac{1}{3}}}{p^{\frac{1}{5}}}$

(12) $\sqrt{32} \cdot 3\sqrt{16}$

(11) $\sqrt[5]{288}$

(10) $\sqrt[4]{49}$

4-6

تدريبات المهارات

الأسس النسبية

اكتب كل عبارة أسيّة على الصورة الجذرية، وكل عبارة جذرية على الصورة الأسيّة فيما يأتي.

$$8^{\frac{1}{5}} \quad (2)$$

$$3^{\frac{1}{6}} \quad (1)$$

$$\sqrt[4]{15^3} \quad (4)$$

$$\sqrt{51} \quad (3)$$

$$\sqrt[3]{37} \quad (6)$$

$$12^{\frac{2}{3}} \quad (5)$$

$$\sqrt[3]{6xy^2} \quad (8)$$

$$(c^3)^{\frac{3}{5}} \quad (7)$$

أوجد قيمة كل عبارة مما يأتي:

$$81^{\frac{1}{4}} \quad (10)$$

$$32^{\frac{1}{5}} \quad (9)$$

$$16^{\frac{3}{2}} \quad (12)$$

$$27^{\frac{1}{3}} \cdot 27^{\frac{5}{3}} \quad (11)$$

$$\left(\frac{4}{9}\right)^{\frac{3}{2}} \quad (14)$$

$$27^{\frac{1}{3}} \cdot 27^{\frac{5}{3}} \quad (13)$$

بسط كل عبارة مما يأتي:

$$m^{\frac{2}{9}} \cdot m^{\frac{16}{9}} \quad (16)$$

$$c^{\frac{12}{5}} \cdot c^{\frac{3}{5}} \quad (15)$$

$$p^{\frac{1}{5}} \cdot p^{\frac{1}{2}} \quad (18)$$

$$\left(q^{\frac{1}{2}}\right)^3 \quad (17)$$

$$\frac{x^{\frac{2}{3}}}{x^{\frac{1}{4}}} \quad (20)$$

$$x^{\frac{6}{11}} \cdot x^{\frac{4}{11}} \quad (19)$$

$$\frac{n^{\frac{1}{3}}}{n^{\frac{1}{6}} \cdot n^{\frac{1}{2}}} \quad (22)$$

$$\frac{y^{\frac{1}{2}}}{y^{\frac{1}{4}}} \quad (21)$$

$$\sqrt[8]{49a^8} \quad (24)$$

$$\sqrt[12]{64} \quad (23)$$

4-6 تدريبات حل المسألة

الأسس النسبية

4) خلايا: ينمو عدد الخلايا في مزرعة بصورة أسيّة.
وعدد الخلايا في المزرعة كدالة في الزمن يُعطى بالعبارة
 $N = \left(\frac{6}{5}\right)^t$ ، حيث t الزمن بالساعات، و N عدد الخلايا
الأصلي الذي بدأ في المزرعة.

a) أصبح عدد الخلايا بعد 3 ساعات 1728 خلية، ما
قيمة N ؟

b) ما عدد الخلايا في المزرعة بعد 20 دقيقة؟

c) كم كان عدد الخلايا في المزرعة بعد مرور 2.5
ساعة؟

1) تربيع المكعب: طول ضلع مكعب (s). ما طول ضلع
المربع الذي تكون القيمة العددية لمساحته تساوي القيمة
العددية لحجم هذا المكعب؟ اكتب إجابتك مستعملاً
الأسس النسبية.

2) برج الماء: تخزن ماء الشرب في بعض المدن في أبراج
للماء. ويبلغ ارتفاع برج الماء في إحدى المدن 218 قدمًا،
ويتسع إلى نصف مليون غالون.
أرادت بلدية المدينة بناء



برج جديد للماء تعادل
سعة كرته 10 أمثال سعة
كرة البرج القديم. كم
مرة يساوي نصف قطر
الكرة الجديدة نصف
قطر الكرة القديمة؟
اكتب إجابتك مستعملاً الأسس النسبية.

3) بالونات: ينفخ بالون كروي الشكل بالهواء، وكان
حجمه كدالة في الزمن $9\pi t^2$. ما طول نصف قطر
البالون كدالة في الزمن (t)؟ اكتب إجابتك مستعملاً
الأسس النسبية.

4-6

التدريبات الإثرائية

صيغ هندسية محدودة الاستعمال

تتضمن كثير من الصيغ الهندسية عبارات جذرية.
رسم أشكالاً لتوضيح الصيغ الهندسية المعطاة في هذه الصفحة، ثم أوجد قيمة كل صيغة عند القيم المعطاة للمتغيرات.
قرب إجابتكم إلى أقرب جزء من مائة.

(1) مساحة مثلث متطابق الأضلاع (A). طول ضلعه a ،

$$\begin{aligned} A &= \frac{a^2}{4}\sqrt{3} \quad \text{هي:} \\ a &= 8 \quad \text{أوجد } A \text{ عندما} \end{aligned}$$

(2) مساحة مثلث متطابق الضلعين (A). طول كل من

$$\begin{aligned} \text{ضلعيه المتطابقين } a, \text{ وطول الصلع الثالث } c, \quad &\text{هي:} \\ A &= \frac{c}{4}\sqrt{4a^2 - c^2} \quad \text{أوجد } A \text{ عندما } a = 6 \text{ و } c = 7. \end{aligned}$$

(4) مساحة سداسي منتظم (A) طول ضلعه a تعطى

$$\begin{aligned} A &= \frac{3a^2}{2}\sqrt{3} \quad \text{بالعلاقة:} \\ a &= 9 \quad \text{أوجد } A \text{ عندما} \end{aligned}$$

(3) مساحة خماسي منتظم (A) طول ضلعه a ,

$$\begin{aligned} A &= \frac{a^2}{4}\sqrt{25 + 10\sqrt{5}} \quad \text{هي:} \\ a &= 4 \quad \text{أوجد } A \text{ عندما} \end{aligned}$$

(6) مساحة السطح المنحني لخروط قائم (S) ارتفاعه h
 $S = \pi r \sqrt{r^2 + h^2}$ وطول نصف قطر قاعدته r ، هي:
أوجد S عندما $h = 6$ و $r = 3$

(5) حجم رباعي سطوح منتظم (V) طول حرفه a ,

$$\begin{aligned} V &= \frac{a^3}{12}\sqrt{2} \quad \text{هي:} \\ a &= 2 \quad \text{أوجد } V \text{ عندما} \end{aligned}$$

(7) قاعدة هيرون لحساب مساحة مثلث (A) باستعمال نصف محيطه s . حيث $s = \frac{a+b+c}{2}$ و a و b و c هي أطوال أضلاع المثلث، هي:

$$A = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

أوجد A عندما $a = 3$ و $b = 4$ و $c = 5$

تَدْرِيُّبٌ إِعْدَادُهُ التَّعْلِيمِ

حَلُّ الْمُعادَلَاتِ وَالْمُتَبَاينَاتِ الْجَذَرِيَّةِ

حَلُّ الْمُعادَلَاتِ الْجَذَرِيَّةِ: تُسْتَخَدَّمُ الْخَطُوطَاتُ الْآتَيَةُ فِي حَلِّ الْمُعادَلَاتِ الَّتِي تَحْتَوِي عَلَى مُتَغَيِّرَاتٍ تَحْتَ الْجَذَرِ. وَقَدْ تَحْتَاجَ أَحيَانًا إِلَى إِجْرَاءِ بَعْضِ الْعَمَلِيَّاتِ الْجَبَرِيَّةِ قَبْلَ استِخْدَامِ هَذِهِ الْخَطُوطَاتِ.

الخطوة 1: افصل الجذر في أحد طرفي المعادلة.

الخطوة 2: للتخلص من الجذر، ارفع طرف المعادلة لأس يساوي دليل الجذر.

الخطوة 3: حل المعادلة الناتجة.

الخطوة 4: تحقق من حلك في المعادلة الأصلية للتأكد من أنك لم تحصل على جذور دخيلة.

حل المعادلة 1

مثال 2

$$\begin{aligned} \sqrt{(3x+1)} &= \sqrt{5x} - 1 \\ \text{المعادلة الأصلية} & \quad \sqrt{3x+1} = \sqrt{5x} - 1 \\ \text{بتربيع الطرفين} & \quad 3x + 1 = 5x - 2\sqrt{5x} + 1 \\ \text{بالتبسيط} & \quad 2\sqrt{5x} = 2x \\ \text{فصل الجذر في طرف المعادلة} & \quad \sqrt{5x} = x \\ \text{بتربيع الطرفين} & \quad 5x = x^2 \\ \text{طرح } 5x \text{ من الطرفين} & \quad x^2 - 5x = 0 \\ \text{ب التحليل إلى العوامل} & \quad x(x - 5) = 0 \\ & \quad x = 0, x = 5 \end{aligned}$$

تحقق

$$\begin{aligned} \sqrt{3(0)+1} &= 1, \sqrt{5(0)} - 1 = -1, \text{ إذن } x=0 \text{ ليس حلاً} \\ \sqrt{3(5)+1} &= 4, \sqrt{5(5)} - 1 = 4, \text{ إذن } x=5 \text{ هو الحل} \end{aligned}$$

حل المعادلة 8

مثال 1

$$\begin{aligned} 2\sqrt{4x+8} - 4 &= 8 \\ \text{المعادلة الأصلية} & \quad 2\sqrt{4x+8} - 4 = 8 \\ \text{بجمع 4 للطرفين} & \quad 2\sqrt{4x+8} = 12 \\ \text{فصل الجذر في طرف المعادلة} & \quad \sqrt{4x+8} = 6 \\ \text{بتربيع الطرفين} & \quad 4x + 8 = 36 \\ \text{بطرح 8 من الطرفين} & \quad 4x = 28 \\ \text{بقسمة الطرفين على 4} & \quad x = 7 \\ & \quad \text{تحقق} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2\sqrt{4(7)+8} - 4 &\stackrel{?}{=} 8 \\ 2\sqrt{36} - 4 &\stackrel{?}{=} 8 \\ 2(6) - 4 &\stackrel{?}{=} 8 \\ 8 &= 8 \end{aligned}$$

تمارين:

حل كل معادلة مما يأتي:

$$\sqrt{5-x} - 4 = 6 \quad (3) \qquad 8 + \sqrt{x+1} = 2 \quad (2) \qquad 2\sqrt{3x+4} + 1 = 15 \quad (1)$$

$$10 - \sqrt{2x} = 5 \quad (6) \qquad \sqrt{21} - \sqrt{5x-4} = 0 \quad (5) \qquad \sqrt{12-x} = 0 \quad (4)$$

$$(9x-11)^{\frac{1}{2}} = x+1 \quad (9) \qquad 4\sqrt[3]{2x+11} - 2 = 10 \quad (8) \qquad \sqrt{4+7x} = \sqrt{7x-9} \quad (7)$$

تدريبات إعادة التعليم

حل المعادلات والمتباينات الجذرية

حل المتباينات الجذرية: المتباينة الجذرية هي متباينة تحتوي متغيراً في الصورة الجذرية، وحل متباينة جذرية، اتبع الخطوات الآتية:

الخطوة 1: إذا كان دليلاً للجذر عدداً زوجياً، فعين قيم المتغير التي لا تجعل ما تحت الجذر سالباً.

الخطوة 2: حل المتباينة جبرياً.

الخطوة 3: اختبر القيم للتأكد من صحة الحل.

مثال حل المتباينة $5 - \sqrt{20x+4} \geq -3$

$$\begin{array}{l|l}
 \text{الآن حل المتباينة } 5 - \sqrt{20x+4} \geq -3 & \text{بما أن ما تحت الجذر التربيعي يتبع أن يكون موجباً أو} \\
 \text{الممتلكة الأصلية } 5 - \sqrt{20x+4} \geq -3 & \text{صفراً. فحل أولاً } 20x + 4 \geq 0 \\
 \text{فصل الجذر في طرف المتباينة } \sqrt{20x+4} \leq 8 & 20x + 4 \geq 0 \\
 \text{بتربيع الطرفين } 20x + 4 \leq 64 & 20x \geq -4 \\
 \text{طرح 4 من الطرفين } 20x \leq 60 & x \geq -\frac{1}{5} \\
 \text{بقسمة الطرفين على 20 } x \leq 3 & \\
 \end{array}$$

يتضح أن الحل هو $\frac{1}{5} \leq x \leq 3$. اختبر بعض القيم في المتباينة الأصلية.

تمارين:

حل كل متباينة مما يأتي:

$$\sqrt{10x+9} - 2 > 5 \quad (3) \quad 3\sqrt{2x-1} + 6 < 15 \quad (2) \quad \sqrt{c-2} + 4 \geq 7 \quad (1)$$

$$9 - \sqrt{6x+3} \geq 6 \quad (6)$$

$$\sqrt{2x+8} - 4 > 2 \quad (5)$$

$$8 - \sqrt{3x+4} \geq 3 \quad (4)$$

$$\sqrt{2x+12} + 4 \geq 12 \quad (8)$$

$$2\sqrt{5x-6} - 1 < 5 \quad (7)$$

تدريبات المهارات

حل المعادلات والمتباينات الجذرية

حل كل معادلة مما يأتي:

$$\sqrt{x} + 3 = 7 \quad (2)$$

$$\sqrt{x} = 5 \quad (1)$$

$$\sqrt[3]{v^2} + 1 = 0 \quad (4)$$

$$5\sqrt{j} = 1 \quad (3)$$

$$\sqrt[3]{2w} = 4 \quad (6)$$

$$18 - 3y^{\frac{1}{2}} = 25 \quad (5)$$

$$\sqrt{3n+1} = 5 \quad (8)$$

$$\sqrt{b-5} = 4 \quad (7)$$

$$2 + \sqrt{3p+7} = 6 \quad (10)$$

$$\sqrt[3]{3r-6} = 3 \quad (9)$$

$$(2d+3)^{\frac{1}{3}} = 2 \quad (12)$$

$$\sqrt{k-4} - 1 = 5 \quad (11)$$

$$4 - (1 - 7u)^{\frac{1}{3}} = 0 \quad (14)$$

$$(t-3)^{\frac{1}{3}} = 2 \quad (13)$$

$$\sqrt{g+1} = \sqrt{2g-7} \quad (16)$$

$$\sqrt{3z-2} = \sqrt{z-4} \quad (15)$$

حل كل متباينة مما يأتي:

$$5 + \sqrt{c-3} \leq 6 \quad (18)$$

$$4\sqrt{x+1} \geq 12 \quad (17)$$

$$-\sqrt{2a+4} \geq -6 \quad (20)$$

$$-2 + \sqrt{3x+3} < 7 \quad (19)$$

$$4 - \sqrt{3x+1} > 3 \quad (22)$$

$$2\sqrt{4r-3} > 10 \quad (21)$$

$$-3\sqrt{11r+3} \geq -15 \quad (24)$$

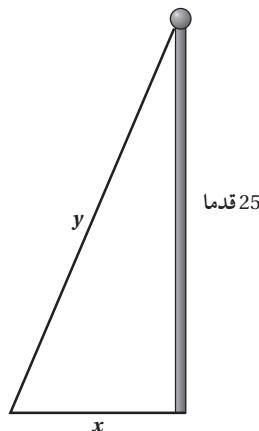
$$\sqrt{y+4} - 3 \geq 3 \quad (23)$$

4-7

تدريبات حل المسألة

حل المعادلات والمتباينات الجذرية

- (4) حبال: ربط طرفا حبل في قاعدة سارية وقمنتها على صورة الشكل التالي. وكان $x + y = 50$ ، اعتماداً على نظرية فيثاغورس، المسافة $y = \sqrt{x^2 + 25^2}$. ما قيمة x ؟



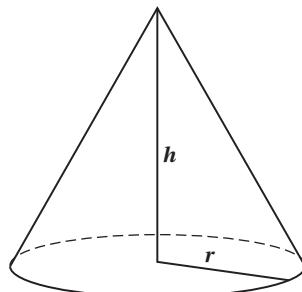
- (5) مدى: تتابع وكالة الفضاء الأمريكية "ناسا" أكثر من 300 كويكب تمر قريبة من الأرض. افترض أن الأرض تمثل نقطة الأصل في مستوى إحداثي، فيكون مسار الكويكب وفق العلاقة $y = \frac{17}{x}$ حيث كل وحدة تقابل مليون ميل. ويقول راصد فلكي أنه يمكنه مشاهدة الكويكب في المنظار الفلكي عندما يكون ضمن مسافة $\frac{145}{12}$ مليون ميل عن الأرض.

(a) اكتب عبارة تعطي بعد الكويكب عن الأرض بدلالة x .

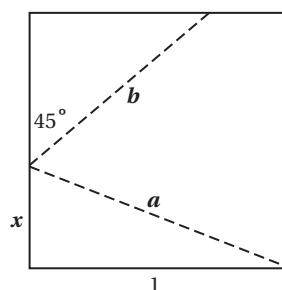
- (b) ما قيم x التي تجعل الكويكب ضمن مدى المنظار الفلكي للراصد؟

- (1) لوحت: ينفق رسام $(8n^{\frac{2}{3}} + 400)$ ريالاً لرسم لوحة. كم لوحة يمكنه رسمها بمبلغ 1200 ريال؟

- (2) المساحة الجانبية: المساحة الجانبية لمخروط ارتفاعه h ونصف قطر قاعدته r تُعطى بالصيغة $L = \pi r \sqrt{r^2 + h^2}$. إذا كانت المساحة الجانبية تساوي 65π وحدة مربعة، وطول نصف قطر القاعدة 5 وحدات، فأوجد ارتفاع المخروط.



- (3) الأوريغامي (ORIGAMI): يريد صلاح أن يطوي ورقة مربعة الشكل لعمل مثلث متطابق الأضلاع، ويريد أن يحدد x على ضلع الورقة ليقوم بطي الورقة حول الخط المتقطع المبين بالشكل حيث $a = b$.



وباستعمال معلوماته السابقة في الهندسة يعلم صلاح أن $a = \sqrt{1+x^2}$ و $b = \sqrt{2}(1-x)$. وعليه أن يحل المعادلة $\sqrt{1+x^2} = \sqrt{2}(1-x)$. فما قيمة x ؟

التدريبات الإثرائية

4-7

جداؤل الصواب

العمليات الأساسية في الرياضيات هي: الجمع، والطرح، والضرب، والقسمة، وإيجاد قيمة جذر، وإيجاد قيمة قوة. وفي المنطق، العمليات الأساسية هي: التفري (~)، أو (v)، أو (w)، يتضمن (→).

إذا كانت P و q عبارتين، فإن $\sim P$ تعني نفي العبارة P ، و $p \wedge q$ تعني p و q ، ($p \vee q$ تعني p أو q)، ($p \rightarrow q$ تعني أن العبارة p تتضمن العبارة q). وعمليات المنطق معروفة في جداول تسمى جداول الصواب. والجداول التالية تمثل العمليات: $\sim P$ و $p \wedge q$ و $p \vee q$ و $p \rightarrow q$ على الترتيب من اليسار إلى اليمين.

لاحظ في جدول الصواب للعبارة $\sim P$ أنه توجد حالتان مكتنان للعبارة P هما: صواب (T) و خطأ (F). ويبيّن الجدول أنه عندما تكون p خطأ تكون $\sim P$ صائبة.

p	$\sim p$	p	q	$p \wedge q$	p	q	$p \vee q$	p	q	$p \rightarrow q$
T	F	T	T	T	T	T	T	T	T	T
F	T	T	F	F	T	F	T	T	F	F
		F	T	F	F	T	T	F	T	T
		F	F	F	F	F	F	F	F	T

يمكنك أن تحدد الشروط والحالات التي تكون فيها عبارة مركبة صائبة، مستعملًا المعلومات المتوفرة في الجداول السابقة.

مثال
ما الشروط التي تجعل العبارة $(\sim p \vee q)$ صائبة.

اعمل جدول الصواب للعبارة، مستعملًا المعلومات المتوفرة في جدول الصواب للعبارة $p \vee q$ السابقة لإكمال العمود الأخير في الجدول.

p	q	$\sim p$	$\sim p \vee q$
T	T	F	T
T	F	F	F
F	T	T	T
F	F	T	T

يدل جدول الصواب على أن العبارة $\sim p \wedge q$ صائبة في جميع الحالات باستثناء الحالة التي تكون فيها p صائبة و q خطأ.

استعمل جداول الصواب لتحديد الشروط التي تكون عندها كل من العبارات الآتية صائبة.

$$(p \rightarrow q) \vee (q \rightarrow p) \quad (2) \quad \sim p \vee \sim q \quad (1)$$

$$(\sim p \wedge \sim q) \rightarrow \sim(p \vee q) \quad (4)$$

$$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p) \quad (3)$$

ملحق الإجابات

الاسم:

التاريخ:

(التاريخ)

تدريبات إعادة التعليم

4-1

العمليات على الدوال

الاسم:

التاريخ:

(الاسم)

تدريبات إعادة التعليم

4-1

العمليات على الدوال

العمليات الحسابية

$(f+g)(x) = f(x)+g(x)$	الجمع
$(f-g)(x) = f(x)-g(x)$	المطرح
$(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x)$	الأضرب
$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}, g(x) \neq 0$	القسمة
$f(x) = x^2 + 3x - 4 \quad \text{حيث } \left(\frac{f}{g}\right)(x) = 3x - 2$	مثال

$$\begin{aligned} h(x) &= x^2 - 1, \quad g(x) = 3x - 4 \\ [h \circ g](x) &= h[g(x)] \\ &= g[x^2 - 1] \\ &= h(3x^2 - 4) \\ &= (3x^2 - 4)^{2-1} \\ &= 9x^2 - 24x + 16 - 1 \\ &= 9x^2 - 24x + 15 \end{aligned}$$

أو جد 2 مثال

$$\begin{aligned} [g \circ h](x) &= g[h(x)] \\ &= g(x^2 - 1) \\ &= 3(x^2 - 1) \\ &= 3x^2 - 7 \end{aligned}$$

أو جد المثال

$f(x) = ((-1, 2), (5, 6), (0, 9)),$	تمرين:
$f = \{(5, -2), (9, 8), (-4, 3), (0, 4)\},$	أو جد $g \circ f$ كل زوج من الدوال، إذا كان ذلك ممكن.
$g = \{(3, 7), (-2, 6), (4, -2), (8, 10)\}$	$f = \{(-1, 2), (5, 6), (0, 9)\},$
$f \circ g = \{(2, 2), (6, 9), (9, 6)\};$	$g = \{(6, 0), (2, -1), (9, 5)\}$
$g \circ f = \{(-4, 7), (0, -2), (5, 6), (9, 10)\}$	تمرين:

$$\begin{aligned} f(x) &= x^2 - 1; \quad g(x) = -4x^2 \quad (4) \\ [f \cdot g](x) &= 16x^4 - 1, \\ [g \cdot f](x) &= -4x^4 + 8x^2 - 4 \\ f(x) &= 5x + 4; \quad g(x) = 3 - x \quad (6) \\ [f \cdot g](x) &= 19 - 5x, \\ [g \cdot f](x) &= -1 - 5x \\ x^2 - 1 + x + 1, x \neq -1; x^2 - 1 - \frac{1}{x+1}, x \neq -1, &x \neq -1; x^3 + x^2 - x - 1, x \neq -1, \\ x \neq -1, x \neq -1, &x \neq -1, x \neq -1, x \neq -1; \end{aligned}$$

تمرين:

$$\begin{aligned} f(x) &= x^2 + x - 6; \quad g(x) = x - 2 \quad (2) \\ x^2 + 2x - 8, x^2 - 4; &12x + 2, 4x - 8; 32x^2 + 28x - 15; \\ x^3 - x^2 - 8x + 12, x + 3, x \neq 2 &\frac{8x - 3}{4x + 5}, x \neq -\frac{5}{4} \\ f(x) = 2x - 1, g(x) = 3x^2 + 11x - 4 &f(x) = 3x^2 - x + 5; g(x) = 2x - 3 \quad (3) \\ 3x^2 + 13x - 5, -3x^2 - 9x + 3; &3x^2 + x + 2; 3x^2 - 3x + 8; \\ 6x^3 + 19x^2 - 19x + 4; &6x^3 - 11x^2 + 13x - 15; \\ \frac{2x - 1}{(3x - 1)(x + 4)}, x \neq \frac{1}{3}, -4 &\frac{3x^2 - x + 5}{2x - 3}, x \neq \frac{3}{2} \end{aligned}$$

تمرين:

$$\begin{aligned} f(x) &= x^2 + 2x; g(x) = x - 9 \quad (5) \\ x \neq -1, x \neq -1, &x \neq -1, x \neq -1, x \neq -1; \end{aligned}$$

تمرين:

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{x^2 - 16x + 63}{x^2 - 9}, x \neq 3 \\ x^2 - 1 + x + 1, x \neq -1; x^2 - 1 - \frac{1}{x+1}, &x \neq -1, x \neq -1, x \neq -1, x \neq -1; \end{aligned}$$

تمرين:

$$\begin{aligned} f(x) &= x^2 - 1; \quad g(x) = \frac{1}{x+1} \quad (5) \\ x \neq -1, x \neq -1, &x \neq -1, x \neq -1, x \neq -1, x \neq -1; \end{aligned}$$

الفضل، السادس الثانوي

7

الفضل، السادس الثانوي

الفضل، السادس الثانوي

تدريبات حل المسألة 4-1

المعلميات على الدوال

تدريبات المهام 4-1

المعلميات على الدوال

(1) الماسحة: بريد تالد يجادل مساحة الشكل الثاني الكروي

وشكل مطرد (5) كمل مائة فرسخ من الماء في كل ميلان.

$$\begin{aligned} & \text{أوجد (5) } f(x) \text{ و } g(x) \text{ و } (f+g)(x) \text{ و } (fg)(x). \\ & \begin{aligned} & 5x-2; x+4; 6x^2-7x-3; f(x)=3x+1 \quad (2) \\ & 2x+1; 9; f(x)=x+5 \quad (1) \\ & 3x+1, x \neq \frac{3}{2} \quad g(x)=2x-3 \\ & x^2+x-20; g(x)=x-4 \\ & 2x-3, x \neq \frac{3}{2} \quad g(x)=x-4 \\ & \frac{x}{x-4}, x \neq 4 \\ & \frac{x^2-x+4}{4-x}, x \neq 4; g(x)=4-x \\ & 3x^3+5, x \neq 0; \frac{3x^2-5}{x}, x \neq 0; f(x)=3x^2 \quad (4) \\ & x^2-x+4; x^2+x-4; f(x)=x^2 \\ & 15x, x \neq 0; \frac{3x^3}{5}, x \neq 0 \quad g(x)=\frac{5}{x} \\ & 4x^2-x^3; \frac{x^2}{4-x}, x \neq 4 \end{aligned} \quad (3) \end{aligned}$$

(4) خطوط: صنعت مجموعة مهندسين آلة تدريس ورق، وكانت سرعة غزو البليسيس (5) (بالقاد لكت بالولاية بدلالة طول ذراع الآلة (1)) (بالرسصة تتعطل بالعلاقة $y=40+31\sqrt{\frac{x}{5}}+5^2$). $A(t)=40+31\sqrt{\frac{x}{5}}+5^2$ وحدات يوماً أخرى من المهندسين على الأداة. $N(t)$ يمكن تقييمها بدالة السرعة $y=\frac{5}{3}(t-5)$. $N(s)=\frac{10}{3}(s-5)$ ما دالدة s التي تعطى مساحة الشكل $\frac{1}{3}s^2$ بالالة t التي تعطى مساحة الشكل $\frac{1}{3}(t-5)$.

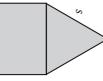
$$N(s,t)=10+s+t$$

ما دالدة s التي تعطى مساحة N بدلالة t .

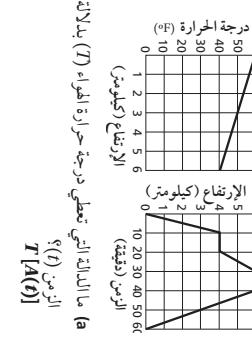
$$N(s,t)=10+s+t$$

ما دالدة t التي تعطى مساحة N بدلالة s .

(5) متعدد: ركب أحد وصفع معدناً بسفره بأفراه المساحنة الشكل الثاني الكروي من مثلث مطابق الأضلاع طول ضلعه (5) وعرض طول ضلعه (5) (المثلث الذي يعطي مساحة المثلث هو).



المساحنة الشكل الثاني الكروي بدالة s (الارتفاع $T(A)$) درجة حرارة الماء البارد x بدالة t درجة حرارة الماء البارد $T(t)$ درجة حرارة الماء البارد $A(t)$ درجة حرارة الماء البارد $A(s)$.



$T(s)$

$T(t)$

$A(s)$

$A(t)$

x

y

$$h(s) = (f+g)(s) = \left(-\frac{\sqrt{3}}{4} + 1\right)s^2$$

(2) أسدار: قررت شركة حاسوب ضبط الأسعار

والمحضرات التي لديها الفكرة على المأسفة. الدالة f = { (6, 6), (-3, -3), (1, 3) }

(3) تعميم: سمع السيد باليرو للاحساسون من الفتاة g = { (-3, 6), (3, 6), (6, -3) }

(4) تحدي: يحتج إلى زيارتين الدالة A في جهة H بدالة الزائرة (1) (والدالة P)، والدالة B في جهة G بدالة الزائرة (2) (والدالة Q). فكم يرافقه خاص لتشخيص زيارتين الدائين، فكم زبون واحد نشيء حاسوب من الدالة A بدالة زبون واحد نشيء حاسوب من الدالة B بدالة زبون واحد.

$$C[T(t)]$$

(5) زينة: ما دالدة s التي تعملى درجة حرارة الماء (1) بدالة $T(s)$ (والدالة t (بدالة $T(t)$)).

(6) زينة: ما دالدة t التي تعملى درجة حرارة الماء (1) بدالة $T(t)$ (والدالة s (زينة $T(s)$)).

(7) زينة: ما دالدة t التي حصلت على زينة \mathbf{P} معتمداً على الشكلين السابعين بين الماء (1) و (2).

(8) زينة: ارسم الدالة التي حصلت على زينة \mathbf{D} ، بدأ t بعمر 3 (العام)، حيث يتغير أول درجة حرارة الماء (1) بمقدار t (العام)، أي درجة حرارة الماء (1) تتعطل بالدالة $C(F)$ إذا كانت درجة حرارة الماء (1) الحرارة السiberية بدالة الدرجة الفهرمهاية. فإذا الماء التي تعطى حرارة الجسم بالدرجات السiberية بدالة t (العام) (1)،

(9) زينة: ارسم الدالة التي يحيط بها زينة $\mathbf{P}-\mathbf{D}$ (1).

(10) زينة: ارسم الدالة التي حصلت على زينة \mathbf{G} (1).

(11) زينة: ارسم الدالة التي حصلت على زينة \mathbf{H} (1).

$$21 \quad [f \circ (g \circ h)](-2) \quad (23)$$

$$72 \quad [f \circ (h \circ g)](1) \quad (22)$$

$$189 \quad f[h(8)] \quad (21)$$

$$899 \quad h[f(10)] \quad (20)$$

$$12 \quad g[h(-3)] \quad (19)$$

$$224 \quad h[f(5)] \quad (18)$$

$$1 \quad g[f(-1)] \quad (17)$$

$$3 \quad g[h(0)] \quad (16)$$

$$15 \quad f[g(1)] \quad (15)$$

$$g[x] = x+2 \quad (14)$$

$$h[x] = x^2+x-1 \quad (13)$$

$$h[x] = 2x^2-3$$

$$2x^2-1; 2x^2+8x+5$$

$$5x^2+5x-3;$$

$$[x] \in [5x^2+5x-3]$$

التاريخ:

الاسم:

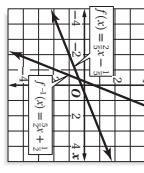
4-2 تدريبات إعادة التعليم

الملافات والمدواں المعكسیة

ایجاد الدالة المعكسیة

الملافات المعكسیة	مداد	اویج الدالة المعكسیة
نکون کل من الالاقون عکسیہ للآخری، إذا و فقط إذا كان کل زوج مرتبہ مثل (a,b) یتنبیی لاحاده، فین الرجوع (b,a) یسمی للأخری.		
افرض أن إذا كان کل منها عکسیہ للآخری، فین: $f(a) = b$ ، إذا و فقط إذا كان $f^{-1}(b) = a$		
مثال		اویج الدالة المعكسیة للدالة $f(x) = \frac{2}{5}x - \frac{1}{5}$ ، ثم مثل (x) و دادها عکسیہ پیاپیاً.
المخطرة 1: ایجاد الدالة الأیسلیمیة		اویج الدالة الأیسلیمیة $f(x) = \frac{2}{5}x - \frac{1}{5}$ من (x) و دادها عکسیہ پیاپیاً.

المخطرة 1.1: ایجاد الدالة الأیسلیمیة.

 $f(x) = \frac{2}{5}x - \frac{1}{5}$ مع بعضها.

$$\begin{aligned} \text{المخطرة 2:} & \text{ ایجاد الدالة الأیسلیمیة} \\ & \text{مع} \quad x = \frac{2}{5}y - \frac{1}{5} \\ & \text{المخطرة 3:} \quad x = \frac{2}{5}y - \frac{1}{5} \\ & \text{ضریب المثلث} \quad 5x = 2y - 1 \\ & \text{بعض المثلث} \quad 5x + 1 = 2y \\ & \text{بعض المثلث} \quad \frac{1}{2}(5x + 1) = y \end{aligned}$$

اذن، الدالة المعكسیة للدالة $\frac{1}{2}(5x+1)=y$ هي $f^{-1}(x) = \frac{2}{5}x - \frac{1}{5}$.

تمارين: ایجاد الدالة المعكسیة کل دالة عباریاً بیغوریہ الاؤب جزو من عشرہ.

تمارین:	تمارین:	تمارین:	تمارین:
$f(x) = \frac{1}{4}x - 2$ (3)	$f(x) = 2x - 3$ (2)	$f(x) = \frac{2}{3}x - 1$ (1)	$f(x) = \frac{2}{5}x - \frac{1}{5}$
$f^{-1}(x) = 4x + 8$	$f^{-1}(x) = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$	$f^{-1}(x) = \frac{3}{2}x + \frac{3}{2}$	

التاريخ:

الاسم:

4-1 التدريبات الإثرائية

قیم عطیی محلیہ

یعنی: مجنحی الدالة بیغوریہ الاؤب جزو

x	f(x)	graph
-2	-5	
-1.5	-3.375	
-1.4	-3.344	
-1.3	-3.397	
-1	-4	

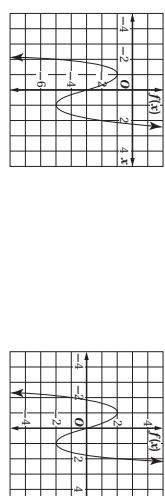
اویج قیمة عطیی محلیہ کل داله عباریاً بیغوریہ الاؤب جزو من عشرہ.

 $f(x) = x^3 - 3x - 3$ (2) $f(x) = x^3 - 3x - 3$ (1)

عطنی محلیہ

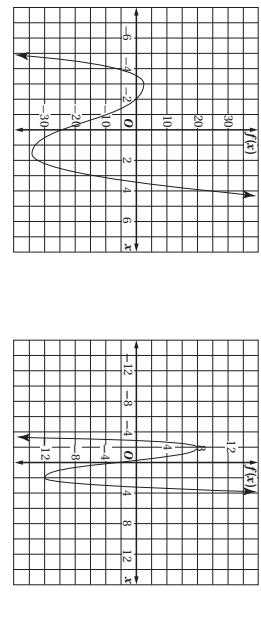
(3)

اویج قیمة عطیی محلیہ کل داله عباریاً بیغوریہ الاؤب جزو من عشرہ.

 $f(x) = x^3 + 2x^2 - 12x - 24$ (4) $f(x) = x^3 - 9x - 2$ (3)

عطنی محلیہ

(4)



عطنی محلیہ

(3)

یعنی: مجنحی الدالة بیغوریہ الاؤب جزو علی قیمة اکثر فریا لهه القیمة المختصریہ بیندریۃ الشعیریہ فی الجدوار لـ $f(x) = x^3 - 6x - 9$ فی الجدوار.

عشرہ.

تمارین: ایجاد الدالات الملافاتیہ.

10

تمارین: الدالات الملافاتیہ.

11

تمارین: الدالات الملافاتیہ.

3.3 = عطنی محلیہ

8.4 = عطنی محلیہ

٤-٢ تدريبات المهام

الملافات والمدواو المكسية

- أوجد الدالة المكسية الكل دالة عايني:
 ١) $\{(1, -7), (5, 0), (-1, 5)\}$
 ٢) $\{(-7, 1), (0, 5), (5, -1)\}$

- أوجد الدالة المكسية كل منها دالة عايني إذا و فقط إذا كان:
 ٣) $\{(3, 1), (4, -3), (8, -3)\}$
 ٤) $\{(-10, -2), (-7, 6), (-4, -2), (-4, 0)\}$
 ٥) $\{(-9, 0), (-3, 5), (6, 6), (-3, 8)\}$

- أوجد الدالة المكسية كل دالة عايني ثم مثل الدالتين الأصلية والمكسية ببيان.
 ٦) $\{(-4, 1), (-4, 3), (0, -8), (8, -9)\}$
 ٧) $\{(1, -4), (3, -4), (-8, 0), (-9, 8)\}$

- أوجد الدالة المكسية كل دالة عايني ثم مثل الدلتين الأصلية والمكسية ببيان.
 ٨) $f(x) = 3x$
 ٩) $f(x) = x + 2$

- أوجد الدالة المكسية كل دالة عايني ثم مثل الدلتين الأصلية والمكسية ببيان.
 ١٠) $g(x) = 2x - 7$
 ١١) $h(x) = \frac{2}{3}x + 2$

- أوجد الدالة المكسية كل دالة عايني ثم مثل الدلتين الأصلية والمكسية ببيان.
 ١٢) $f^{-1}(x) = x - 2$
 ١٣) $h^{-1}(x) = \frac{1}{3}x$

- أوجد الدالة المكسية كل دالة عايني ثم مثل الدلتين الأصلية والمكسية ببيان.
 ١٤) $f^{-1}(x) = x + 4$
 ١٥) $g^{-1}(x) = 2x - 1$

- أوجد الدالة المكسية كل دالة عايني ثم مثل الدلتين الأصلية والمكسية ببيان.
 ١٦) $f(x) = 2x$
 ١٧) $g(x) = \frac{1}{2}x + 3$

- أوجد الدالة المكسية كل دالة عايني ثم مثل الدلتين الأصلية والمكسية ببيان.
 ١٨) $f(x) = 8x - 10$
 ١٩) $g(x) = \frac{1}{8}x + \frac{5}{4}$

- أوجد الدالة المكسية كل دالة عايني ثم مثل الدلتين الأصلية والمكسية ببيان.
 ٢٠) $f(x) = 2x + 3$
 ٢١) $g(x) = \frac{1}{2}(x - 3)$

- أوجد الدالة المكسية كل دالة عايني ثم مثل الدلتين الأصلية والمكسية ببيان.
 ٢٢) $f(x) = 6x - 2$
 ٢٣) $g(x) = \frac{1}{6}x + 3$

الصف: السادس، الثاني الدراسي
الصف: السادس، الثاني الدراسي

13

٤-٢ تدريبات إعادة التقليد

الملافات والمدواو المكسية

التحقق من الدالة المكسية	تكون كل من الدلتين $f(x)$ أو $g(x)$ معكسية للأخرى إذا و فقط إذا كان:
المدواو المكسية	$[f \circ g](x) = x$ و $[g \circ f](x) = x$

$$\begin{aligned} \text{معلم ١: } [f \circ g](x) &= f[g(x)] \\ &= g(2x - 7) \\ &= \frac{1}{2}(2x - 7 + 7) \\ &= 2\frac{1}{2}(x + 7) - 7 \\ &= x \\ \text{معلم ٢: } [g \circ f](x) &= g[f(x)] \\ &= g(2x - 7) \\ &= 2\frac{1}{2}(x + 7) - 7 \\ &= x + 7 - 7 \\ &= x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{لأن، الدلتان } f(x) \text{ و } g(x) \text{ كل منها معكسية للأخرى.} \\ \text{معلم ١: } [f \circ g](x) &= f[g(x)] \\ &= f\left(\frac{1}{4}x - 3\right) \\ &= 4\left(\frac{1}{4}x - 3\right) + 1 \\ &= x - 12 + \frac{1}{3} \\ &= x - 11\frac{2}{3} \\ \text{لأن } x \neq g(f(x)) \text{ فإن الدلتان ليست كل منها معكسية للأخرى.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{معلم ٢: } [g \circ f](x) &= g[f(x)] \\ &= g\left(\frac{1}{4}x - 3\right) \\ &= 4\left(\frac{1}{4}x - 3\right) + 1 \\ &= x - 12 + \frac{1}{3} \\ &= x \end{aligned}$$

- أوجد الدالة المكسية كل دالة عايني ثم مثل الدلتين الأصلية والمكسية ببيان.
 ١) $f(x) = 3x$
 ٢) $f(x) = x + 2$

- أوجد الدالة المكسية كل دالة عايني ثم مثل الدلتين الأصلية والمكسية ببيان.
 ٣) $f(x) = \frac{1}{2}x - 10$
 ٤) $f(x) = 2x + \frac{1}{10}$

- أوجد الدالة المكسية كل دالة عايني ثم مثل الدلتين الأصلية والمكسية ببيان.
 ٥) $f(x) = -2x + 3$
 ٦) $f(x) = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$

- أوجد الدالة المكسية كل دالة عايني ثم مثل الدلتين الأصلية والمكسية ببيان.
 ٧) $f(x) = 4x + \frac{1}{2}$
 ٨) $f(x) = 2x - \frac{3}{5}$

- أوجد الدالة المكسية كل دالة عايني ثم مثل الدلتين الأصلية والمكسية ببيان.
 ٩) $f(x) = \frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$
 ١٠) $f(x) = \frac{1}{10}(5x + 3)$

- أوجد الدالة المكسية كل دالة عايني ثم مثل الدلتين الأصلية والمكسية ببيان.
 ١١) $f(x) = 4x - \frac{4}{5}$
 ١٢) $f(x) = 10 - \frac{x}{2}$

- أوجد الدالة المكسية كل دالة عايني ثم مثل الدلتين الأصلية والمكسية ببيان.
 ١٣) $f(x) = x - 1$
 ١٤) $f(x) = 2x + 3$

الصف: السادس، الثاني الدراسي
الصف: السادس، الثاني الدراسي

ال التاريخ:

الاسم:

التدبيبات الإثبائية 4-2 فراغة في الجبر

كلمة زمرة لها معنى خاص في الرياضيات، والمعارف المرفقة الناتجية توضح تكرار الزمرة، وهي مثال معمّل لزمرة أيضاً.

- إن أي مجموعة من الناس مع عملية ثنائية عليها تشكل زمرة إذاً تحقق الشروط الأربع الآتية: المجموعة مغلقة تحت تابع العملية، والمجموعة تمدعي، ويوجّد في المجموعة عصر عادي، وكل عنصر في المجموعة له ظاهر في المجموعة نفسها.
- والمثال السادس الشأنه مع عملية تركيب الدوال تشكل زمرة.

$$(1) f_1(x)=x, f_2(x)=\frac{1}{x}, f_3(x)=(x-1), f_4(x)=\frac{x}{(x-1)}, f_5(x)=x-5, f_6(x)=\frac{5}{x}$$

$$(2) \text{هذه الزمرة مثال للأمر غير الشاذلي. فمثلاً } f_6 \circ f_2 = f_1 \text{ يعني } f_6(f_2(x)) = f_1(x) = x$$

$$(3) \text{يمكن تجرب بعض الحالات لتحقق من أن } f_6 \circ f_2 = f_1 \text{ عذر حايد هذه الزمرة.}$$

- كل دالة هي دالة عكسية لنفسها باستثناء الدالتين f_1 و f_2 اللتين كل منهما دالة عكسية للأخرى.

(4) التوصي بالنظر في المسألة رقم 7 في المثلث T .

(5) التوصي بالنظر في المسألة رقم 7 في المثلث T .

- أجب عن كل من الأسئلة الآتية:
- اشرح المقصود بالقول "مجموع عدالة تأثير عملية". هل مجموعة الأعداد الصحيحة العادلة تتأثر بغيرها على أي عنصرين في المجموعة لتتحقق منه خصوصية المجموعة؟
- كل دالة هي دالة عكسية لنفسها باستثناء الدلتين f_1 و f_2 اللتين كل منهما دالة عكسية للأخرى.

ال التاريخ:

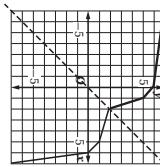
الاسم:

التمارين حل المسألة 4-2 الملاقات والدواال المكسيمية

الهجوم، يزيد عامور أن يصوت وعاءً كوري الشكل يتسبّس

- لتفف مرت كعوب من الماء، وعلم أن سجده $\pi r^2 h$ ، ولتكن $V = \frac{4}{3}\pi r^3$. وبطبي بالدالة r ، وبقي V ، وبقي r بدل V . أوجد هذه الدالة المكسيمية.

$$r = \sqrt[3]{\frac{3V}{4\pi}}$$



- تمارينرياضية: وضع سالم برئاسة التلاميذ

- الرياضية بالظاهر، ولتحقيق أكبر قدرة مكتبة، حسب سالم أقصى معدل لعدد ضربات القلب مستعملة الدالة $f(x) = 0.85(220 - x)$ حيث x قابل للارتفاع. أول دالة المكسيمية للدالة $f(x) = 220 - \frac{x}{0.85}$
- تمارينرياضية: وضع سالم برئاسة التلاميذ

- الموارد، المسافة الفرعية بين أحد الكواكب والشمس تُعطى بالدالة: $d = T^{2/3}$: حيث d المسافة بالوحدات الفلكية، T : مدة دورانه بالأشوال.
- الوحدة الفلكية هي المسافة بين الأرض والشمس).
- أوجي T بذلك d .

$$T = d^{2/3}$$

$$f^{-1}(x) = 220 - \frac{x}{0.85}$$

- الطرح عمليّة غير إبدالية على مجموعة الأعداد الصحيحة. اكتب تعريفاً من عدلك للمعاملة غير الإبدالية.

تفصيل مكتاني عددي بالنسبي للمعاملة يغير الناتج.

- ما المتصور الحايد العاملية الخبر على الأعداد الصحيحة؟
- $a_1 = a, 1, a=a$ يكون

$$(4) f_6 \circ f_4)(x) = f_6[f_4(x)] = \frac{1}{x} = x = f_1(x)$$

- أشرح كيف تربط العبارة الآتية مع العبارة رقم (5) المسألة.
- ما المتصور الحايد العاملية الخبر على الأعداد الصحيحة؟
- $a_1 = a, 1, a=a$ يكون

الصف: الثاني الثانوي
الفصل: ٤: الملاقات والدواال المكسيمية والجذرية

الصف: الثاني الثانوي
الفصل: ٤: الملاقات والدواال المكسيمية والجذرية

الصف: الثاني الثانوي
الفصل: ٤: الملاقات والدواال المكسيمية والجذرية

الاسم: _____ التاريخ: _____

الاسم: _____

الاسم: _____ التاريخ: _____

الاسم: _____

(تتمة)

تدريبات إعادة التعليم

4-3

دواوين ومبادرات المختبر التربيعي

متباينات المختبر التربيعي، الشريحة التي تختوي المختبر التربيعي لمتغير متباينة المختبر التربيعي. استعمل معلومات حول تحيل دوال المختبر التربيعي، والثوابت يليها في تحويل متباينات المختبر التربيعي.

مثال

مثال

مثال

متباينات المختبر التربيعي، الشريحة التي تختوي المختبر التربيعي لمتغير متباينة المختبر التربيعي. استعمل معلومات حول تحيل دوال المختبر التربيعي، والثوابت يليها في تحويل متباينات المختبر التربيعي.

مثال

مثال

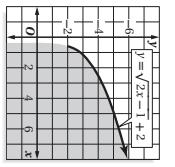
دواوين ومبادرات المختبر التربيعي
دواوين ومبادرات المختبر التربيعي، الشريحة التي تختوي المختبر التربيعي، ويحلا جميع القسم التي يكون عندها ما يتحقق المختبر التربيعي موجوداً أو صفراء.
يأخذ المختبر التربيعي لا يكون سالبا، فإن المجال هو $x \geq 0$. وعندئذ تكون $\frac{2}{3}x - 2 \geq 0$ ، وعندئذ يكون $\sqrt{3x - 2} \geq 0$.
المحور x هو $x \geq 0$. وعندئذ يكون $\sqrt{3x - 2} \geq 0$.
نرسم جداول يعرض قيم x الإيجابية، واستعمله في تحيل الدالة.

معلم

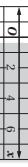
متباينات المختبر التربيعي، الشريحة التي تختوي المختبر التربيعي لمتغير متباينة المختبر التربيعي. استعمل معلومات حول تحيل دوال المختبر التربيعي، والثوابت يليها في تحويل متباينات المختبر التربيعي.

مثال

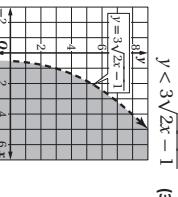
مثال



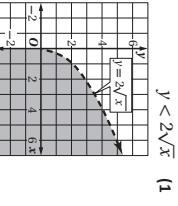
$$y < 3\sqrt{2x-1}$$



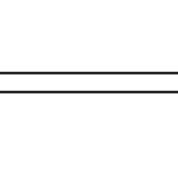
$$y > \sqrt{x+3}$$



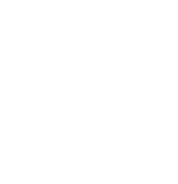
$$y < 2\sqrt{x}$$



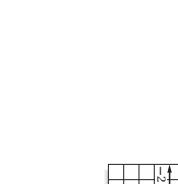
$$y < \sqrt{3x-4}$$



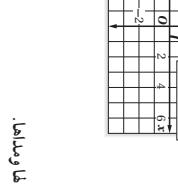
$$y \geq \sqrt{x+1}-4$$



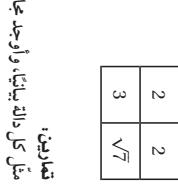
$$y = -\sqrt{\frac{x}{2}}$$



$$y = -3\sqrt{x}$$



$$y = \sqrt{2x}$$



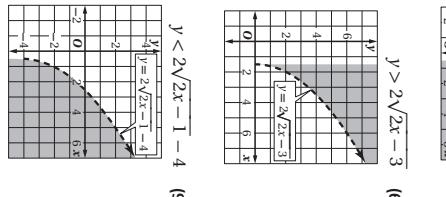
$$y \leq 0, \text{المدى}, x \geq 0$$



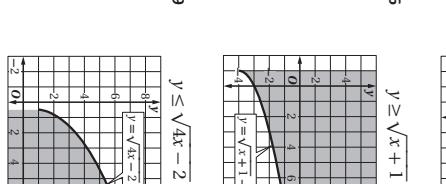
$$y = -\sqrt{2x-3}$$



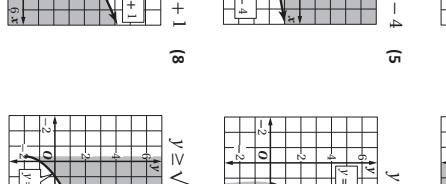
$$y = 2\sqrt{x-3}$$



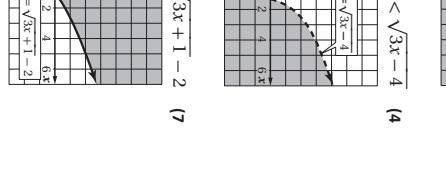
$$y < 2\sqrt{2x-1}-4$$



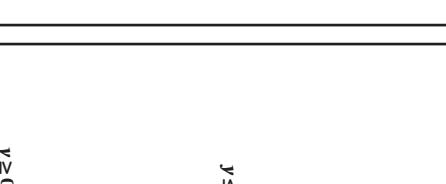
$$y > \sqrt{3x-2}$$



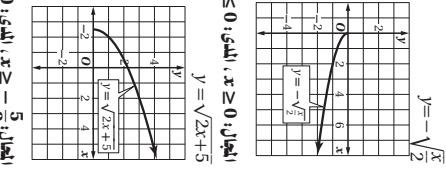
$$y \geq \sqrt{x+3}$$



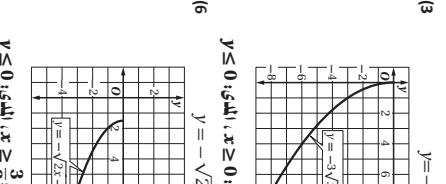
$$y < \sqrt{3x-4}$$



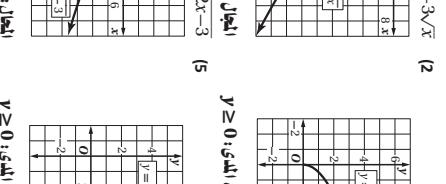
$$y \geq \sqrt{x+1}-4$$



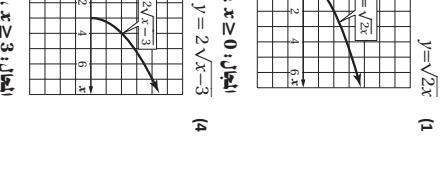
$$y = -\sqrt{\frac{x}{2}}$$



$$y = -3\sqrt{x}$$



$$y = \sqrt{2x}$$



$$y \leq 0, \text{المدى}, x \geq 0$$



$$y = -\sqrt{2x-3}$$



$$y = 2\sqrt{x-3}$$

الصف: _____ الفصل: _____

الصف: _____ الفصل: _____

الصف: _____ الفصل: _____

16

الصف: _____ الفصل: _____

17

الاسم: _____
التاريخ: _____

4-3 تدريبات حل المسألة

دوال ومتباينات الجذر التربيعي

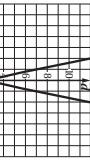
مساهمات، يقف مدرب فوق دائرة على جانب طريق

يراقب أحد المارين يجري في المسافة بين المدرب والدارج $\sqrt{36x^2 + 9}$

الطريق، والمسافة بين المدرب والدارج \sqrt{x} ممكni بالعملية

بين المدرب والدارج $d = \sqrt{9 + 36x^2}$. ميل هذه المسافة d بعد 3 ثوانٍ.

قرب إيجابيك من دائرة



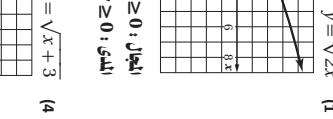
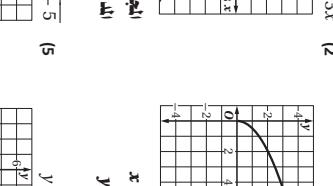
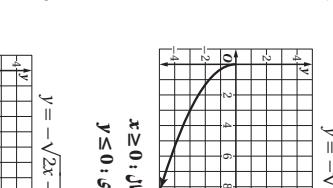
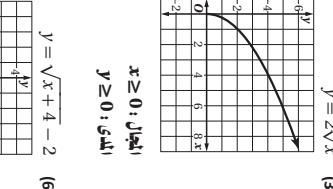
18.25

- (1) مريمات، بريـد، محمد إنشاء حديقة منزلية مربعة الشكل مساحتها 825 m^2 . ما بعد المدورة؟
 $p = 2\pi\sqrt{\frac{l}{8}}$
 $25\text{ft} \times 25\text{ft}$
- (2) المتدول الرأس الذي يستغرق في تداول لشجرة اهتزازة كاملة $\sqrt{3x}$ دقائق. كم ميل المتدول بالعملية:

حيث L طول البندول بالمار، و G سرارة الجاذبية الأرضية $G = 9.8m/\text{s}^2$.

أو جد من اهتزازة بندول طوله 0.65 m قرب إيجابيك إلى أقرب جزء من عشرة.

1.6s



مثل كل متباينة يلي:

(7) $f(x) < \sqrt{4x}$

(8) $f(x) \geq \sqrt{x+1}$

(9) $f(x) \leq \sqrt{4x-3}$

مثل كل متباينة يلي:

(10) $f(x) > \sqrt{4x}$

(11) $f(x) \geq \sqrt{4x+1}$

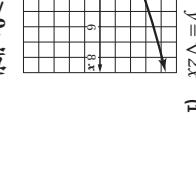
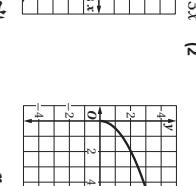
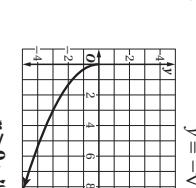
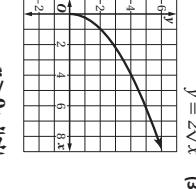
(12) $f(x) \leq \sqrt{4x+3}$

4-3 تدريبات المهارات

دوال ومتباينات الجذر التربيعي

مثـل كل دالة يلي، وأوجـد عـدداً وـدعاـها

(1) $y = \sqrt{2x}$
 $x \geq 0$ ؛ $y \geq 0$ ؛ $y = \sqrt{3x}$
 $x \geq 0$ ؛ $y \geq 0$ ؛ $y = \sqrt{2x-5}$
 $x \geq 2.5$ ؛ $y \geq 0$ ؛ $y = \sqrt{x+3}$
 $x \geq -3$ ؛ $y \geq 0$ ؛ $y = \sqrt{4x}$



مثل كل متباينة يلي:

(1) $f(x) < \sqrt{4x}$

(2) $f(x) \geq \sqrt{x+1}$

(3) $f(x) \leq \sqrt{4x-3}$

مثل كل متباينة يلي:

(4) $f(x) \geq \sqrt{4x+1}$

(5) $f(x) \leq \sqrt{4x+3}$

الفضل، ٤: الملاطفات والمدواران المكسبة والمجندرية

19

الصف، الثاني الثانوي

الفضل، ٤: الملاطفات والمدواران المكسبة والمجندرية

18

الصف، الثاني الثانوي

الاسم: _____
التاريخ: _____

تدريبات إعادة التعليم

4-4 الجذر التوبي

تبسيط الجذور

الجذر التوبي	لأي عددين متعاقبين a, b إذا كان $b = a^2$ فإن $\sqrt{a} = \sqrt{b}$
الجذر التوبي	لأي عددين متعاقبين a, b وأي عدد صحيح موجب n إذا كان $b = a^n$
الجذر التوبي	فإن $\sqrt[n]{a}$ جذر نوني للعدد a .
الجذر التوبي	إذا كان a عددًا ورديًا، فإن \sqrt{a} جذر حقيقي واحد موجب، وجذر حقيقي واحد سالب، الجذر هو الجذر الرئيسي.
الجذر التوبي	إذا كان a عددًا فرديًا، فإن \sqrt{a} جذر حقيقي واحد موجب.
الجذر التوبي	إذا كان a عددًا زوجيًا، فإن \sqrt{a} لا يوجد للعدد a جذر حقيقي واحد سالب.

$$-\sqrt[3]{(2a-1)^6} = -\sqrt[3]{[(2a-1)^2]^3} = -(2a-1)^2 \quad \text{بسط}$$

$$\sqrt[3]{(2a-1)^6} = \sqrt[3]{[(2a-1)^2]^3} = (2a-1)^2 \quad \text{بسط}$$

$$\sqrt[4]{49z^8} = \sqrt[4]{(7z^4)^2} = 7z^4 \quad \text{بسط}$$

$$\sqrt[4]{49z^8} = \sqrt[4]{(7z^4)^2} = 7z^4 \quad \text{بسط}$$

عدد موجب، فلا داعي لأخذ القيمتين المطلقة

تمارين:
بسط كل عاين:

$$\frac{\sqrt{144p^6}}{12|p|^3} \quad (3) \quad \sqrt{-343} \quad (2) \quad \sqrt{81} \quad (1) \quad 9$$

$$\frac{-\sqrt[3]{m^6n^9}}{m^6n^9} \quad (6) \quad \pm \sqrt{4a^{10}} \quad (4) \quad \pm 2a^5 \quad (5)$$

$$\frac{-m^2n^3}{\sqrt{12|x^6|}} \quad (9) \quad \frac{\sqrt{16a^8b^8}}{4|a^4b^4} \quad (8) \quad \frac{\sqrt{-b^{12}}}{-b^4} \quad (7)$$

$$\frac{11|x^3|}{-\sqrt[3]{-27p^6}} \quad (12) \quad \frac{\pm\sqrt{16g^4}}{\pm 13r^2} \quad (11) \quad \frac{\sqrt{(4k)^4}}{16k^2} \quad (10)$$

$$\frac{\sqrt{100x^2y^4z^6}}{\sqrt{0.64p^0}} \quad (15) \quad \frac{\sqrt{36q^{14}}}{6|q^7|} \quad (14) \quad \frac{-\sqrt{62.5z^2}}{-25|y|z^2} \quad (13)$$

$$\frac{0.8|p|^5}{0.8|p|^5} \quad (18) \quad \frac{-0.36}{-0.36} \quad (17) \quad \frac{-0.3}{-0.3} \quad (16)$$

$$\frac{\sqrt[3]{(5a^2b^2)^6}}{25a^4b^2} \quad (21) \quad \frac{\sqrt[4]{(11y^2)^4}}{121y^4} \quad (20) \quad \frac{\sqrt[4]{(2x)^8}}{4x^2} \quad (19)$$

$$a^2 = q^2 + r^2, b^2 = r^2 + p^2, c^2 = p^2 + q^2$$

$$6 \quad 5 \quad 4 \quad 3 \quad 2 \quad 1$$

(الصف: ٤ العلاقات والدوال المثلثية والجذرية)

21

الاسم: _____
التاريخ: _____

التدريبات الإثرائية

4-3 قراءة في الجبر

إذا شاهدت مسائلان رياضيتان في البيئة فتغلل أنها مشابهتان.

واستعمل المثلث إسحاجي الطير للاستكشاف، ويرجع النظر إلى المثلثات الجديدة، والعبارات المثلثية تبين مثلث الأبعاد لنظرية فياغورس.

(1) افرض أن لديك مجلسين يدايعي المطرخ فيه ثلاثة أبعاد تلتقي في الرأس O .
(2) وافرض أنك ترمي مطرخة ذات أبعاد تلتقي في الرأس O .

العملية ببساطة المسطوح الرابع (D) المقابض للأرس.

من الطبيعي أن تتحقق صيغة مائلة الخطوية فيتغير $x^2+y^2=z^2$.

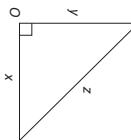
(3) وتكون صيغة للحالات الشائبة ذات العدين.

(4) لمكتشف المصنوعية في حالة الأشكال ثلاثية الأبعاد، عليك أن تتحقق صيغة، وترهن صيغها.

(5) الأقواسان التاليان معقولان:

$$D^3 = A^3 + B^3 + C^3$$

$$D^2 = A^2 + B^2 + C^2$$



بالرجوع إلى العبارات المرنة السابقة، أكتب تعريفاً من عدوك للمشكوك رباعي السطوح.

(1) استعمل العبارة رقم ١ والشكل العلمي، أكتب تعريفاً من عدوك للمشكوك رباعي السطوح؟

(2) استعمل العبارة رقم ٢ والشكل العلمي، أكتب تعريفاً من عدوك للمشكوك رباعي السطوح؟

(3) أعدد العبارات رقم ٣ لتتناسب وضميمة عاين C .

مثلث له ضفافان متسامدان ويتنقبن في الأرس C .

(4) بالرجوع إلى الشكل العلمي، أكتب عبارات للمساحات A و B و C والمذكورة في العبارة رقم ٢.

(5) أكتب عبارات للمتغيرات a و b و c و d و e و f و g و h و i و j و k و l و m و n و p و q و r و s و t و u و v و w و x و y و z و w و v و u و t و s و r و q و p و m و n و l و k و j و i و h و g و f و e و d و c و b و a واستعمل نظرية فياغورس للحصول على هذه العبارات.

(6) أكتب اقتراح في العبارة رقم ٥ يبيّن أكثر مقولية بـ b وأبايك.

اقتباع تمارين الطلاب.

(الصف: ٤ العلاقات والدوال المثلثية والجذرية)

20

(الصف: ٤ العلاقات والدوال المثلثية والجذرية)

التاريخ:

الاسم:

التاريخ:

الاسم:

4-4 تدريبات الممارسة

المجذر التنوبي

استعمل الآلة الحاسبة لإيجاد قيمة كل مما يلي معرفة بثلاث منزلات عشرية.

$\sqrt{38}$	(2)	15.166	$\sqrt{230}$	(1)
$\sqrt{5.6}$	(4)	-	$\sqrt{152}$	(3)
-6.055	$\sqrt[3]{-222}$	4.448	$\sqrt[3]{88}$	(5)
3.466	$\sqrt[3]{500}$	-0.764	$-\sqrt[3]{0.34}$	(7)

مثال استعمل الآلة الحاسبة لإيجاد قيمة $\sqrt[3]{18.2}$ معرفة بـ 7 منزلات عشرية.

المقدار الشهسي	هر العدد الذي لا يمكن التعبير عنه بكسر عشرى ممتنع أو دووى.
الحل: المجلد مثل $\sqrt[3]{2}$ و $\sqrt[3]{3}$ وأمثلة الأعداد غير النسبية ويساعدك في التقريب الكسرية في تقريب قيمة الأعداد غير النسبية في التطبيقات عادةً، ويساعدك في إجاد هذه القيمة التقريبية ببساطة الآلة الحاسبة.	المجلد مثل $\sqrt[3]{2}$ و $\sqrt[3]{3}$ وأمثلة الأعداد غير النسبية ويساعدك في التقريب الكسرية في تقريب قيمة الأعداد غير النسبية في التطبيقات عادةً، ويساعدك في إجاد هذه القيمة التقريبية ببساطة الآلة الحاسبة.

4-4 تدريبات الممارسة

المجذر التنوبي

استعمل الآلة الحاسبة لإيجاد قيمة كل مما يلي معرفة بـ 3 منزلات عشرية.

$\pm\sqrt{81}$	(9)	تمرين: بسط كلاً على:		
12	$\sqrt[3]{144}$	(10)	± 9	
5	$\sqrt{(-5)^2}$	(11)	$\pm\sqrt{81}$	
0.6	$\sqrt[3]{0.36}$	(13)	± 9	
-3	$-\sqrt[3]{27}$	(16)	± 9	
2	$\sqrt[3]{32}$	(18)	± 9	
y	$\sqrt{y^2}$	(20)	± 9	
$8 x^3 $	$\sqrt{64x^6}$	(22)	± 9	
m^4p^2	$\sqrt{m^8p^4}$	(24)	± 9	
$2 w v^2$	$\sqrt[3]{16uv^4t^8}$	(26)	± 9	
$ \boldsymbol{a} + \boldsymbol{b} $	$\sqrt{(a+b)^2}$	(28)	± 9	

(19) افتراء: تستخدم شرطة السير الصينية $L = 2vts$ بالأمس لكل سلامة، عند ما تزتق مسافة (L) بـ الأقدام. قدر سرعة سيره بالأمس لأقرب جزء من عشرة إذا أزقت مسافة قيل أن توقف.

(20) رحلات المضاء، تقدر المسافة الأفتية (d) بالأمس من مرحلة فضائية تدور على ارتفاع M ميل فوق سطح الأرض بالمدارة $\frac{GM}{R^2}$. ما المسافة الأفتية المقدرة من مرحلة تدور على ارتفاع 150 ميل فوق سطح الأرض؟ $d = \sqrt{\frac{GM}{R^2}} = \sqrt{\frac{80000h}{h^2 + R^2}}$. 77.5 mil/h

23

الفضل: ٤. المدخلات والمدخلات المحسنة والمتحدرة

22

الصف: ١. الثاني الثانوي

الاسم: _____ التاريخ: _____

الاسم: _____ التاريخ: _____

الشريفات الإثارةية 4-4

تقريب الجذور التربيعية

لديك المفكوك التالي:

$$\left(a + \frac{b}{2a}\right)^2 = a^2 + \frac{2ab}{2a} + \frac{b^2}{4a^2}$$

$$= a^2 + b + \frac{b^2}{4a^2}$$

افتراض أن قيمة a كبيرة جدًا، لدرجة أنه يمكن إهمالها في التقرير.

$$\left(a + \frac{b}{2a}\right)^2 \approx a^2 + b$$

أي إن $a + \frac{b}{2a} \approx \sqrt{a^2 + b}$

افتراض أن a عدد يمكن عددها تكون العبرة b ، حيث $a > b$ ، فإن القاعدة التربيعية $\sqrt{a^2 + b} \approx a + \frac{b}{2a}$ تساوي $a + \frac{b}{2a}$. وكذلك يمكنك الوصول إلى القيمة التربيعية

$$a - \frac{b}{2a} \approx \sqrt{a^2 - b}$$

$$\text{استخدم المسقط } \frac{b}{2a} \approx a \pm \sqrt{a^2 \pm b} \text{ و } \sqrt{101} \text{ و } \sqrt{622} \text{ و } \sqrt{101}$$

$$\sqrt{622} = \sqrt{625 - 3} = \sqrt{25^2 - 3} \quad (b)$$

$$b = 3 \text{ و } a = 25 \quad \text{لأن } \frac{3}{25} \approx 25 - \frac{1}{(25)} \quad (a)$$

$$\sqrt{101} = \sqrt{100 + 1} = \sqrt{10^2 + 1} \quad \text{لأن } b = 1 \text{ و } a = 10 \quad (b)$$

$$\sqrt{101} \approx 10 + \frac{1}{2(10)} \quad \approx 10.05$$

تمارين: استعمل الصيغة السابقة لتقريب كل قيمة على الأقرب جراء من هذه.تحقق من إجابتك مسحلاً الآلة الحاسبة.

$$20.05 \quad \sqrt{402} \quad (3) \quad 9.95 \quad \sqrt{99} \quad (2) \quad 25.02 \quad \sqrt{626} \quad (1)$$

$$8.94 \quad \sqrt{80} \quad (6) \quad 14.93 \quad \sqrt{223} \quad (5) \quad 40.05 \quad \sqrt{1604} \quad (4)$$

$$59.79 \quad \sqrt{3575} \quad (9) \quad 50.05 \quad \sqrt{2505} \quad (8) \quad 69.93 \quad \sqrt{4890} \quad (7)$$

$$16.12 \quad \sqrt{260} \quad (12) \quad 17.03 \quad \sqrt{290} \quad (11) \quad 1200.46 \quad \sqrt{1441100} \quad (10)$$

$$13 \quad \text{يُنَّ أَنْ } a > b \quad a - \frac{b}{2a} \approx \sqrt{a^2 - b} \quad (13) \quad \text{يمكّن إهاله} \quad \frac{b^2}{4a^2} \left(a - \frac{b}{2a} \right)^2 \approx a^2 - b; a - \frac{b}{2a} \approx \sqrt{a^2 - b}$$

الصف: _____ الدليل: _____
المفصل: _____ الملاطف والادوار: _____ المكسيبة والجدرية

الاسم: _____ التاريخ: _____

تدريبات حل المسألة 4-4

الجذور التوأم

1) معمبات، يريد سعود بناء مخزن يمكّب الشكل مستطيل بعرض 1728 قدماً على أن يكون

$$L = 2\pi\sqrt{\frac{L}{8}} \quad g = 32 \text{ ft/s}^2$$



$$12 \text{ ft} \times 12 \text{ ft} \times 12 \text{ ft}$$

$$(a) \text{ إذا كان طول ابتدئول } 2.7 \text{ ft زمن اهتزازه } 1.57 \text{ s}$$

$$(b) \text{ إذا كان زمن اهتزازة بتدوال } 1.1 \text{ s زمن اهتزاز طول ابتدئول بالقدم.}$$

2) العدد، قيل المعادلة $a = \sqrt[3]{x^2}$ حالته خاصة اذا تكون كيلوغرام، ويصرى على الكيلوغرام بعد.

3) العدالت، العقل يصرى على الكيلوغرام، حيث a هو الكوب عن النمس بالوحدات الفلكية، و المتر المترميكية بالتساوي للدوره الكولي. إذا كانت درجة حرارة كوب المتر تختلف 12 درجة، فما يبعد عن الشفاف بالوحدات الفلكية؟

$$P \quad 5.24 \quad \text{ووحدة الكيلوغرام.}$$

4) هامش الربح، تبلغ كيلوغرام سعة لدى تاجر جملة D ريل، ويعطيها تاجر بربح $P\%$ العزيز لغير تجارية ويعطيها تاجر التجزئة للمسهملك بربح $P\%$ ما السعر الذي يشتري به المستهلك؟ وإذا كان تاجر الجملة 80 ريل، وكانت كلفتها على تاجر الجملة 80 ريل، فما هي نسبة الربح $P\%$ ؟

$$D(1 + \frac{P}{100})^3; 40\%$$

الاسم: _____
التاريخ: _____

الاسم: _____
التاريخ: _____

4-5 تدريبات إعادة التعليم

المعلميات على العبارات الجذرية

4-5 تدريبات إعادة التعليم

المعلميات على العبارات الجذرية

العمليات على الجذور، يمكنناك جمع الجذور المتشابهة فقط عند جمع عبارات مختوبي على الجذور.

مثلاً: إذا كان $a\sqrt{b} + c\sqrt{d}$ ، وإنما $a\sqrt{b} + c\sqrt{d} = a\sqrt{b} + c\sqrt{d} + 0\sqrt{f} + 0\sqrt{h}$.

تستعمل خصائص الضرب والقسمة في ضرب الجذور، والإيجاد ناتج $(a\sqrt{b} + c\sqrt{d}) \cdot (e\sqrt{f} + g\sqrt{h}) = ae\sqrt{bf} + ag\sqrt{dh} + ce\sqrt{af} + cg\sqrt{bh}$.

التوزيع والإغلاق لقانون الضرب في الجذور، فإذا كان $a\sqrt{b} \cdot c\sqrt{d} = a\sqrt{b} \cdot c + a\sqrt{b} \cdot d$.

أيضاً: إذا كان $a\sqrt{b} \cdot c\sqrt{d} = a\sqrt{b} \cdot c + a\sqrt{b} \cdot d$.

العمليات على الجذور، يمكنناك جمع الجذور المتشابهة فقط عند جمع عبارات مختوبي على الجذور، ويكون تجذيران متضادان: إذا كان $a\sqrt{b} - c\sqrt{d}$ ، وإنما $a\sqrt{b} - c\sqrt{d} = a\sqrt{b} - c + a\sqrt{b} - d$.

تستعمل خصائص الضرب والقسمة في ضرب الجذور، فإذا كان $a\sqrt{b} \cdot b\sqrt{c} = ab\sqrt{bc}$.

التوزيع والإغلاق لقانون الضرب في الجذور، فإذا كان $a\sqrt{b} \cdot c\sqrt{d} = a\sqrt{b} \cdot c + a\sqrt{b} \cdot d$.

أيضاً: إذا كان $a\sqrt{b} \cdot c\sqrt{d} = a\sqrt{b} \cdot c + a\sqrt{b} \cdot d$.

العمليات على الجذور، يمكنناك جمع الجذور المتشابهة فقط عند جمع عبارات مختوبي على الجذور، وإنما $a\sqrt{b} + c\sqrt{d} = a\sqrt{b} + c + a\sqrt{b} + d$.

تجربة: إذا كان $a\sqrt{b} + c\sqrt{d} = a\sqrt{b} + c + a\sqrt{b} + d$.

أيضاً: إذا كان $a\sqrt{b} - c\sqrt{d} = a\sqrt{b} - c + a\sqrt{b} - d$.

العمليات على الجذور، يمكنناك جمع الجذور المتشابهة فقط عند جمع عبارات مختوبي على الجذور، وإنما $a\sqrt{b} + c\sqrt{d} = a\sqrt{b} + c + a\sqrt{b} + d$.

تجربة: إذا كان $a\sqrt{b} - c\sqrt{d} = a\sqrt{b} - c + a\sqrt{b} - d$.

العمليات على الجذور، يمكنناك جمع الجذور المتشابهة فقط عند جمع عبارات مختوبي على الجذور، وإنما $a\sqrt{b} + c\sqrt{d} = a\sqrt{b} + c + a\sqrt{b} + d$.

تجربة: إذا كان $a\sqrt{b} - c\sqrt{d} = a\sqrt{b} - c + a\sqrt{b} - d$.

العمليات على الجذور، يمكنناك جمع الجذور المتشابهة فقط عند جمع عبارات مختوبي على الجذور، وإنما $a\sqrt{b} + c\sqrt{d} = a\sqrt{b} + c + a\sqrt{b} + d$.

تجربة: إذا كان $a\sqrt{b} - c\sqrt{d} = a\sqrt{b} - c + a\sqrt{b} - d$.

العمليات على الجذور، يمكنناك جمع الجذور المتشابهة فقط عند جمع عبارات مختوبي على الجذور، وإنما $a\sqrt{b} + c\sqrt{d} = a\sqrt{b} + c + a\sqrt{b} + d$.

تجربة: إذا كان $a\sqrt{b} - c\sqrt{d} = a\sqrt{b} - c + a\sqrt{b} - d$.

العمليات على الجذور، يمكنناك جمع الجذور المتشابهة فقط عند جمع عبارات مختوبي على الجذور، وإنما $a\sqrt{b} + c\sqrt{d} = a\sqrt{b} + c + a\sqrt{b} + d$.

تجربة: إذا كان $a\sqrt{b} - c\sqrt{d} = a\sqrt{b} - c + a\sqrt{b} - d$.

العمليات على الجذور، يمكنناك جمع الجذور المتشابهة فقط عند جمع عبارات مختوبي على الجذور، وإنما $a\sqrt{b} + c\sqrt{d} = a\sqrt{b} + c + a\sqrt{b} + d$.

تجربة: إذا كان $a\sqrt{b} - c\sqrt{d} = a\sqrt{b} - c + a\sqrt{b} - d$.

العمليات على الجذور، يمكنناك جمع الجذور المتشابهة فقط عند جمع عبارات مختوبي على الجذور، وإنما $a\sqrt{b} + c\sqrt{d} = a\sqrt{b} + c + a\sqrt{b} + d$.

تجربة: إذا كان $a\sqrt{b} - c\sqrt{d} = a\sqrt{b} - c + a\sqrt{b} - d$.

العمليات على الجذور، يمكنناك جمع الجذور المتشابهة فقط عند جمع عبارات مختوبي على الجذور، وإنما $a\sqrt{b} + c\sqrt{d} = a\sqrt{b} + c + a\sqrt{b} + d$.

تجربة: إذا كان $a\sqrt{b} - c\sqrt{d} = a\sqrt{b} - c + a\sqrt{b} - d$.

العمليات على الجذور، يمكنناك جمع الجذور المتشابهة فقط عند جمع عبارات مختوبي على الجذور، وإنما $a\sqrt{b} + c\sqrt{d} = a\sqrt{b} + c + a\sqrt{b} + d$.

تجربة: إذا كان $a\sqrt{b} - c\sqrt{d} = a\sqrt{b} - c + a\sqrt{b} - d$.

العمليات على الجذور، يمكنناك جمع الجذور المتشابهة فقط عند جمع عبارات مختوبي على الجذور، وإنما $a\sqrt{b} + c\sqrt{d} = a\sqrt{b} + c + a\sqrt{b} + d$.

27

الصف: الثاني الثانوي

الفصل: ٤- المدخلات والمدخلات المحسنة والجذرية

الاسم: _____ التاريخ: _____

الاسم: _____

الاسم: _____ التاريخ: _____

الاسم: _____

4-5 تدريبات حل المسألة

تدريبات المهارات

المعلميات على العبارات الجذرية

4-5

(4) سباق، يريد محمد أن يستarcن مع أخيه الأصغر أحمد. ويعد عدداً من السباقات توصل إلى أن السباق العادل بينهما يصل في قطعها مسافات مختلفة. اقطعوا محمد وأحمد من نقطة واحدة، ورضاضا ميلاً، ثم اختذا مسارين مختلفين. وبين الشكل التالي تقطعي النهاية المختلفة لهما، وعد وصويفاً أن كل منها أستغرق وقتاً معاً، ودائماً متسداً للطاقة في السباق.

(1) معلميات، يملك عمر صندوقاً على شكل مترازبي مستيلات يعادله 20 يومية، 35 يومية، 40 يومية. ويريد أن ي Punset صندوقاً جديداً، يكعب الشكل له حجم الصندوق السابق نفسه في طريق الصندوق الجديد؟ إجيباك في أبسط صورة.

$$10^3 \text{ لتر}$$

$$\begin{aligned} &\frac{5\sqrt{3}}{\sqrt{75}} \quad (2) \\ &\frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{24}} \quad (1) \\ &-2\sqrt[4]{3} \quad -\sqrt[4]{48} \quad (4) \\ &2\sqrt[3]{2} \quad \sqrt[3]{16} \quad (3) \\ &\frac{2|ab|\sqrt{4}}{\sqrt{64a^4b^4}} \quad (6) \\ &\frac{20x^2\sqrt{2x}}{4\sqrt{50x^5}} \quad (5) \\ &\frac{5}{3}\sqrt{r^4t} \quad (8) \\ &\frac{\sqrt{25}}{\sqrt{36}} r^2 t \quad (7) \\ &\frac{\sqrt[3]{6}}{3} \quad \sqrt[3]{\frac{2}{9}} \quad (10) \\ &-\frac{\sqrt{21}}{7} \quad -\sqrt{\frac{3}{7}} \quad (9) \\ &\frac{g\sqrt{10gz}}{5z} \quad \sqrt{\frac{2g^3}{5z}} \quad (11) \end{aligned}$$

(3) إذا حافظ كل من محمد وأحمد على سباق على مدخل سرعة ثابتة، كم تزيد سباق كل منهما بقطط سمساءة ميل واحد؟ اكتب إجابتك في أبسط صوره.

(4) إذا، أفرض أن شدة إثارة ضوء I_1 عندما كان مصدره على بعد d_1 ، وشدة إثارة ضوء I_2 عندما كان مصدره على بعد d_2 . هذه الكيبلات ترتبط بالعلاقة:

$$\frac{0.8}{0.02} = \frac{40}{20\sqrt{2}}$$

أحمد: أو $\frac{0.8}{0.01} = \frac{40}{4\sqrt{0.05}}$

أحمد: أو $\frac{0.8}{0.01} = \frac{40\sqrt{5}}{80}$ دقيقة

$$\frac{5\sqrt{3}}{6}$$

(5) إذا، أفرض أن I_1 زاوية 50° وحدة، و I_2 زاوية 24° وحدة. فما قيمة $\frac{d_2}{d_1}$ ؟ اكتب إجابتك في أبسط صوره.

(6) إذا، أفرض أن I_1 زاوية 50° وحدة، و I_2 زاوية 24° وحدة. فما قيمة $\frac{d_2}{d_1}$ ؟ اكتب إجابتك في أبسط صوره.

$$\begin{aligned} &\frac{8\sqrt{2}}{8\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{8} + \sqrt{50}}{\sqrt{2} + \sqrt{8} + \sqrt{50}} \quad (14) \\ &\frac{48\sqrt{15}}{(3\sqrt{20})} = \frac{(4\sqrt{12})(4\sqrt{15})}{(4\sqrt{12})(3\sqrt{20})} \quad (13) \\ &\frac{6\sqrt{3}}{\sqrt{12}} = \frac{\sqrt{12} - 2\sqrt{3} + \sqrt{108}}{\sqrt{12} - 2\sqrt{3} + \sqrt{108}} \quad (15) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\sqrt{3} = \frac{2\sqrt{48} - \sqrt{75} - \sqrt{12}}{\sqrt{48} - \sqrt{75} - \sqrt{12}} \quad (17) \\ &\frac{21 + 3\sqrt{2}}{47} = \frac{3}{7 - \sqrt{2}} \quad (22) \\ &\frac{8 - 4\sqrt{3}}{(\sqrt{2} - \sqrt{6})^2} = (21) \end{aligned}$$

الاسم: _____ التاريخ: _____

الاسم: _____ التاريخ: _____

التدريبات المطلوبة 4-6

الأسس النسبية والجذر

تمرين $b^{\frac{m}{n}}$	تمرين $b^{\frac{n}{m}}$
لأن $a^{\frac{m}{n}} = (\sqrt[n]{a})^m$ ، فإذا $a > 0$ ، $b^{\frac{m}{n}} = (\sqrt[n]{b})^m$. لأن $a^{\frac{n}{m}} = (\sqrt[m]{a})^n$ ، فإذا $a > 0$ ، $b^{\frac{n}{m}} = (\sqrt[m]{b})^n$.	لأن $a^{\frac{m}{n}} = (\sqrt[n]{a})^m$ ، فإذا $a > 0$ ، $b^{\frac{m}{n}} = (\sqrt[n]{b})^m$. لأن $a^{\frac{n}{m}} = (\sqrt[m]{a})^n$ ، فإذا $a > 0$ ، $b^{\frac{n}{m}} = (\sqrt[m]{b})^n$.

لأن $a^{\frac{m}{n}} = (\sqrt[n]{a})^m$ ، فإذا $a > 0$ ، $b^{\frac{m}{n}} = (\sqrt[n]{b})^m$.
لأن $a^{\frac{n}{m}} = (\sqrt[m]{a})^n$ ، فإذا $a > 0$ ، $b^{\frac{n}{m}} = (\sqrt[m]{b})^n$.

$$\begin{aligned} \text{أوجد قيمة } b^{\frac{1}{2}} \quad \text{أوجد قيمة } b^{\frac{1}{3}} \\ \text{لأن } a^{\frac{1}{2}} = \sqrt{a} \quad \text{لأن } a^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{a} \\ 28^{\frac{1}{2}} = \sqrt{28} \quad (-125)^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{-125} \\ = \sqrt{2^2 \cdot 7} \quad = \frac{-8}{\sqrt[3]{-8}} \\ = 2\sqrt{7} \quad = \frac{-8}{-2} \\ = 2\sqrt{7} \quad = -4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{أوجد ناتج الضرب: } (\sqrt{2} + \sqrt{5})(\sqrt{2} - \sqrt{5}) = (\sqrt{2})^2 - (\sqrt{5})^2 = 2 - 5 = -3 \\ \text{أوجد قيمة: } (\sqrt{2} + \sqrt{8})^2 = (\sqrt{2})^2 + 2\sqrt{2}\sqrt{8} + (\sqrt{8})^2 \\ = 2 + 2\sqrt{16} + 8 = 2 + 2(4) + 8 = 2 + 8 + 8 = 18 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{أكتب كل عبارة أسيّة على الصورة المطلوبة، وكل عبارة جذرية على الصورة الأسية:} \\ \text{أكتب كل عبارة أسيّة على الصورة المطلوبة، وكل عبارة جذرية على الصورة الأسية:} \\ \text{أكتب كل عبارة أسيّة على الصورة المطلوبة، وكل عبارة جذرية على الصورة الأسية:} \\ \text{أكتب كل عبارة أسيّة على الصورة المطلوبة، وكل عبارة جذرية على الصورة الأسية:} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{أوجد ناتج الضرب في كل معيار:} \\ (\sqrt{10} + \sqrt{2})(\sqrt{10} - \sqrt{2}) = 8 \\ (\sqrt{3} - \sqrt{7})(\sqrt{3} + \sqrt{7}) = -4 \\ (\sqrt{2x} - \sqrt{6})(\sqrt{2x} + \sqrt{6}) = 2x - 6 \\ (\sqrt{1000} + \sqrt{10})^2 = 1210 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{أوجد ناتج الضرب في كل معيار:} \\ (\sqrt{5} - \sqrt{x})^2 = 7 \\ (\sqrt{50} - \sqrt{x})^2 = 17 \\ x + 40\sqrt{2x} + 400 = 50 - 10\sqrt{2x} + x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{يسكنك توسيع الأكير السابقة لتشمل إثبات مجموع دوقي مكعبين، ادرس النسخة القديمة، ثم أكمل الأسئلة 9-12:} \\ (\sqrt[3]{8} - \sqrt[3]{x})(\sqrt[3]{8^2} + \sqrt[3]{8x} + \sqrt[3]{x^2}) = \sqrt[3]{8^3} - \sqrt[3]{x^3} = 8 - x \\ -3(\sqrt[3]{2} - \sqrt[3]{5})(\sqrt[3]{2^2} + \sqrt[3]{10} + \sqrt[3]{5^2}) = 9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{أوجد قيمة كل عبارة معيار:} \\ y + w = (\sqrt[3]{y} + \sqrt[3]{w})(\sqrt[3]{y^2} - \sqrt[3]{yw} + \sqrt[3]{w^2}) = 10 \\ 27(\sqrt[3]{7} + \sqrt[3]{20})(\sqrt[3]{7^2} - \sqrt[3]{140} + \sqrt[3]{20^2}) = 11 \\ 3(\sqrt[3]{11} - \sqrt[3]{8})(\sqrt[3]{11^2} + \sqrt[3]{88} + \sqrt[3]{8^2}) = 12 \end{aligned}$$

الاسم: _____ التاريخ: _____

التدريبات الإثرائية 4-5

نواتج ضرب خاصية الجذر

لأن $(\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{a} - \sqrt{b}) = (\sqrt{a})^2 - (\sqrt{b})^2 = a - b$
يمكنك استخدام هذه الأفكار لإيجاد حواصل المقادير الآتية.

$$\begin{aligned} (\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 &= (\sqrt{a})^2 + 2\sqrt{ab} + (\sqrt{b})^2 = a + 2\sqrt{ab} + b \\ (\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 &= (\sqrt{a})^2 - 2\sqrt{ab} + (\sqrt{b})^2 = a - 2\sqrt{ab} + b \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{أوجد ناتج الضرب: } (\sqrt{2} + \sqrt{5})(\sqrt{2} - \sqrt{5}) = (\sqrt{2})^2 - (\sqrt{5})^2 = 2 - 5 = -3 \\ \text{أوجد قيمة: } (\sqrt{2} + \sqrt{8})^2 = (\sqrt{2})^2 + 2\sqrt{2}\sqrt{8} + (\sqrt{8})^2 \\ = 2 + 2\sqrt{16} + 8 = 2 + 2(4) + 8 = 2 + 8 + 8 = 18 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{أوجد ناتج الضرب في كل معيار:} \\ (\sqrt{10} + \sqrt{2})(\sqrt{10} - \sqrt{2}) = 8 \\ (\sqrt{3} - \sqrt{7})(\sqrt{3} + \sqrt{7}) = -4 \\ (\sqrt{2x} - \sqrt{6})(\sqrt{2x} + \sqrt{6}) = 2x - 6 \\ (\sqrt{1000} + \sqrt{10})^2 = 1210 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{أوجد ناتج الضرب في كل معيار:} \\ (\sqrt{5} - \sqrt{x})^2 = 7 \\ (\sqrt{50} - \sqrt{x})^2 = 17 \\ x + 40\sqrt{2x} + 400 = 50 - 10\sqrt{2x} + x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{يسكنك توسيع الأكير السابقة لتشمل إثبات مجموع دوقي مكعبين، ادرس النسخة القديمة، ثم أكمل الأسئلة 9-12:} \\ (\sqrt[3]{8} - \sqrt[3]{x})(\sqrt[3]{8^2} + \sqrt[3]{8x} + \sqrt[3]{x^2}) = \sqrt[3]{8^3} - \sqrt[3]{x^3} = 8 - x \\ -3(\sqrt[3]{2} - \sqrt[3]{5})(\sqrt[3]{2^2} + \sqrt[3]{10} + \sqrt[3]{5^2}) = 9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{أوجد قيمة كل عبارة معيار:} \\ y + w = (\sqrt[3]{y} + \sqrt[3]{w})(\sqrt[3]{y^2} - \sqrt[3]{yw} + \sqrt[3]{w^2}) = 10 \\ 27(\sqrt[3]{7} + \sqrt[3]{20})(\sqrt[3]{7^2} - \sqrt[3]{140} + \sqrt[3]{20^2}) = 11 \\ 3(\sqrt[3]{11} - \sqrt[3]{8})(\sqrt[3]{11^2} + \sqrt[3]{88} + \sqrt[3]{8^2}) = 12 \end{aligned}$$

الاسم: _____ التاريخ: _____

الاسم: _____ التاريخ: _____

4-6 تدريبات الممارسة

الأسس النسبية

أكتب كل عبارة أنسية على الصورة المذرية، وكل عبارة جذرية على الصورة الأساسية في باي.

$\sqrt[5]{8}$

$\sqrt[3]{12}$

$\sqrt[2]{12}$

$\sqrt[3]{6xy^2}$

$\sqrt[5]{c^4}$

$\sqrt[3]{12}$

$\sqrt[3]{51}$

$\sqrt[3]{12^2}$

$\sqrt[3]{15^3}$

$\sqrt[3]{15}$

$\sqrt[3]{4}$

$\sqrt[3]{6}$

$\sqrt[3]{12}$

$\sqrt[3]{x^3y^3}$

$\sqrt[3]{8}$

$\sqrt[3]{3}$

$\sqrt[3]{10}$

$\sqrt[3]{12}$

$\sqrt[3]{14}$

$\sqrt[3]{14}$

$\sqrt[3]{14}$

المضف: (الخاص) (التابع)

المضف: (الخاص) (المذرية)

32

الاسم: _____ التاريخ: _____

4-6 تدريبات إعادة التقليد

الأسس النسبية

تبسيط العبارات، يمكنك تطبيق جميع شخصيات وقوانين الأسس النسبية، وعندما تبسيط عبارات تختوي على أسس نسبية، أكتب العبارة أساساً على الأسس النسبية، وأكي أسمى في إقام يتمتع أن تكون صحيحة موجبة.

عندما تبسيط عبارات جذرية قد تستعمل أسس نسبية، ولكن إيجابيك الهاوية تعني أن تكون بالصورة الجذرية ويأكله دليل ممكن للجذر.

$\sqrt[3]{144x^6}$

$\sqrt[3]{144x^6} = (144x^6)^{\frac{1}{3}}$

$= (2^4 \cdot 3^2 \cdot x^6)^{\frac{1}{3}}$

$= (2^4)^{\frac{1}{3}} \cdot (3^2)^{\frac{1}{3}} \cdot (x^6)^{\frac{1}{3}}$

$= 2 \cdot 3^{\frac{2}{3}} \cdot x^2 = 2x \cdot (3x)^{\frac{1}{3}} = 2x\sqrt[3]{3x}$

$729 \cdot 27^{\frac{1}{3}} \cdot 27^{\frac{5}{3}}$

$p^{\frac{4}{5}} \cdot p^{\frac{7}{10}}$

$c^{\frac{3}{5}} \cdot c^{\frac{3}{5}}$

$m^{\frac{2}{9}} \cdot m^{\frac{16}{9}}$

$x^{\frac{5}{12}} \cdot x^{\frac{3}{4}}$

$y^{\frac{1}{2}}$

$p^{\frac{7}{10}} \cdot p^{\frac{1}{2}}$

$q^{\frac{3}{2}}$

$x^{\frac{10}{11}} \cdot x^{\frac{6}{11}} \cdot x^{\frac{4}{11}}$

$n^{\frac{2}{3}} \cdot n^{\frac{1}{2}}$

$x^{12} \cdot x^{\frac{5}{4}}$

$y^{\frac{1}{4}} \cdot y^{\frac{1}{4}}$

$\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{64}$

$|a| \sqrt[4]{7}$

المضف: (الخاص) (التابع)

المضف: (الخاص) (المذرية)

32

التاريخ:

الاسم:

التدريبات الإثائية

صيغ هندسية محددة الاستعمال

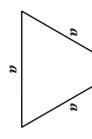
تتضمن كثير من الصيغ الهندسية عبارات جذرية، ثم أوجد قيمة كل صيغة عند القيمة المطلقة المتباعدة.

- أرسم الشكلات التوضيحية الهندسية في بهذه الصفحة، ثم أوجد قيمة كل صيغة عند القيمة المطلقة المتباعدة.
 قرب إجابتكم إلى أقرب جزء من مائة.

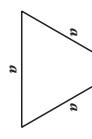
- مساحة مثلث متطابق الضلعين (A). طول كل من ضلعه، a ، ضلعه، b ، وطول الضلع الثالث، c .
 $A = \frac{a^2}{4} \sqrt{3}$.

- مساحة مثلث متطابق الأضلاع (A) طول ضلعه، a ، ضلعه، b ، وطول الضلع الثالث، c .
 $A = \frac{c^2}{4} \sqrt{144 - c^2}$.

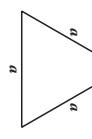
- أوجد A عندما $a = 8$ و $b = 7$ و $c = 9$.



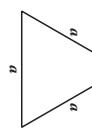
- أوجد A عندما $a = 6$ و $b = 7$ و $c = 8$.



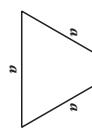
- أوجد A عندما $a = 7$ و $b = 6$ و $c = 8$.



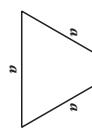
- أوجد A عندما $a = 8$ و $b = 7$ و $c = 9$.



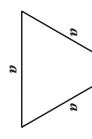
- أوجد A عندما $a = 6$ و $b = 7$ و $c = 8$.



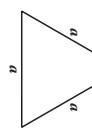
- أوجد A عندما $a = 7$ و $b = 6$ و $c = 8$.



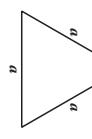
- أوجد A عندما $a = 8$ و $b = 7$ و $c = 9$.



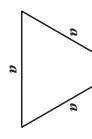
- أوجد A عندما $a = 6$ و $b = 7$ و $c = 8$.



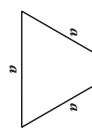
- أوجد A عندما $a = 7$ و $b = 6$ و $c = 8$.



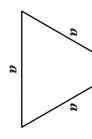
- أوجد A عندما $a = 8$ و $b = 7$ و $c = 9$.



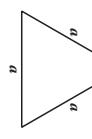
- أوجد A عندما $a = 6$ و $b = 7$ و $c = 8$.



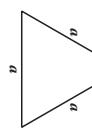
- أوجد A عندما $a = 7$ و $b = 6$ و $c = 8$.



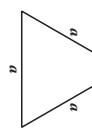
- أوجد A عندما $a = 8$ و $b = 7$ و $c = 9$.



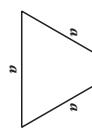
- أوجد A عندما $a = 6$ و $b = 7$ و $c = 8$.



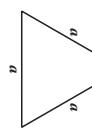
- أوجد A عندما $a = 7$ و $b = 6$ و $c = 8$.



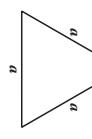
- أوجد A عندما $a = 8$ و $b = 7$ و $c = 9$.



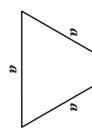
- أوجد A عندما $a = 6$ و $b = 7$ و $c = 8$.



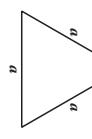
- أوجد A عندما $a = 7$ و $b = 6$ و $c = 8$.



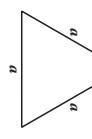
- أوجد A عندما $a = 8$ و $b = 7$ و $c = 9$.



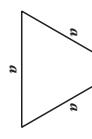
- أوجد A عندما $a = 6$ و $b = 7$ و $c = 8$.



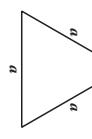
- أوجد A عندما $a = 7$ و $b = 6$ و $c = 8$.



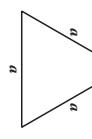
- أوجد A عندما $a = 8$ و $b = 7$ و $c = 9$.



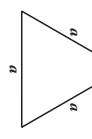
- أوجد A عندما $a = 6$ و $b = 7$ و $c = 8$.



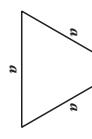
- أوجد A عندما $a = 7$ و $b = 6$ و $c = 8$.



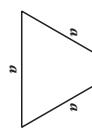
- أوجد A عندما $a = 8$ و $b = 7$ و $c = 9$.



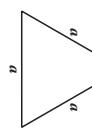
- أوجد A عندما $a = 6$ و $b = 7$ و $c = 8$.



- أوجد A عندما $a = 7$ و $b = 6$ و $c = 8$.



- أوجد A عندما $a = 8$ و $b = 7$ و $c = 9$.



التاريخ:

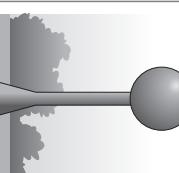
الاسم:

تدريبات حل المسألة

الأسس النسبية

- 1) تربيع المكعب: طول طمح مكعب (5)، ماطول ضلع المكعب الذي تكون قيمه امداده لمساحة سطحه؟
 2) العددي لحجم هذا المكعب؟ أكتب إجابتك مستعملة الأسس النسبية.

- 3) كم كان عدد المخلب في المزرعة بعد مرور مدة 2.5 سنة؟
 4) أرادت بلدية ياه برج جليل للملاء تعادل سترة كرية القديم 3 كم مرة بساوى ثمن قظر الكورة الجبلية، ثمن قظر الكرة القديمة؟
 اكتب إجابتك مستعملة الأسس النسبية.



- 5) يبلغ ارتفاع الشجر في بعض المدن في أفران للملاء، يبلغ ارتفاع برج الماء في إحدى المدن 18 قدمًا، ويبلغ ارتفاع برج الماء في إحدى المدن 20 قدمًا، وأرادت بلدية ياه برج جليل للملاء تعادل سترة كرية القديم 3 كم مرة بساوى ثمن قظر الكورة الجبلية، ثمن قظر الكرة القديمة؟
 اكتب إجابتك مستعملة الأسس النسبية.

- 6) قاعدة مهرونة حساب مساحة مثلث (A) باستعمال قاعدته، حيث $s = \frac{a+b+c}{2}$ ، حيث s هي نصف محيطه، a ، b ، c هي أطوال أضلاع المثلث، هي: $A = s(s-a)(s-b)(s-c)$
 أوجد A عندما $a=5$ و $b=4$ و $c=3$ وحدات مربعة
 6 وحدات مربعة

الاسم: _____ التاريخ: _____

الاسم: _____ التاريخ: _____

(تتمة)

٤-٧ تدريبات إعادة التعليم

حل المعادلات والمتباينات المبتدية

حل المتباينات المبتدية، المتباينة المبتدية هي متباينة تكتسي متغيراً في الصورة المبتدية، وحل متباينة مبتدية، اتباع الخطوات الآتية:

المخطوة ١: إذا كان دليل المبادر عدداً زوجياً، فومن قيم المتغير التي لا يحول ما تحت المبادر سالباً.

المخطوة ٢: حل المتباينة جبرياً.

المخطوة ٣: حل المتباينة جبرياً من صحة الحال.

أجلاء إلى إجراء بعض العمليات الجبرية قبل استخدام هذه الخطوات.

المخطوة ٤: تتحقق من حلات في المعادلة الأصلية المذكورة من أنك لم تحصل على جناور نتيجة.

٤-٧ تدريبات إعادة التعليم

حل المعادلات والمتباينات المبتدية

حل المعادلات المبتدية، تستخدم الخطوات الآتية في حل المعادلات التي تحتوي على متغيرات تحت المبادر. وقد تحتاج أحياناً إلى إجراء بعض العمليات الجبرية قبل استخدام هذه الخطوات.

المخطوة ١: افصل المبادر في أحد طرفي المعادلة لأجله، أربع طرفي المبادر، اربع طرفي المبادر في المبادر.

المخطوة ٢: بالتحاصل من الجذر، أربع طرفي المبادر يساوي دليل المبادر.

المخطوة ٣: حل المعادلة الأصلية المذكورة من أنك لم تحصل على جناور نتيجة.

المخطوة ٤: تتحقق من حلات في المعادلة الأصلية المذكورة من أنك لم تحصل على جناور نتيجة.

مثال ٥: حل المتباينة $-\sqrt{20x+4} \geq -3$

$$\begin{aligned} \text{لأن } \frac{\text{المبتداة}}{\sqrt{20x+4}} &\geq -3 \\ \text{صفر، فعل أو لا يتحقق أن يكون موجب أو} &20x+4 \geq -3 \\ \sqrt{20x+4} &\leq 8 \\ 20x+4 &\leq 64 \\ 20x &\leq 60 \\ x &\leq 3 \end{aligned}$$

بنفس الطريقة على جناور

مثال ٦: حل المتباينة $\sqrt{3x+1}-1 \geq \sqrt{5x-1}$

$$\begin{aligned} \text{لأن } \frac{\text{المبتداة}}{\sqrt{3x+1}-1} &= \sqrt{5x-1} \\ \text{المقدمة المبتداة} &= \sqrt{5x-1} \\ 3x+1 &= 5x-2\sqrt{5x}+1 \\ 3x+1 &= 5x-2\sqrt{5x}+1 \\ 3x &= 2x \\ \sqrt{5x} &= x \\ 5x &= x^2 \\ x &= 5 \end{aligned}$$

بنفس الطريقة على جناور

مثال ٧: حل كل متباينة على:

$$\begin{aligned} \text{لأن } \frac{\text{المبتداة}}{\sqrt{c-2}+4} &\geq 7 \\ c &\geq 11 \end{aligned}$$

بنفس الطريقة على جناور

مثال ٨: حل كل متباينة على:

$$\begin{aligned} \text{لأن } \frac{\text{المبتداة}}{\sqrt{3(5)+1}} &= 4, \sqrt{5(5)}-1 = 4, \\ \text{لأن } x &= 5 \end{aligned}$$

بنفس الطريقة على جناور

مثال ٩: حل كل متباينة على:

$$\begin{aligned} \text{لأن } \frac{\text{المبتداة}}{\sqrt{4(7)+8}-4} &= 8 \\ c &\geq 11 \end{aligned}$$

بنفس الطريقة على جناور

مثال ١٠: حل كل متباينة على:

$$\begin{aligned} \text{لأن } \frac{\text{المبتداة}}{\sqrt{3x+4}+1} &= 15 \\ 2\sqrt{3x+4}+1 &= 15 \\ 2\sqrt{3x+4} &= 15 \\ \text{لأن } \frac{\text{المبتداة}}{2\sqrt{3x+4}} &= 15 \\ 2\sqrt{3x+4} &= 15 \\ \sqrt{3x+4} &= 15 \\ 3x+4 &= 225 \\ 3x &= 221 \\ x &= 73 \end{aligned}$$

بنفس الطريقة على جناور

مثال ١١: حل كل متباينة على:

$$\begin{aligned} \text{لأن } \frac{\text{المبتداة}}{\sqrt{12-x}} &= 0 \\ \sqrt{12-x} &= 0 \\ 12-x &= 0 \\ x &= 12 \end{aligned}$$

بنفس الطريقة على جناور

مثال ١٢: حل كل متباينة على:

$$\begin{aligned} \text{لأن } \frac{\text{المبتداة}}{\sqrt{4+7x}} &= \sqrt{7x-9} \\ 4\sqrt{2x+11}-2 &= 10 \\ 4\sqrt{2x+11} &= 12 \\ \text{لأن } \frac{\text{المبتداة}}{4\sqrt{2x+11}} &= 3,4 \\ 2\sqrt{2x+11} &= 3,4 \\ 2\sqrt{2x+11} &= 3,4 \end{aligned}$$

بنفس الطريقة على جناور

ال التاريخ: _____

الاسم: _____

4-7 تدريبات حل المسألة

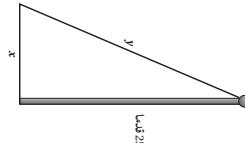
حل المعادلات والمتباينات الجذرية

حل كل معادلة على يدك: _____

- (1) لوحات، يتيق رسام (8n²+400) ريا لا رسنⁿ
لرحة، كم كلو ميوره يديمه رسنها بسبع 1200 درلا،
1000

- (4) حبائل، زيط طرف جبل في قاعدة سارية وقتيها عل صوره شيشكي الالا، وكان $x+y=50$

نظوريه فيغورس، المسافة $\sqrt{x^2+25^2}=25$ ماقبيه،
9,2

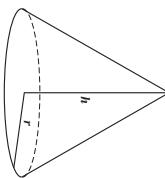


فقطها
25

- (5) صوره شيشكي الالا، وكان $x+y=50$

نظوريه فيغورس، المسافة $\sqrt{x^2+25^2}=25$ ماقبيه،
9,2

- (2) المساحة الجذرية المساحة الجذرية لمخروط اارتفاعه h
ونصف قطر قاعدته r امعطي بالصيغة
 $J = \pi r^2 h^2$. إذا كان المساحة الجذرية تساوي
 65π وحدات، فأوجد ارتفاع المخروط.



فقطها
h

18,75

- (5) ميدى: تناول وكالة الفضاء الأمريكية "ناسا" أكثر من

- 300 كويكب ترقية من الأرض، الأرض من الأرض
تقتل بعطل في سمسي إحدى، ف تكون سمار
ال الكويكب فوق العلاقة $x > 0$ حيث كل
وحدة تقابن مليون ميل، ويقول الصدلكي
مشتعلدة الكويكب في المختار الفلكي عندما تكون
ضمن سافة $\frac{145}{12}$ مليون ميل عن الأرض.
(a) أكتب عباره تعطى بعد الكويكب عن الأرض

- (b) ماقيم x التي تجعل الكويكب ضمن مدى المختار
ال الكويكب للأرض 9
 $\frac{17}{12} \leq x \leq 12$

- (c) ياسمه معلوماته السابقة في المختارة يعلم صلاح
أن $a = \sqrt{1+x^2}$ وأن $b = \sqrt{2(1-x)}$ عليه أن يجل
المعلنة $\sqrt{1+a^2} = \sqrt{2(1-x)}$ فـ $\sqrt{1+x^2} = \sqrt{2(1-x)}$ فـ $x = 2 - \sqrt{3}$

39

الفصل 4: المعادلات والمتباينات الجذرية

ال التاريخ: _____

الاسم: _____

4-7 تدريبات المهارات

حل المعادلات والمتباينات الجذرية

- حل كل معادلة على يدك: _____
16 $\sqrt{x} + 3 = 7$ (2)
25 $\sqrt{x} = 5$ (1)

- 17 $\frac{1}{25} \cdot 5\sqrt{f} = 1$ (3)

- 18 $\sqrt[3]{2w} = 4$ (6)
19 $\sqrt[3]{2w} = 4$ (6)

- 20 $8\sqrt{3n+1} = 5$ (8)
21 $\sqrt[3]{b-5} = 4$ (7)

- 22 $\frac{5}{2}(2d+3)^{\frac{1}{3}} = 2$ (12)
23 $40 \sqrt{k-4} - 1 = 5$ (11)

- 24 $-9 - (1-7u)^{\frac{1}{3}} = 0$ (14)
25 $11(t-3)^{\frac{1}{3}} = 2$ (13)

- 26 $8\sqrt{g+1} = \sqrt{2g-7}$ (16)
27 $\sqrt{3z-2} = \sqrt{z-4}$ (15)

- 28 $3 \leq c \leq 4$ $5 + \sqrt{c-3} \leq 6$ (18)
29 $x \geq 84\sqrt{x+1} \geq 12$ (17)

حل كل متابعة على يدك:

- 30 $-2 \leq a \leq 16$ $-\sqrt{2a+4} \geq -6$ (20)
31 $-1 \leq x < 26 - 2 + \sqrt{3x+3} < 7$ (19)

$$-\frac{1}{3} \leq x < 0$$

$$4 - \sqrt{3x+1} > 3$$

- 32 $-3\sqrt{11r+3} \geq -15$ (24)
33 $y \geq 32 \sqrt{y+4} - 3 \geq 3$ (21)

الفصل 4: المعادلات والمتباينات الجذرية

38

الصف، الثاني الثانوي

4-7 التدريبات الإثرائية

جدول المضوابط

العمليات الأساسية في الرياضيات هي: الجمع، والطرح، والضرب، والقسمة، وإيجاد قيمة ثورة، وفي المخزن، العمليات الأساسية هي: الثنائي (\sim)، أو (\wedge)، و (\vee)، و (\rightarrow)، وإن كانت P و q عبارتين، فإن $P \sim q$ يعني تغيير العبارتين، وإن كانت P و q عمليتين، فإن $P \wedge q$ يعني $p \wedge q$ (عندما p و q متصناسن)، وإن كانت P و q عمليتين مترافقتين، فإن $P \vee q$ يعني $p \vee q$ (عندما p و q مترافقان)، وإن كانت P عمليتين، فإن $P \rightarrow q$ يعني $p \rightarrow q$ (عندما p متحقق، فإن q متحقق).

لالاحظ في جدول المضوابط للعبارة $P \rightarrow q$ أنه توجد حالات ممكنتان للعبارة P هنا: صواب (T) و خطأ (F). وبين الجداول أنه عندما يكون p خطأ يكون $p \rightarrow q$ صادق.

p	q	$p \wedge q$	p	q	$p \vee q$	p	q	$p \rightarrow q$
T	T	T	T	T	T	T	T	T
T	F	F	T	F	T	F	F	T
F	T	F	F	T	F	F	T	T
F	F	F	F	F	F	F	F	T

يسكنك أن تحدد الشروط والحالات التي تكون فيها عبارة مركبة صلبة، مستعملًا المعلومات المتوفرة في الجداول السابقة.

مثال على الشرط الذي تحمل العبارة $(p \wedge q) \rightarrow r$ صلبة.

اعمل بجدول الصواب، مستعملًا المعلومات المتوفرة في جدول الصواب للعبارة $(p \wedge q) \rightarrow r$ السابقة لإيجاد المعاور

p	q	r	$p \wedge q$	$p \wedge q \rightarrow r$
T	T	F	T	F
T	F	F	F	T
F	T	T	F	T
F	F	T	F	T

الأخير في الجداول.

يدل بجدول الصواب على أن العبارة $p \wedge q \rightarrow r$ صلبة في جميع الحالات باستثناء الحالة التي تكون فيها p صلبة و q خطأ.

استعمل بجدول الصواب لتحديد الشرط الذي تكون عديمه كل من الجداول الآتية صلبة.

(1) $\sim p \wedge \sim q \rightarrow \sim r$ (2) $(p \rightarrow q) \vee (q \rightarrow p)$

данه عدمة الحالة: r صلبة و q خطأ

(3) عندما تكون r صلبة و q صلبة،
و كذلك عندما تكون r خطأ و q خطأ
كل الحالات

(4) $\sim (p \wedge q) \rightarrow (\sim p \vee \sim q)$

دانه عدمة الحالة: r صلبة و q صلبة،
عندما تكون r صلبة و q خطأ،
وكذلك عندما تكون r خطأ و q خطأ